

УДК 621.391

DOI: 10.22213/2410-9304-2019-2-11-18

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ КИХ-ФИЛЬТРОВ, РАССЧИТЫВАЕМЫХ ПО АЛГОРИТМУ ПАРКСА – МАККЛЕЛЛАНА

Н. О. Вздудева, АО «ИЭМЗ «Купол», Ижевск, Россия

В. Б. Гитлин, доктор технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Рассмотрен метод проектирования КИХ-фильтра высокого порядка, рассчитываемого алгоритмом Паркса – Макклеллана, построенного на использовании процедуры Ремеза. Показано, что причинами ограниченности порядка фильтра являются ошибки описания полиномов Чебышева высокого порядка, возникающие при дискретном представлении полиномов. Предложено строить квазиоптимальные КИХ-фильтры высокого порядка в виде каскадного соединения КИХ-фильтров более низкого одинакового порядка, допускающих применение процедуры Паркса – Макклеллана. Амплитудная частотная характеристика результирующего фильтра определится как произведение амплитудных частотных характеристик отдельных каскадов, фазочастотная характеристика результирующего фильтра – как сумма фазочастотных характеристик отдельных каскадов. Разделение проектируемого фильтра на каскады одинакового порядка позволяет обеспечить оптимальность построения фильтра при сохранении линейности его фазочастотной характеристики. Получены оценки погрешностей аппроксимации для амплитудной частотной характеристики фильтра в случае его каскадной реализации. Показано, что методика проектирования фильтра, выполненного в виде каскадного соединения, упрощается по сравнению с проектированием фильтра высокого порядка и сводится к проектированию звена более низкого порядка. Соответственно, уменьшается объем памяти, отводимой для запоминания коэффициентов фильтра, и снижается погрешность аппроксимации в полосе задерживания. К ограничениям предлагаемого каскадного построения квазиоптимальных КИХ-фильтров следует отнести рост погрешности аппроксимации в полосе пропускания пропорционально количеству каскадов.

Ключевые слова: КИХ-фильтр, алгоритм Паркса – Макклеллана, каскадное построение фильтров, полиномы Чебышева, ошибки аппроксимации.

Введение

Достоинством цифровых КИХ-фильтров является линейность их частотной характеристики, недостаток – высокий порядок фильтра, необходимый для обеспечения требуемых частотных характеристик [1–4]. Однако в ряде применений к фильтру может быть предъявлено одновременно требование как к линейности фазочастотной характеристики, так и к минимально возможному порядку фильтра. Такая потребность, например, возникает при построении фильтра, предназначенного для подавления аддитивного шума в сигнале хроматографа, когда фильтр реализован программно в микроконтроллере системы управления хроматографом [5–7].

Каскадное соединение КИХ-фильтров

Оптимальный КИХ-фильтр с линейной фазой, имеющий минимальное число каскадов, может быть построен по алгоритму Паркса – Макклеллана на основе полиномов Чебышева [8–11]. Имеются эмпирические формулы оценки порядка КИХ-фильтра исходя из требуемой неравномерности амплитудной частотной характеристики (АЧХ) δ_1 (рис. 1) в полосе пропускания, δ_2 в полосе задерживания и ширины переходной полосы Δf [12–18].

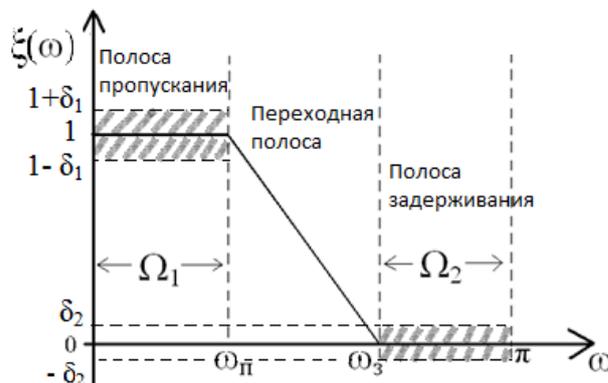


Рис. 1. Общий вид АЧХ-фильтра

Сравнительно простая оценка длины импульсной характеристики фильтра нижних частот предложена Кайзером [19, 20] и имеет вид

$$N = \frac{-10 \cdot \log_{10}(\delta_1 \cdot \delta_2) - 13}{14.6 \cdot \Delta f}, \quad (1)$$

где N – длина импульсной характеристики фильтра; Δf – нормированная относительно частоты дискретизации ширина переходной полосы. Например, в работах [21, 22] найдено, что для эффективного подавления шумов в выходном сигнале хроматографа желательно выбрать значения указанных параметров равными

$\delta_1 = \delta_2 = 0,01$, $\Delta f = 0,025$. Подставляя эти значения в формулу (1), получим, что указанные требования к частотной характеристике фильтра могут быть достигнуты при длине импульсной характеристики фильтра $N \approx 74$. Значение $N \approx 74$ соответствует порядку $M = 37$ тригонометрического полинома Чебышева $B(\omega, \bar{a})$, определяющего передаточную характеристику оптимального КИХ-фильтра с линейной фазой [23].

Задача наилучшего приближения к желаемой (идеальной) АЧХ $\xi(\omega)$ полиномом $B(\omega, \bar{a}) = \sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega)$, $\bar{a} = \{a_k\}$ формулируется как [24–27]:

$$\max_{\omega \in \Omega} P(\omega) \left| \xi(\omega) - \sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) \right| = \min_{a_k} \delta_{\min}, \quad (2)$$

где $P(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, & \omega \in \Omega_1 \\ 1, & \omega \in \Omega_2 \end{cases}$ – функция веса,

$\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}$ – область аппроксимации.

Задача решается на множестве аппроксимирующих полиномов $B(\omega, \bar{a})$, представляемых в виде линейной комбинации полиномов Чебышева $C_k(x)$:

$$B(\omega, \bar{a}) = \sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) = \sum_{k=0}^M a_k C_k(x), \quad (3)$$

где $C_k(x) = \cos(k \arccos(x))$ – полином Чебышева, $x = \cos(\omega)$, $-1 \leq x \leq 1$.

Из определения полинома Чебышева непосредственно следует, что $C_0(x) = 1$, $C_1(x) = x$, $C_2(x) = 2x^2 - 1$. Степени полинома Чебышева, равные или выше $k = 3$, могут быть вычислены по рекуррентной формуле

$$C_{k+1} = 2xC_k - C_{k-1}.$$

Можно показать [28], что для произвольного значения степени k полином C_k имеет вид

$$C_k(x) = 2^{k-1} x^k - p(x), \quad (4)$$

где $p(x)$ – полином от x степени, меньшей k . Так как $C_k(x) = \cos(k \arccos(x))$, то из формулы (4) следует, что, во-первых, $|C_k(x)| \leq 1$ и, во-вторых, $C_k(x)$ представляет собой разность двух больших чисел при больших степенях k . Для КИХ-фильтров высокого порядка, когда

максимальные значения $k = M$ достигают достаточно больших значений (в нашем примере $k = M \approx 40$), значения слагаемых полинома $C_k(x)$ превышают допустимую для точного представления разрядность чисел в ЭВМ [29]. Разность двух близких больших чисел при наличии ошибок округления будет приводить к большим ошибкам при расчете параметров фильтра.

Еще одна причина возникновения ошибок расчета КИХ-фильтров по алгоритму Паркса – Макклеллана, вызываемых дискретностью представления данных, состоит в следующем. С ростом порядка фильтра количество пульсаций аппроксимирующей функции $B(\omega\bar{a})$ возрастает. Расстояние между частотами максимумов пульсаций (частоты альтернанса) уменьшается. Ошибки дискретизации частотной оси также могут приводить к искажению результатов расчета фильтра.

Экспериментальная проверка показала [30, 31], что расчет КИХ-фильтра непосредственно по алгоритму Паркса – Макклеллана не сходится к устойчивому решению при порядке рассчитываемого фильтра $M > 29$, если разрядность представления данных с плавающей запятой (мантисса) была выбрана равной $R = 12$, и $M > 34$ при $R = 20$. Полученные экспериментальные результаты не противоречат замечанию, сделанному в работе [32], о том, что для чисел с плавающей запятой точное представление чисел возможно лишь в пределах, не превышающих 2^{24} .

В работе [33] описан следующий прием построения фильтра высокого порядка с использованием процедуры Паркса – Макклеллана. На первом этапе рассчитывают фильтр обычным образом достаточно низкого порядка, для которого процедура Паркса – Макклеллана еще применима, и определяют его амплитудную частотную характеристику (АЧХ). На следующем этапе дополняют нулями рассчитанную на первом этапе АЧХ таким образом, чтобы сохранилась ее симметрия. Выполнив обратное преобразование Фурье, определяют импульсную характеристику фильтра требуемого высокого порядка.

Описанный метод построения фильтров высокого порядка имеет ряд недостатков. Существенной его особенностью является то, что корректные результаты обеспечиваются только тогда, когда исходная последовательность, подаваемая на вход фильтра, периодична в пределах интервала накопления фильтра. В про-

тивном случае могут возникать значительные ошибки при представлении начальных и конечных значений на скачкообразных изменениях сигнала. Замкнутого выражения, позволяющего предсказать эти ошибки, не существует [34]

В работах [35, 36] предложено строить КИХ-фильтр высокого порядка путем каскадного соединения оптимальных фильтров одинакового более низкого порядка. Результирующий фильтр, состоящий из каскадно-соединенных оптимальных фильтров, будет, по крайней мере, квазиоптимальным. Его расчет может быть выполнен непосредственно по алгоритму Паркса – Макклеллана, расчетом одного звена низкого порядка. Фазочастотная характеристика такого фильтра равна сумме фазочастотных характеристик отдельных звеньев. Свойство линейности фазы сохраняется. АЧХ результирующего фильтра будет равна произведению АЧХ отдельных звеньев.

Остановимся подробнее на особенностях каскадного соединения КИХ-фильтров, рассчитываемых с помощью алгоритма Паркса – Макклеллана. Ограничимся КИХ-фильтрами типа 1 и рассмотрим сначала каскадное соединение двух звеньев одинакового порядка. В соответствии с рис. 1 диапазон колебаний аппроксимирующего полинома $B(\omega\bar{a})$ в полосе пропускания определится как:

$$\begin{cases} (1 + \delta_{1\text{ общ}}) = (1 + \delta_1)^2, & B(\omega, \bar{a}) > 1, \\ (1 - \delta_{1\text{ общ}}) = (1 - \delta_1)^2, & B(\omega, \bar{a}) < 1, \end{cases} \quad (5)$$

и в полосе задерживания:

$$\delta_{2\text{ общ}} = \delta_2^2, \quad (6)$$

где $\delta_{1\text{ общ}}$, $\delta_{2\text{ общ}}$ – пульсации на выходе результирующего фильтра. Поскольку $\delta_2 < 1$, то из формулы (6) следует, что $\delta_{2\text{ общ}} < \delta_2$ отдельного каскада. Из формулы (5), пренебрегая погрешностями второго порядка малости, получим:

$$1 + \delta_{1\text{ общ}} \approx 1 \pm 2\delta_1, \quad (7)$$

т. е. погрешность аппроксимации возрастает в полосе пропускания приблизительно в два раза.

С целью иллюстрации указанных соотношений был спроектирован фильтр 13-го порядка с погрешностями $\delta_1 = \delta_2 = 0,10205$. Погрешности аппроксимации построенного из этих звеньев фильтра 26-го порядка были равны: $\delta_{1\text{ общ}} = 0,204$, $\delta_{2\text{ общ}} = 0,1041$, что подтверждает выводы, полученные на основании формул (6) и (7).

В общем случае число идентичных каскадов, из которых составлен фильтр, может быть больше двух. Обозначим это число каскадов как L , причем $\ell = 1, 2, \dots, L$ – номер звена в цепочке. Тогда погрешность в полосе задерживания на выходе ℓ -го звена $\delta_2(\ell)$ определится по формуле

$$\delta_2(\ell) = \delta_2^\ell. \quad (8)$$

Для полосы пропускания максимальные значения ошибки аппроксимации на выходе ℓ -го звена могут быть найдены из соотношений:

$$\begin{cases} (1 + \delta_1(\ell)) = (1 + \delta_1)^\ell, & B(\omega, \bar{a}) > 1, \quad \ell = 1, 2, \dots, L, \\ (1 - \delta_1(\ell)) = (1 - \delta_1)^\ell, & B(\omega, \bar{a}) < 1, \quad \ell = 1, 2, \dots, L. \end{cases} \quad (9)$$

Используя разложение в ряд Тейлора, запишем выражение (9) в следующем виде:

$$(1 + \delta_1)^\ell = 1 \pm \ell\delta_1 \mp \frac{\ell(\ell-1)}{2}\delta_1^2 \pm \dots$$

Пренебрегая слагаемыми высокого порядка малости, найдем, что максимальное значение погрешности в полосе пропускания равно:

$$\delta_1(\ell) \approx \ell\delta_1. \quad (10)$$

Для $\ell = L$ получим

$$\delta_1(L) \approx L\delta_1, \quad \delta_2(L) = \delta_2^L.$$

Можно предложить следующий порядок расчета каскадного построения квазиоптимального КИХ-фильтра:

1. Предварительно оценить общий порядок оптимального КИХ-фильтра $M_{\text{общ}}$ по формулам, представленным в работах [37–45], в частности, можно использовать формулу (1).

2. Разбить оптимальный КИХ-фильтр на L звеньев одинакового порядка M , исходя из следующих соображений. Порядок одного звена M ограничен сверху возможностью его расчета непосредственно по алгоритму Паркса – Макклеллана. Его значение зависит от крутизны переходной зоны АЧХ-фильтра, ширины его полосы пропускания, от разрядности представления чисел в ЭВМ и примерно равно 15...25. При назначении порядка M одного каскада необходимо учитывать общий порядок проектируемого фильтра, причем $M_{\text{общ}} = LM$.

3. Определить погрешности δ_1, δ_2 отдельного каскада в полосе пропускания и в полосе задерживания, соответственно, по формулам:

$$\delta_1 = \frac{\delta_1(L)}{L},$$

$$\delta_2 = (\delta_2(L))^{\frac{1}{L}},$$

где $\delta_1(L)$ и $\delta_2(L)$ – погрешности на выходе проектируемого оптимального КИХ-фильтра.

4. Определить параметры отдельного звена (включая порядок), применив алгоритм Паркса – Макклеллана.

5. Построить фильтр и выполнить экспериментальную проверку разработанного фильтра.

На рис. 2 представлен пример результатов обработки ступенчатого сигнала каскадом фильтров и фильтром, рассчитанным в программе MatLab. При фильтрации фильтром 102-го порядка, рассчитанным программой MatLab,

наблюдается выброс на фронте и спаде выходного сигнала, который отсутствует в сигнале, полученном на выходе каскада оптимальных фильтров. Нам неизвестен метод проектирования фильтров высокого порядка, использованный в программе MATLAB. Но возможность возникновения искажений на начальном и конечном интервалах, которые наблюдаются на выходном сигнале КИХ-фильтра высокого порядка, полученных методом увеличения длительности импульсной характеристики, указана выше. В средней части интервала значения выходного сигнала для обоих методов совпадают. Отметим, что на практике высокий порядок КИХ-фильтров встречается довольно часто. Например, в работе [46] рассмотрен КИХ-фильтр порядка $N = 256$.

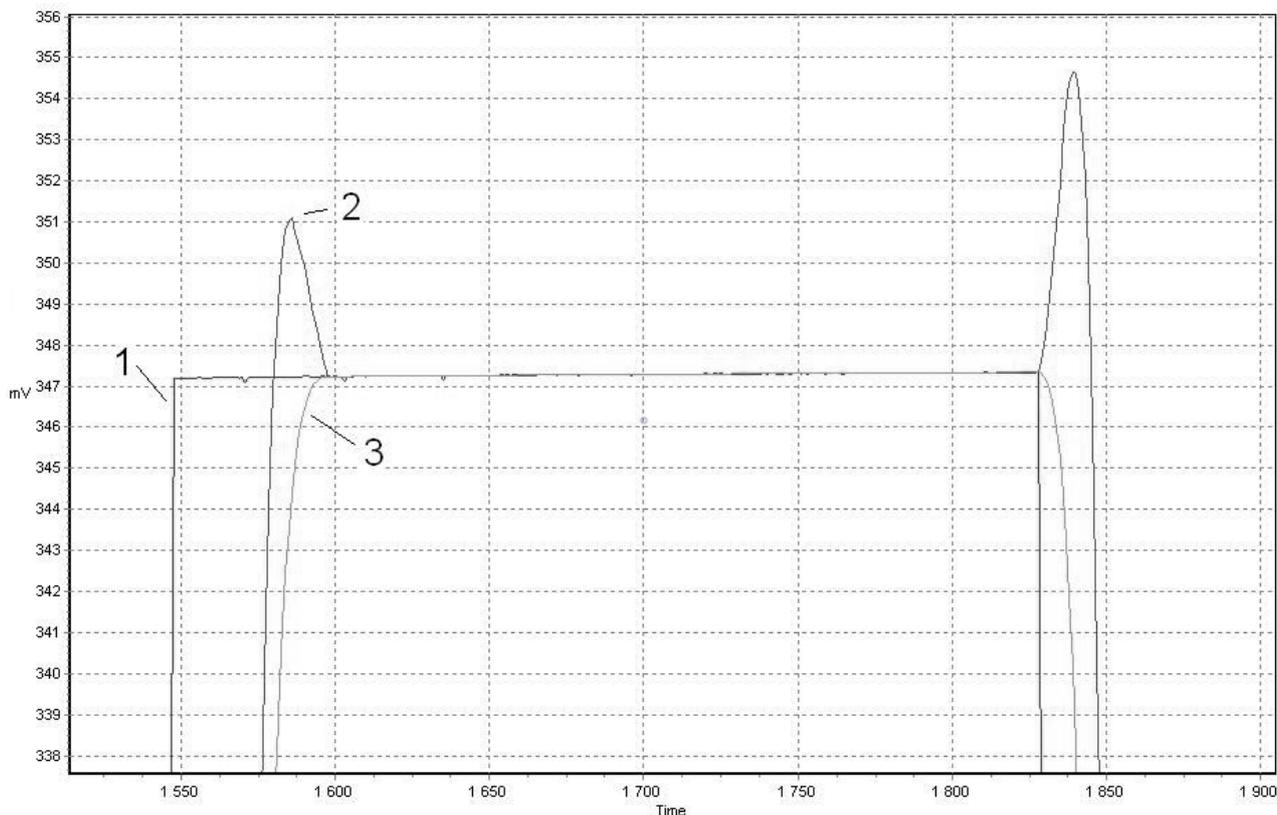


Рис. 2. Фильтрация ступенчатого сигнала: 1 – исходный сигнал, 2 – сигнал, рассчитанный программой MatLab, 3 – сигнал на выходе каскадного ФНЧ

В работе [47] приведены результаты применения оптимального КИХ-фильтра с линейной фазой для фильтрации адаптивной помехи, присутствующей в выходном сигнале газового хроматографа ЛГ3000. КИХ-фильтр 52-го порядка сконструирован в виде каскадного соединения двух оптимальных КИХ-фильтров 26-го порядка по описанной выше методике. Некоторые результаты этих испытаний приведены в таблице. Из данных, представленных в таблице, сле-

дует, что применение представленного выше КИХ-фильтра позволило уменьшить эффективный уровень флуктуационных шумов более чем в три раза, а чувствительность хроматографа (предельный уровень наличия анализируемого вещества в пробе) улучшить более чем в два раза. Уровень дрейфа не изменился. Последнее понятно, поскольку диапазон частот дрейфа совпадает с диапазоном частот выходного сигнала хроматографа.

Результаты испытаний фильтраций аддитивной помехи КИХ-фильтром

Параметр	Уровень до фильтрации	Уровень после фильтрации
Флуктуационные шумы, В	$6,15 \cdot 10^{-7}$	$1,9 \cdot 10^{-7}$
	$6,65 \cdot 10^{-7}$	$2,05 \cdot 10^{-7}$
	$6 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$
Дрейф, В	$2,36 \cdot 10^{-5}$	$2,33 \cdot 10^{-5}$
	$2,19 \cdot 10^{-5}$	$2,17 \cdot 10^{-5}$
	$2,37 \cdot 10^{-5}$	$2,37 \cdot 10^{-5}$
Предел детектирования вещества датчиком хроматографа, г/см ³	$2,8930 \cdot 10^{-9}$	$1,3087 \cdot 10^{-9}$

Выводы

В заключение отметим, что каскадное соединение КИХ-фильтров низкого порядка позволяет упростить процедуру расчета КИХ-фильтров высокого порядка и уменьшить объем памяти, отводимый для хранения коэффициентов фильтра, при сохранении линейности фазочастотной характеристики фильтра.

Каскадное соединение КИХ-фильтров увеличивает погрешность аппроксимации в полосе пропускания фильтра, что ограничивает допустимое число последовательно включенных каскадов.

Существенно то, что предложенная методика расчета КИХ-фильтров высокого порядка может быть выполнена по известным алгоритмам расчета КИХ-фильтров низкого порядка. Она не требует чрезмерных усилий от программиста и ей не нужны большие лицензионные математические пакеты высокой стоимости, типа MATLAB.

Отметим, что при четном количестве звеньев типа 1 результирующий фильтр сохраняет вид АЧХ, но уже при четном количестве отчетов импульсной характеристики. При необходимости иметь дополнительный фазовый сдвиг на $\pi/2$ можно комбинировать звенья, относящиеся к фильтрам типа 3. Фильтры типа 2 и типа 4 также допускают последовательное их подключение.

Библиографические ссылки

1. Солонина А. И., Улахович Д. А. Основы цифровой обработки сигналов. Изд. 2-е, испр. и перераб. СПб. : БХВ-Петербург, 2005. 768с.
2. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов. Изд. 3-е, испр. М. : Техносфера, 2012. 1048 с.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и практика цифровой обработки сигналов. – М. : Мир, 1978. 848 с.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. СПб. : Питер, 2005. 608 с.

5. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Каскадное соединение оптимальных КИХ-фильтров с линейной фазой // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 1. С. 12–15.

6. Гитлин В. Б., Сизова Н. О. Выбор параметров фильтра для эффективного подавления шумов сигнала хроматографа // Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: сб. тр. науч.-техн. конф. факультета «Информатика и вычислительная техника» ИжГТУ. Ижевск, 24 апреля 2010г. С. 40–42.

7. Пономарева Н. В., Пономарева О. В., Хворенков В. В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Информационные технологии в промышленности. 2018. № 1. С. 33–40. DOI 10.22213/2410-9304-2018-1-33-40

8. Солонина А. И., Улахович Д. А. Основы цифровой обработки сигналов. Изд. 2-е, испр. и перераб. СПб. : БХВ-Петербург, 2005. 768 с.

9. Оппенгеймер А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов. Изд. 3-е, испр. М. : Техносфера, 2012. 1048 с.

10. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и практика цифровой обработки сигналов. М. : Мир, 1978. 848 с.

11. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. СПб. : Питер, 2005. 608 с.

12. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. / пер. с англ. М. : Бином-Пресс, 2006. 656 с.

13. Rorbaugh C. DSP Prihur MC Graw-Hill, New York, 1999.

14. Crochiere R. and Rabiner L. Interpolation and Decimation of digital signals - A Tutorial Review "Proceedings of YEEE. Vob.69, No. 3, March 1981, pp. 300-331.

15. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Dessign Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23.

16. Harris F. Digital Processing for Digital Modems. DSP word Spring design conference, Santa Clara. С.А. April 1999

17. Dick C. Jmplementation Area Optimized Narrow band FIR Filtere using Xilinx FPCA. SPIE Interneitional Symposium on voice, video and data communications Boston/ Massachusetts, pp 227-238, Nov. 1998 [http://www.xilinx.com/product/logiore/dsp/ifir.pdf].

18. Лабораторная работа № 3. Синтез оптимальных по Чебышеву цифровых КИХ-фильтров. URL: http://studfiles.net/preview/2167909.

19. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. Пер. с англ., М.: ООО "Бином-Пресс", 2006г. - 656с.

20. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Dessign Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp 20-23

21. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Каскадное соединение оптимальных КИХ-фильтров с линейной фазой // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 1. С. 12–15.

22. Гитлин В. Б., Сизова Н. О. Выбор параметров фильтра для эффективного подавления шумов сигнала хроматографа. // Информационные технологии в науке, промышленности и образовании : сб. тр. науч.-техн. конф. факультета «Информатика и вычислительная техника» ИжГТУ. Ижевск, 24 апреля 2010 г. С. 40–42.
23. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и практика цифровой обработки сигналов. М. : Мир, 1978. 848 с.
24. Солонина А. И., Улахович Д. А. Основы цифровой обработки сигналов. Изд. 2-е, испр. и перераб. СПб. : БХВ-Петербург, 2005. 768 с.
25. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. Цифровая обработка сигналов. Изд. 3-е, испр. М. : Техносфера, 2012. 1048 с.
26. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и практика цифровой обработки сигналов. М. : Мир, 1978. 848с.
27. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. СПб.: Питер, 2005. 608 с.
28. Солонина А. И., Улахович Д. А. Основы цифровой обработки сигналов. Изд. 2-е испр. и перераб. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 768 с.
29. Стивен Смит. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников / пер. с англ. А. Ю. Литвиновича, С. В. Витязева, И. С. Гусинского. М. : Додека-XXI, 2012. 720 с.
30. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Каскадное соединение оптимальных КИХ-фильтров с линейной фазой // Цифровая обработка сигналов, 2014, № 1. – С. 12–15.
31. Гитлин В. Б., Сизова Н. О. Выбор параметров фильтра для эффективного подавления сигналов хроматографа // Информационные технологии в науке, промышленности и образовании : сб. тр. науч.-техн. конф. факультета «Информатика и вычислительная техника» ИжГТУ. Ижевск, 24 апреля 2010 г. С. 40–42.
32. Стивен Смит. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников / пер. с англ. А. Ю. Литвиновича, С. В. Витязева, И. С. Гусинского. М. : Додека-XXI, 2012. 720 с.
33. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. / пер. с англ. М. : Бином-Пресс, 2006. 656 с.
34. Там же.
35. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Каскадное соединение оптимальных КИХ-фильтров с линейной фазой // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 1. С. 12–15.
36. Гитлин В. Б., Сизова Н. О. Выбор параметров фильтра для эффективного подавления сигналов хроматографа. // Информационные технологии в науке, промышленности и образовании : сб. тр. науч.-тех. конф. факультета Информатика и вычислительная техника ИжГТУ. – Ижевск, 24 апреля 2010 г. – С. 40-42.
37. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. / пер. с англ. М. : Бином-Пресс, 2006. 656 с.
38. Rorbaugh C. DSP Prihur MC Graw-Hill, New York, 1999
39. Crochiere R. and Rabiner L. Interpolation and Decimation of digital signals - A Tutorial Review "Proceedings of YEEE. Vob. 69, no. 3, March 1981, pp. 300-331.
40. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Dessign Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23.
41. Harris F. Digital Processing for Digital Modems. DSP word Spring design conference, Santa Clara. C.A. April 1999.
42. Dick C. Jmplementation Area Optimized Narrow band FIR Filtere using Xilinx FPCA. SPIE Interneitional Symposium on voice, video and data communications Boston/ Massachusetts, pp 227-238, Nov.1998 [http://www.xilinx.com/product/logiore/dsp/ifir.pdf].
43. Лабораторная работа № 3. Синтез оптимальных по Чебышеву цифровых КИХ-фильтров. URL: http://studfiles.net/preview/2167909.
44. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. 2-е изд. / пер. с англ. М. : Бином-Пресс, 2006. 656 с.
45. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Dessign Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt. Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23.
46. Витязев В. В., Витязев С. В. Методы синтеза узкополосного адаптивного фильтра на основе многоскоростной обработки // Цифровая обработка сигналов. 2006. № 4. С. 15–20.
47. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Система регулирования температуры термостатов хроматографа // Автоматизация и современные технологии. 2016. № 6. С. 3–9.

References

1. Solonina A.I., Ulakhovich D.A. *Osnovy tsifrovoy obrabotki signalov. Izd. 2-e ispr. i pererab.* [Basics of digital signal processing. Ed. 2nd rev. and pererabat]. SPb., BKhV-Peterburg, 2005. 768 p. (in Russ).
2. Oppenheim, Allan V.; and Schafer, Ronald W. *DISCRETE TIME SIGNAL PROCESSING*. Third edition. Published by Person Education, Inc., publishing as Prentice Hall, 2010. ISBN 978-0-13-198842-2.
3. Rabiner, Lawrence R.; Gold, Bernard. *Teoriya i primeneniye tsifrovoy obrabotki signalov* [Theory and application of digital signal processing], Moscow, Mir Publ., 1975. 847 p. (in Russ.).
4. Sergienko A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov. 2-e izd.* [Digital signal processing. 2nd ed.]. St. Petersburg, Piter Publ., 2006. 751 p. (in Russ). ISBN 5-49-008 16-9.
5. Vzduleva N.O., Gitlin V.B. [Cascade connection optimal linear phase FIR-filters]. *Tsifrovay obrabotka signalov*. 2014, no. 1, pp. 12-15 (in Russ). ISSN 1684-2634.
6. Gitlin V.B., Sizova N.O. *Vybor parametrov fil'tra dlya effektivnogo podavleniya шумов signala khromatografa* [Selection of filter parameters for effective noise suppression of the chromatograph signal]. *Informatsionnye tekhnologii v nauke, promyshlennosti i obrazovanii: Sb. tr. nauch.-tekh. konf. fakul'teta Informatika i vychislitel'naya tekhnika IzhGTU* [Proc.

Information technology in science, industry and education: Coll. works. scientific-tech conf. Faculty Computer science and computer technology IzhSTU]. Izhevsk, April 24, 2010. Pp. 40-42 (in Russ.).

7. Ponomareva N.V., Ponomareva O.V., Khvorenkov V.V. [Anharmonic Discrete Signal Envelope Detection with Hilbert Transform in the Frequency Domain]. *Informatsionnye tekhnologii v promyshlennosti*, 2018, no. 1, pp. 33-40 (in Russ.). DOI 10.22213/2410-9304-2018-1-33-40.

8. Solonina A. I., Ulakhovich D. A. *Osnovy tsifrovoi obrabotki signalov. Izd. 2-e ispr. i pererab.* [Basics of digital signal processing. Ed. 2nd rev. and pererabat]. SPb., BKhV-Peterburg, 2005. 768 p. (in Russ.).

9. Oppenheim, Allan V. and Schaffer, Ronald W. *Discrete Time Signal Processing*. Third edition. Published by Person Education, Inc., publishing as Prentice Hall, 2010 (in Russ.). ISBN 978-0-13-198842-2.

10. Rabiner, Lawrence R.; Gold, Bernard. *Teoriya i primeneniye tsifrovoi obrabotki signalov* [Theory and application of digital signal processing], Moscow, Mir Publ., 1975. 847 p. (in Russ.).

11. Sergienko A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov. 2-e izd.* [Digital signal processing. 2nd ed.]. St. Petersburg, Piter Publ., 2006. 751 p. (in Russ.). ISBN 5-49-008 16-9.

12. Lyons, Richard G. *Understanding Digital Signal Processing*. 2nd Edition. Moscow, Binom-Press Publ., 2006, 656 p. (in Russ.). ISBN 5-9518-0149-4.

13. Rorbaugh C. *DSP Prihur MC Graw-Hill*, New York, 1999.

14. Crochiere R. and Rabiner L. Interpolation and Decimation of digital signals - A Tutorial Peview "Proceedings of YEEE. Vob. 69, no. 3, March 1981, pp.300-331

15. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Dessign Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23.

16. Harris F. Digital Processing for Digital Modems. DSP word Spring design conference, Santa Clara. C.A. April 1999.

17. Dick C. Jmplementation Area Optimized Narrow band FIR Filtere using Xilinx FPCA. SPIE Interneitional Symposium on voice, video and data communications Boston/ Massachusetts, pp. 227-238, Nov. 1998 [http://www.xilinx.com/product/logiore/dsp/ifir.pdf].

18. *Laboratornaya rabota №3. Sintez optimal'nykh po Chebyshevu tsifrovyykh KIKh-fil'trov* [Laboratory work number 3. Synthesis of Chebyshev optimal digital FIR filters]. Available at <http://studfiles.net/preview/2167909>.

19. Lyons, Richard G. *Understanding Digital Signal Processing*. 2nd Edition. Moscow, Binom-Press Publ., 2006, 656 p. (in Russ.). ISBN 5-9518-0149-4.

20. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Dessign Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23

21. Vzduleva N.O., Gitlin V.B. [Cascade connection optimal linear phase FIR-filters]. *Tsifrovay obrabotka signalov*. 2014, no. 1, pp. 12-15 (in Russ.). ISSN 1684-2634.

22. Gitlin V.B., Sizova N.O. *Vybor parametrov fil'tra dlya effektivnogo podavleniya shumov signala khromatografa* [Selection of filter parameters for effective noise suppression of the chromatograph signal]. *Informatsionnye tekhnologii v nauke, promyshlennosti i obrazovanii: Sb. tr. nauch.-tekh. konf. fakul'teta Informatika i vychislitel'naya tekhnika IzhGTU* [Proc. Information technology in science, industry and education: Coll. works. scientific-tech conf. Faculty Computer science and computer technology IzhSTU]. Izhevsk, April 24, 2010. Pp. 40-42. (in Russ.).

23. Rabiner, Lawrence R.; Gold, Bernard. *Teoriya i primeneniye tsifrovoi obrabotki signalov* [Theory and application of digital signal processing], Moscow, Mir Publ., 1975. 847 p. (in Russ.).

24. Solonina A.I., Ulakhovich D.A. *Osnovy tsifrovoi obrabotki signalov. Izd. 2-e ispr. i pererab.* [Basics of digital signal processing. Ed. 2nd rev. and pererabat]. St. Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2005. 768 p. (in Russ.).

25. Oppenheim, Allan V. and Schaffer, Ronald W. *Discrete Time Signal Processing*. Third edition. Published by Person Education, Inc., publishing as Prentice Hall, 2010 (in Russ.). ISBN 978-0-13-198842-2.

26. Rabiner, Lawrence R.; Gold, Bernard. *Teoriya i primeneniye tsifrovoi obrabotki signalov* [Theory and application of digital signal processing], Moscow, Mir Publ., 1975. 847 p. (in Russ.).

27. Sergienko A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov. 2-e izd.* [Digital signal processing. 2nd ed.]. St. Petersburg, Piter Publ., 2006. 751 p. (in Russ.). ISBN 5-49-008 16-9.

28. Solonina A.I., Ulakhovich D.A. *Osnovy tsifrovoi obrabotki signalov. Izd. 2-e ispr. i pererab.* [Basics of digital signal processing. Ed. 2nd rev. and pererabat]. St. Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2005. 768 p. (in Russ.).

29. Stiven W. Smith. *Tsifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskoe rukovodstvo dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Digital signal processing. A practical guide for engineers and scientists]. Moscow, Dodeka-XXI Publ. 2012, 720 p. (in Russ.). ISBN 978-5-94120-145-7.

30. Vzduleva N.O., Gitlin V.B. [Cascade connection optimal linear phase FIR-filters]. *Tsifrovay obrabotka signalov*. 2014, no. 1, pp. 12-15 (in Russ.). ISSN 1684-2634.

31. Gitlin V.B., Sizova N.O. *Vybor parametrov fil'tra dlya effektivnogo podavleniya shumov signala khromatografa* [Selection of filter parameters for effective noise suppression of the chromatograph signal]. *Informatsionnye tekhnologii v nauke, promyshlennosti i obrazovanii: Sb. tr. nauch.-tekh. konf. fakul'teta Informatika i vychislitel'naya tekhnika IzhGTU* [Proc. Information technology in science, industry and education: Coll. works. scientific-tech conf. Faculty Computer science and computer technology IzhSTU]. Izhevsk, April 24, 2010. Pp. 40-42. (in Russ.).

32. Stiven W. Smith. *Tsifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskoe rukovodstvo dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Digital signal processing. A practical guide

for engineers and scientists]. Moscow, Dodeka-XXI Publ. 2012, 720 p. (in Russ.). ISBN 978-5-94120-145-7.

33. Lyons, Richard G. Understanding Digital Signal Processing. 2nd Edition. Moscow, Binom-Press Publ., 2006, 656 p. (in Russ.). ISBN 5-9518-0149-4.

34. Ibid.

35. Vzduleva N.O., Gitlin V.B. [Cascade connection optimal linear phase FIR-filters]. *Tsifrovay obrabotka signalov*. 2014, no. 1, pp. 12-15 (in Russ.). ISSN 1684-2634.

36. Gitlin V.B., Sizova N.O. *Vybor parametrov fil'tra dlya effektivnogo podavleniya shumov signala khromatografa* [Selection of filter parameters for effective noise suppression of the chromatograph signal]. *Informatsionnye tekhnologii v nauke, promyshlennosti i obrazovanii: Sb. tr. nauch.-tekhn. konf. fakul'teta Informatika i vychislitel'naya tekhnika IzhGTU* [Proc. Information technology in science, industry and education: Coll. works. scientific-tech conf. Faculty Computer science and computer technology IzhSTU]. Izhevsk, April 24, 2010. Pp. 40-42. (in Russ.).

37. Lyons, Richard G. Understanding Digital Signal Processing. 2nd Edition. Moscow, Binom-Press Publ., 2006, 656 p. (in Russ.). ISBN 5-9518-0149-4.

38. Rorbaugh C. DSP Prihur MC Graw-Hill, New York, 1999.

39. Crochiere R. and Rabiner L. Interpolation and Decimation of digital signals - A Tutorial Review "Proceedings of YEEE. Vob.69, No. 3, March 1981, pp.300-331.

40. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Design Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23.

41. Harris F. Digital Processing for Digital Modems. DSP word Spring design conference, Santa Clara. C.A. April 1999.

42. Dick C. Implementation Area Optimized Narrow band FIR Filter using Xilinx FPCA. SPIE International Symposium on voice, video and data communications Boston/ Massachusetts, pp 227-238, Nov.1998
[<http://www.xilinx.com/product/logiore/dsp/ifir.pdf>]

43. *Laboratornaya rabota №3. Sintez optimal'nykh po Chebyshevu tsifrovyykh KIKh-fil'trov* [Laboratory work number 3. Synthesis of Chebyshev optimal digital FIR filters]. Available at <http://studfiles.net/preview/2167909>.

44. Lyons, Richard G. Understanding Digital Signal Processing. 2nd Edition. Moscow, Binom-Press Publ., 2006, 656 p. (in Russ.). ISBN 5-9518-0149-4.

45. Kaiser J. Nonrecursive Digital Filter Design Using Jo-sinh Window Function. Proc. 1974 YEEE Jnt.Symp. Circuits Systems, April 1974, pp. 20-23.

46. Vityazev V.V., Vityazev S.V. [Methods for the synthesis of narrow-band adaptive filter based on multi-speed processing] *Tsifrovaya obrabotka signalov*. 2006. No. 4. Pp. 15-20 (in Russ.).

47. Vzduleva N.O., Gitlin V.B. [Temperature control system thermostats chromatograph]. *Avtomatizatsiya i sovremennye tekhnologii*. 2016. No. 6, pp. 3-9 (in Russ.).

Evaluation of Frequency Characteristics Approximation Error at the Output of Fir-Filter Calculated by Parks-McClellan Algorithm

N. O. Vzduleva, Software engineer, Izhevsk Electromechanical Plant "Kupol" JSC

V. B. Gitlin, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU

A method for designing a high-order FIR filter calculated by the Parks-McClellan algorithm is considered in the paper. It is shown that the reasons for the limited order of the filter are errors describing Chebyshev polynomials arising from the discrete representation of polynomials. The separation of the projected filter into cascades of the same order allows to ensure the optimal construction of the filter while maintaining the linearity of its phase-frequency characteristics. The estimates of the errors of approximation of the amplitude frequency response of the filter in case of its cascade implementation are given. It is shown that the method of designing a filter made as a cascade connection is simplified compared to designing a high order filter; the amount of memory allocated for storing filter coefficients decreases, the approximation error in the retention band decreases, but the approximation error in the passband increases in proportion to the number of stages.

Keywords: FIR filter, Parks-McClellan algorithm, cascade construction of filters, Chebyshev polynomials, approximation errors

Получено: 13.05.19