

УДК 621.372
DOI 10.22213/2410-9304-2019-1-71-77

ДВУМЕРНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В ДИСКРЕТНЫХ БАЗИСАХ ФУРЬЕ

А. В. Пономарев, кандидат экономических наук,
ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Исследуются проблемы обработки двумерных сигналов в пространственно-частотной области на базе двумерного дискретного преобразования Фурье. Рассмотрено общее определение и математическое описание двумерного дискретного сигнала в пространственной области. Дана алгебраическая форма двумерного дискретного преобразования Фурье, кратко рассмотрены основные свойства двумерного дискретного преобразования Фурье. Проведен (по отечественным и зарубежным информационным источникам) системный анализ дискретных двумерных сигналов (природы их происхождения, источников формирования), а также методов их обработки, основанных на двумерном дискретном преобразовании Фурье. Рассмотрены приложения дискретных двумерных сигналов в различных предметных областях. Рассмотрены достоинства и недостатки цифровых методов дискретной двумерной обработки на основе двумерного дискретного преобразования Фурье. Выдвинута рабочая гипотеза решения проблематики дискретной двумерной обработки сигналов в пространственно-частотной области путем разработки новых двумерных базисных систем, сочетающих преимущества двумерного дискретного базиса Фурье и снижающих (устраняющих) влияние его негативных эффектов. Показано, что двумерный вариант дискретного канонического разложения случайных сигналов, разработанный В. С. Пугачевым, предполагает (по умолчанию) видоизменение стандартной циклической двумерной корреляционной функции исходного сигнала. Предложены пути решения указанной проблемы.

Ключевые слова: двумерное дискретное преобразование Фурье, циклическая двумерная корреляционная функция, пространственная область, пространственно-частотная область, каноническое разложение случайного сигнала.

Введение

Проведение исследований в различных предметных областях дает примеры множества дискретных двумерных сигналов, которые, с одной стороны, являются информационными (поскольку содержат информацию о состояниях, свойствах и характеристиках тех или иных сложных прикладных объектов), с другой стороны, являются принципиально дискретными и двумерными, что требует применения для их обработки цифровых двумерных методов анализа. Из цифровых двумерных методов обработки дискретных двумерных сигналов наибольшее распространение получил аппарат двумерного дискретного преобразования Фурье, который, как показала практика, имеет кроме достоинств и ряд недостатков.

Целью данной работы является исследование проблем обработки двумерных сигналов в пространственно-частотной области на базе двумерного дискретного преобразования Фурье.

Основной раздел

С математической точки зрения *дискретный двумерный сигнал* $x(m, n)$ – это двумерная последовательность, являющаяся множеством действительных (или в общем случае комплексных) чисел, определенных для упорядоченных пар целых чисел m и n при $-\infty < m, n < +\infty$. В данной работе рассматриваются дискретные двумерные сигналы конечной длины (другими словами, двумерные последовательности конечной длины).

Известны два вида описаний дискретного двумерного сигнала $x(m, n)$ в прямоугольной опорной области, т. е. при $0 \leq m \leq N_1 - 1$ и $0 \leq n \leq N_2 - 1$:

- матричное представление двумерного сигнала $x(m, n)$:

$$X_{N_1 \times N_2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & (N_2 - 1) & n \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ (N_1 - 1) \\ m \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} x(0,0) & x(0,1) & \dots & x(0, N_2 - 1) \\ x(1,0) & x(1,1) & \dots & x(1, N_2 - 1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(N_1 - 1, 0) & x(N_1 - 1, 1) & \dots & x(N_1 - 1, N_2 - 1) \end{array} \right] \end{matrix}; \quad (1)$$

• векторное представление двумерного сигнала $x(m, n)$, суть которого заключается в формировании из матричного описания двумерного сигнала $x(m, n)$ одного вектора путем операции считывания матрицы $X_{N_1 \times N_2}$ по столбцам (или строкам).

В двумерном случае при выборе системы решетчатых функций в виде системы двумерных дискретных экспоненциальных функций (ДДЭФ) (система является базисом дискретного двумерного унитарного преобразования Фурье):

$$\begin{aligned} \text{def}_{N_1, N_2}(k_1, n_1, k_2, n_2) &= \exp(-j \frac{2\pi}{N_1} (k_1 n_1)) \times \\ &\times \exp(-j \frac{2\pi}{N_2} (k_2 n_2)) = W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2} = \\ &= [\cos(\frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1) - j \sin(\frac{2\pi}{N_1} k_1 n_1)] \times \\ &\times [\cos(\frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2) - j \sin(\frac{2\pi}{N_2} k_2 n_2)], \quad (2) \end{aligned}$$

где k_1, k_2 – пространственные частоты; $k_1, n_1 = 0, (N_1 - 1)$; $k_2, n_2 = 0, (N_2 - 1)$.

Мы приходим к алгебраической форме прямого двумерного дискретного преобразования Фурье (ДДФ) двумерного сигнала $x(n_1, n_2)$:

$$\begin{aligned} S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) &= \\ &= \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2}; \quad (3) \end{aligned}$$

где $k_1 = 0, (N_1 - 1)$, $k_2 = 0, (N_2 - 1)$ – пространственные частоты; $x(n_1, n_2)$ – двумерный сигнал, $n_1 = 0, N_1 - 1$, $n_2 = 0, N_2 - 1$, $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$ – коэффициенты ДДФ (двумерный векторный пространственно-частотный спектр сигнала $x(n_1, n_2)$).

Моделирование двумерных дискретных экспоненциальных функций

На рис. 1, а, б, в приведены примеры базисных функций ДДФ при различных k_1, k_2 (для упрощения на рис. 1 приведены огибающие ДДФ).

Можно показать, что энергетический спектр сигнала $x(n_1, n_2)$:

$$G(k_1, k_2) = | S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) |^2 \quad (4)$$

является лишь прореженным вариантом «истинного» энергетического спектра сигнала $x(n_1, n_2)$, полученного с помощью двумерной версии теоремы Винера – Хинчина.

Аналогичное утверждение справедливо и относительно канонического разложения Пугачева.

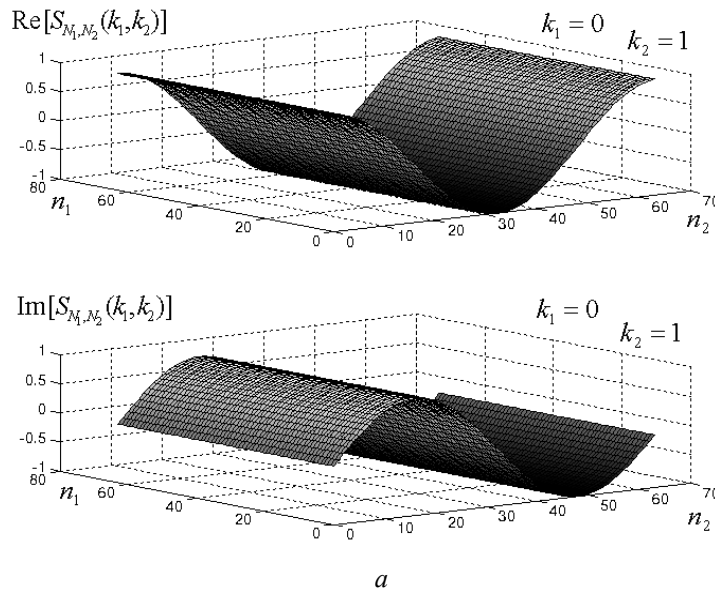


Рис. 1. Базисная функция двумерного дискретного преобразования Фурье при $N_1 = N_2 = 64$ и различных значениях k_1 и k_2 (начало)

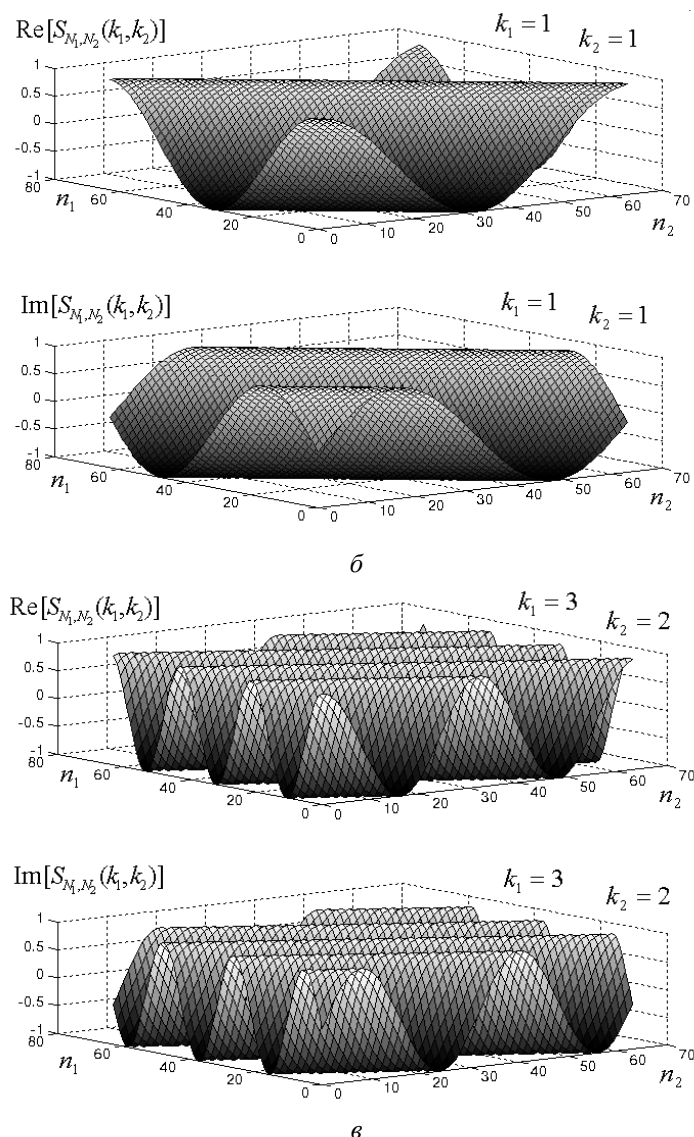


Рис. 1. Окончание (начало на с. 72)

Системный анализ дискретных двумерных сигналов

Системный анализ дискретных двумерных сигналов (природы их происхождения, источников формирования, методов их обработки и их приложений), проведенный как по отечественным, так и зарубежным разработкам [1–26] позволил выделить следующие основные виды источников их формирования, а также предметные области их приложений:

1. Электромагнитные волны:

- **Гамма-излучение** (длина волны 10^{-11} м). *Предметные области приложения* – медицинская радиология, астрономические исследования, контроль оборудования в атомной промышленности.

- **Рентгеновское излучение** (длина волны $10^{-10} - 10^{-9}$ м). *Предметные области приложения* – компьютерная томография, ангиография,

контроль и техническая диагностика в промышленности, астрономические исследования).

- **Ультрафиолетовое излучение** (длина волны $10^{-8} - 10^{-7}$ м). *Предметные области приложения* – техническая диагностика и контроль в промышленности, флуоресцентная микроскопия, литография, лазерная техника, биологические и астрономические исследования.

- **Видимый свет и инфракрасное излучение** (длина волны $10^{-6} - 10^{-3}$ м). *Предметные области приложения* – микроскопия, астрономические наблюдения, контроль и техническая диагностика выпускаемой продукции, контроль дорожного движения, дистанционное зондирование земной поверхности, экологический мониторинг, метеорология, криминалистика.

- **Микроволновое излучение (СВЧ-излучение)** (длина волны $10^{-2} - 10^1$ м). *Предметные области*

ти приложения – радиолокация, исследование труднодоступных районов земли.

- **Радиоволны** (длина волны $10^2 - 10^3$ м). *Предметные области приложения* – медицинская диагностика, основанная на методе ядерного магнитного резонанса, астрономические исследования.

2. Акустические волны:

- **Инфразвуковые колебания** (частота колебаний 1–100 Гц). *Предметные области приложения* – геологическая разведка полезных ископаемых, пассивная гидролокация, морская геология, сейсмология.

- **Звуковые колебания** (частота колебаний 100–20000 Гц). *Предметные области приложения* – акустика, психоакустика, пассивная гидролокация, музыкальная акустика.

- **Ультразвуковые колебания** (частота колебаний 20 кГц – 30 МГц). *Предметные области приложения* – медицинская диагностика, контроль и техническая диагностика в промышленности.

3. Многомерные временные ряды.

Предметные области приложения – акустика, психоакустика, пассивная гидролокация, музыкальная акустика, измерения, медицинская диагностика, геофизика, контроль и техническая диагностика в промышленности, экономика, экологический мониторинг, метеороло-

гия, биологические и астрономические исследования.

4. Сфокусированные пучки электронов.

Предметные области приложения – трансмиссионная и сканирующая электронная микроскопия, физика высокотемпературной плазмы).

5. Компьютерная генерация двумерных сигналов.

Предметные области приложения – построение 3D-моделей сложных прикладных объектов, компьютерная графика.

Проведенный системный анализ двумерных методов обработки сигналов и предметных областей их приложений позволил сделать также и следующие важные выводы:

- Физическая природа источников формирования дискретных двумерных сигналов многообразна, а предметные области их приложений обширны и многочисленны.

- В методах обработки дискретных двумерных сигналов широкое применение нашли различные унитарные преобразования [27, 28], такие, например, как: преобразование Фурье, косинусное преобразование, преобразование Хаара, преобразование Уолша, преобразование Карунена – Лоева, а также вейвлет-анализ.

- Практически во всех предметных областях *двумерное дискретное преобразование Фурье* играет ведущую роль (рис. 2), благодаря целому ряду присущих ему преимуществ.

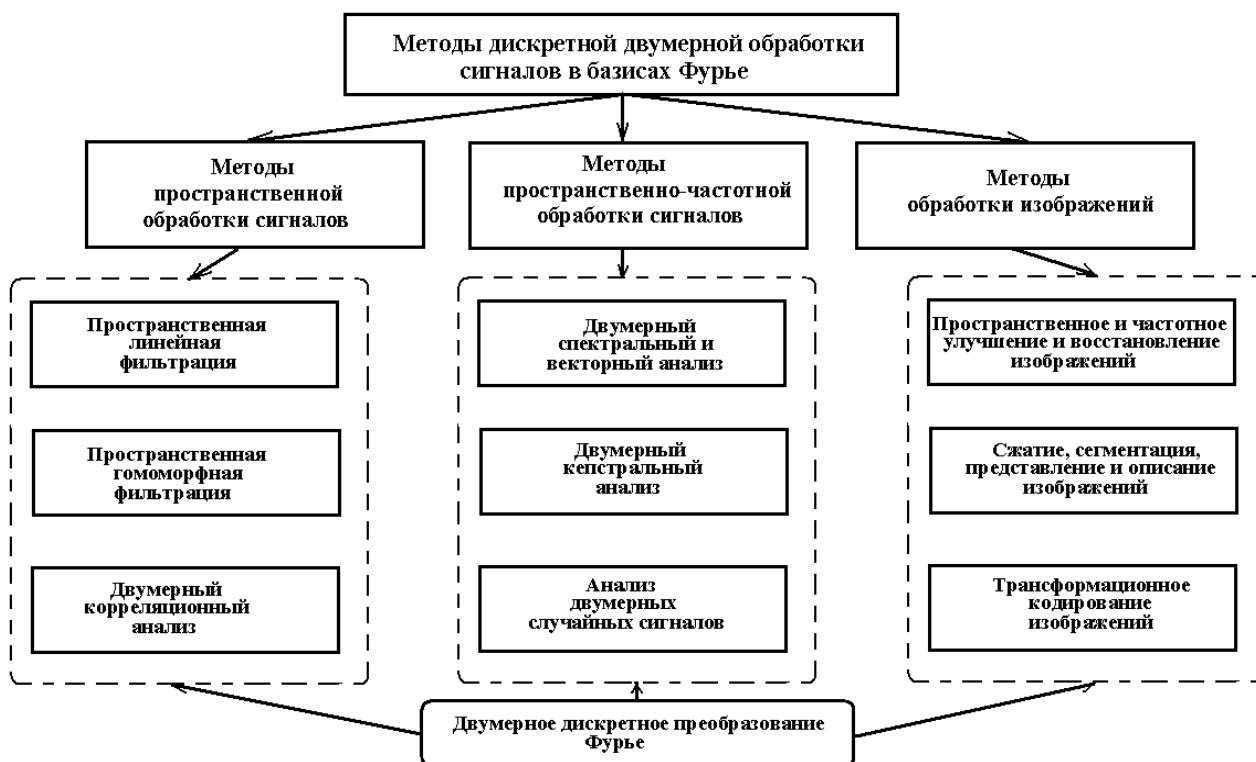


Рис. 2. Предметные области приложения двумерного дискретного преобразования Фурье

Основные преимущества двумерного дискретного преобразования Фурье – ядра преобразования симметричны и разделимы, преобразование может быть реализовано быстрыми алгоритмами, а получаемые с помощью его оценки структурно устойчивы (робастны).

• Практика применения двумерного дискретного преобразования Фурье кроме положительных его свойств выявила и ряд негативных эффектов, присущих данному преобразованию. Основные недостатки двумерного дискретного преобразования Фурье – проявление следующих негативных двумерных эффектов: эффекта утечки, эффекта паразитной амплитудной модуляции, эффекта частотного наложения в пространственной, пространственно-частотной и корреляционной областях.

Выводы

1. Двумерные сигналы являются универсальным математическим аппаратом для описания информации, предназначенной как для восприятия человеком, так и для хранения, передачи и представления информации в искусственных системах.

2. С целью повышения эффективности двумерной обработки сигналов представляется важным и актуальным проведение теоретических и прикладных исследований по проблематике разработки новых и совершенствованию существующих методов и алгоритмов дискретной двумерной Фурье – обработки сигналов.

3. В качестве рабочей гипотезы решения проблематики дискретной двумерной обработки сигналов предлагается считать разработку новых двумерных базисных систем сочетающих преимущества двумерного дискретного базиса Фурье и устраняющих его негативные эффекты.

Библиографические ссылки

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. М. : Мир, 1978. 839 с.

2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / пер. с англ. М. : Мир, 1990. 584 с.

3. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 p.

4. Прэтт У. Цифровая обработка изображений : в 2 кн. / пер. с англ. М. : Мир, 1982. 790 с.

5. Пономарева О. В., Пономарев А. В. Восстановление значений непрерывных частотных спектров дискретных сигналов методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2015. Т. 18. № 3. С. 88–91.

6. Пономарева О. В. Неинвариантность скользящего энергетического параметрического Фурье-спектра действительных тональных сигналов // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 2. С. 7–14.

7. Пономарева О. В., Пономарев В. А., Пономарев А. В. Иерархическая морфологическо-информационная модель системы функционального диагностирования на основе цифровой обработки сигналов // Датчики и системы, 2014. № 1 (176). С. 2–8.

8. Пономарева О. В. Измерение спектров комплексных сигналов на конечных интервалах методом аperiodического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 1 (23). С. 100–107.

9. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарев В. А. Измерение скользящего взвешенного энергетического дискретно-временного спектра тональных компонент // Интеллектуальные системы в производстве, 2014. № 2(24). С. 126–132.

10. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье-спектра действительных дискретных сигналов на конечных интервалах // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2014. № 1. С. 15–22.

11. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Иерархическое морфологическо-информационное описание систем функционального диагностирования объектов // Современные информационные и электронные технологии. 2013. № 14. С. 121–124.

12. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области // Современные информационные и электронные технологии. 2014. № 15. С. 183–184.

13. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Формализованное описание погрешности измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными измерительными средствами // Современные информационные и электронные технологии, 2013. № 14. С. 90–93.

14. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье-спектра комплексных дискретных сигналов на конечных интервалах // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2014. № 2. С. 8–16.

15. Пономарева О. В., Пономарев В. А. Измерение текущего энергетического Фурье спектра комплексных и действительных дискретных сигналов на конечных интервалах // Интеллектуальные системы в производстве. 2013. № 2 (22). С. 149–157.

16. Пономарева Н. В., Пономарева О. В., Хворенков В. В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33–40.

17. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Математические модели музыкально-акустических сигналов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 2. С. 32–36.

18. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Тенденции развития дискретных косвенных измерений парамет-

ров электрических сигналов // Метрология. 2017. № 1. С. 20–32.

19. Пономарева О. В., Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Применение временных окон в векторном спектральном анализе дискретных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 19–21.

20. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Инверсия дискретного времени и параметрическое дискретное преобразование Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 25–31.

21. Ponomareva O., Ponomarev A., Ponomareva N. Window-Presum parametric discrete Fourier Transform. Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDS'2018). 2018. Pp. 364-368.

22. Пономарева Н. В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 26–33.

23. Пономарева Н. В. Цифровая спектральная обработка сигналов в музыкальной акустике // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 2. С. 37–42.

24. Пономарева Н. В. Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики MATLAB // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 32–34.

25. Аппроксимационный подход к решению задач анализа и интерпретации экспериментальных данных / В. И. Батищев, А. Г. Золин, Д. Н. Косарев, А. Е. Романев // Вестник Самарского государственного университета. Сер. Технические науки. 2006. № 40. С. 57–65.

26. Батищев В. И., Мелентьев В. С. Измерительно-моделирующий подход к определению интегральных характеристик периодических сигналов // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2003. № 6. С. 36–39.

27. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 p.

28. Прэтт У. Цифровая обработка изображений : в 2 кн. / пер. с англ. М. : Мир, 1982. 790 с.

References

1. Rabiner L., Gould B. *Teoriya i primeneniye cifrovoj obrabotki signalov. Perevod s angl.* [Theory and application of digital signal processing]. Moscow, World., 1978, 839 p. (in Russ.).

2. Marpl-mI. S.L. *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozheniya: Perevod s angl.* [Digital Spectral Analysis and its Applications]. Moscow, World., 1990, 584 p. (in Russ.).

3. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 p.

4. Preht U. *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij. V 2-h knigah. Perevod s angl.* [Digital image processing]. Moscow, World., 1982, 790 p. (in Russ.).

5. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Recovery of values of continuous frequency spectra of discrete sig-

nals by the method of parametric discrete Fourier transform]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova*, 2015, vol. 18, no. 3, pp. 88-91 (in Russ.).

6. Ponomareva O.V. [Noninvariance of the sliding energy parametric Fourier spectrum of real tonal signals] *Cifrovaya obrabotka signalov*, 2014, no. 2, pp. 7-14 (in Russ.).

7. Ponomareva O.V., Ponomarev V.A., Ponomarev A.V. [Hierarchical morphological information model of the functional diagnostics system based on digital signal processing]. *Sensors and Systems*, 2014, no. 1 (176), pp. 2-8 (in Russ.).

8. Ponomareva O.V. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2014, no. (23), pp. 100-107.2014 (in Russ.).

9. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomarev V.A. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2014, no. 1 (23), pp.100-107 (in Russ.).

10. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of real discrete signals at finite intervals]. *Technology and design in electronic equipment*, 2014, no. 1, pp.15-22 (in Russ.).

11. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. [Hierarchical morphological and informational description of the systems of functional diagnostics of objects]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, no. 14, pp. 121-124 (in Russ.).

12. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [The method of fast calculation of the discrete Hilbert transform in the frequency domain]. *Modern information and electronic technologies*, 2014, no. 15, pp. 183-184 (in Russ.).

13. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. Formalized description of the measurement error of the probabilistic characteristics of random processes with processor measurement tools]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, no. 14, pp. 90-93 (in Russ.).

14. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of complex discrete signals at finite intervals]. *News of higher educational institutions of Russia. Radio electronics*, 2014, no. 2, pp. 8-16 (in Russ.).

15. Ponomareva O.V., Ponomarev V.A. [Measurement of the current energy Fourier spectrum of complex and real discrete signals at finite intervals]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2013, no. 2 (22), pp. 149-157 (in Russ.).

16. Ponomareva N.V., Ponomareva O.V., Hvorenkov V.V. [Determination of anharmonic discrete signal envelope based on the Hilbert transform in the frequency domain]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2018, vol. 16, no. 1, pp.33-40 (in Russ.).

17. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [Mathematical models of musical-acoustic signals]. *DSPA: Issues of application of digital signal processing*, 2018, vol. 8, no. 2, pp. 32-36 (in Russ.).

18. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Trends in the development of discrete indirect measurements of the parameters of electrical signals]. *Metrology*, 2017, no. 1, pp. 20-32 (in Russ.).
19. Ponomareva O.V., Ponomareva N.V., Ponomareva V.YU. [The use of time windows in the vector spectral analysis of discrete signals]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 4 (31), pp. 19-21 (in Russ.).
20. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [Discrete time inversion and parametric discrete Fourier transform]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 4 (31), pp. 25-31 (in Russ.).
21. Ponomareva O., Ponomarev A., Ponomareva N. Window-Presum parametric discrete Fourier Transform. Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDS'2018). 2018, pp. 364-368.
22. Ponomareva N.V. [Problems of computer spectral signal processing in musical acoustics] *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2018, vol. 16, no. 1, pp. 26-33 (in Russ.).
23. Ponomareva N.V. [Digital spectral signal processing in musical acoustics]. *DSPA Issues of application of digital signal processing*, 2018, vol. 8, no. 2, pp. 37-42 (in Russ.).
24. Ponomareva N.V. [Pre-processing of discrete signals in spectral analysis in the computer mathematics system MATLAB]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 4 (31), pp. 32-34 (in Russ.).
25. Batishchev V.I., Zolin A.G., Kosarev D.N., Romaneev A.E. [Approximation approach to solving the problems of analyzing and interpreting experimental data]. *Herald of Samara State University. Series: Engineering*, 2006, no. 40, pp. 57-65 (in Russ.).
26. Batishchev V.I., Melent'ev V.S. [Measuring and modeling approach to determining the integral characteristics of periodic signals]. *News of higher educational institutions. Electromechanics*, 2003, no. 6, pp. 36-39 (in Russ.).
27. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 p.
28. Preht U. *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij. V 2-h knigah. Perevod s angl.* [Digital image processing]. Moscow, World., 1982, 790 p. (in Russ.).

Two-Dimensional Signal Processing in the Discrete Fourier Basis

A. V. Ponomarev, PhD in Economics, Associate Professor, Kalashnikov ISTU

The problems of processing two-dimensional signals in the spatial-frequency domain on the basis of a two-dimensional discrete Fourier transform are investigated. The general definition and mathematical description of a two-dimensional discrete signal in a spatial domain is considered. An algebraic form of a two-dimensional discrete Fourier transform is given, and the basic properties of a two-dimensional discrete Fourier transform are briefly considered. A system analysis of discrete two-dimensional signals (the nature of their origin, sources of formation), as well as methods of their processing based on a two-dimensional discrete Fourier transform, has been carried out (according to Russian and foreign information sources). The applications of discrete two-dimensional signals in various subject areas are considered. The advantages and disadvantages of digital methods for discrete two-dimensional processing based on a two-dimensional discrete Fourier transform are considered. A working hypothesis was put forward to solve the problem of discrete two-dimensional signal processing in the spatial-frequency domain by developing new two-dimensional basis systems combining the advantages of two-dimensional discrete Fourier basis and reducing (eliminating) the influence of its negative effects. It is shown that the two-dimensional version of the discrete canonical decomposition of random signals, developed by Pugachev VS, implies (by default) a modification of the standard cyclic two-dimensional correlation function of the original signal. Solutions to this problem are proposed.

Keywords: two-dimensional discrete Fourier transform, cyclic two-dimensional correlation function, spatial domain, spatial frequency domain, canonical decomposition of a random signal.

Получено: 15.02.19