

УДК 621.372

DOI: 10.22213/2410-9304-2019-2-65-72

ВЕРТИКАЛЬНАЯ СКОЛЬЗЯЩАЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНАЯ ОБРАБОТКА ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

А. В. Пономарев, кандидат экономических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Предложен метод вертикальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области – метод быстрого вертикально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье. Рассмотрено математическое представление двумерного дискретного преобразования Фурье в алгебраической и матричной форме. На основе анализа свойств двумерного дискретного преобразования Фурье рассмотрен метод двухэтапного его нахождения на базе одномерного быстрого преобразования Фурье. Предложен эффективный метод вертикально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье. Разработанный в рамках предложенного метода алгоритм позволяет вычислять коэффициенты (бины) данного преобразования в реальном масштабе времени. Проведена оценка эффективности алгоритма вертикально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье с точки зрения вычислительных затрат в сравнении с известными алгоритмами. Экспериментальные исследования, проведенные на модельных двумерных дискретных сигналах, показали обоснованность, эффективность и достоверность предложенного метода и алгоритма. Построены поверхности относительной экономии вычислений в разработанном алгоритме в сравнении со стандартным алгоритмом вертикально скользящей обработки двумерных дискретных сигналов.

Ключевые слова: дискретный сигнал, обработка сигналов, прямое двумерное дискретное преобразование Фурье, спектр, пространственно-частотная область.

Введение

Методы цифровой обработки дискретных двумерных сигналов занимают важное место и играют значительную роль в различных областях научных исследований. Эти методы имеют самое широкое приложение в таких, например, предметных областях, как медицина, сейсмология, криминалистика, метеорология, геология, технический контроль и диагностика, астрономические исследования, все разделы акустики. Такое положение дел во многом объясняется высокой информативностью дискретных двумерных сигналов, в которых содержится информация о свойствах, состояниях и характеристиках исследуемых сложных естественных или технических систем.

Прямое двумерное дискретное преобразование Фурье (прямое ДДПФ), позволяющее получать двумерный пространственно-частотный спектр, является классическим методом пространственно-частотной обработки двумерных дискретных сигналов [1–29]. Данное преобразование позволяет находить значения двумерного пространственно-частотного спектра исходного сигнала на всех пространственных частотах. Однако на практике часто необходимо находить значения двумерного пространственно-частотного спектра не на всех пространственных частотах, а на одной из частот или их подмножестве [30]. В этих случаях непосредственное применение прямого ДДПФ, даже при использовании одномерного быстрого преобразования Фурье (БПФ), становится малоэффективным,

поскольку при этом большая часть полученных коэффициентов (бинов) прямого ДДПФ не используется.

Целью данной работы является разработка метода и алгоритма вертикальной скользящей пространственно-частотной обработки двумерных дискретных сигналов на основе двумерного дискретного преобразования Фурье.

Пусть задан дискретный двумерный комплексный сигнал $x(n_1, n_2)$ в виде двумерной последовательности конечной длины (т. е. при $0 \leq n_1 \leq (N_1 - 1)$ и $0 \leq n_2 \leq (N_2 - 1)$) на плоскости в прямоугольной опорной области.

Прямое двумерное дискретное преобразование Фурье (прямое ДДПФ) двумерного сигнала $x(n_1, n_2)$, которое представляет собой частный случай прямого двумерного z-преобразования

$$S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) = X(z_1, z_2) \Big|_{z_1 = W_{N_1}^{k_1}, z_2 = W_{N_2}^{k_2}}, \quad (1)$$

может быть математически описано в алгебраической или в матричной форме.

Алгебраическая форма прямого ДДПФ:

$$\begin{aligned} S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) &= \\ &= \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{k_1 n_1}{N_1} + \frac{k_2 n_2}{N_2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \cdot W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2}; \quad (2) \end{aligned}$$

$$\times X_{N_1 \times N_2} \cdot [W_{N_2}^{m_2 \cdot 0}, W_{N_2}^{m_2 \cdot 1}, \dots, W_{N_2}^{m_2 \cdot (N_1-1)}]^T, \quad (7)$$

где T – символ транспонирования.

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, НУЛЕВОЙ СДВИГ

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

a

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, СДВИГ ВС⁻

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

b

Рис. 1. Пример вертикального скольжения дискретного пространственного окна анализа размером 3x3 по двумерному дискретному сигналу: a – нулевой сдвиг; b – сдвиг ВС⁻ на один отсчет

На получение отдельного бина прямого ДДПФ на пространственной частоте (m_1, m_2) необходимо затратить $N_1 \cdot (N_2 + 1)$ комплексных умножений и $(N_2 - 1) \cdot (N_1 + 1)$ комплексных сложений. Поскольку выполнение одного комплексного умножения требует четырех действительных умножений и двух действительных сложений, а одно комплексное сложение – двух действительных сложений, то на получение одного значения бина прямого ДДПФ необходимо затратить $4 \cdot N_1 \cdot (N_2 + 1)$ действительных умножений и $4 \cdot N_1 N_2 + 2 \cdot (N_1 - 1)$ действительных сложений. Подчеркнем, что этот объем вычислений необходимо выполнять при каждом сдвиге двумерного пространственного окна анализа по двумерному сигналу $x(n_1, n_2)$ (рис. 1). В то же время из рис. 1 нетрудно видеть, что при единичном сдвиге двумерного окна по сигналу $x(n_1, n_2)$ большое число значений матрицы $X_{N_1 \times N_2}$ в пространственном окне анализа остается неизменным.

Рассмотрим метод ВС⁻ скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в простран-

ственно-частотной области, который позволяет устранить указанную избыточность при нахождении коэффициента (бина) двумерного дискретного преобразования $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$ на пространственной частоте (m_1, m_2) .

Введем обозначение $S_{N_1, N_2}^{(m_1, m_2)}(r)$ для коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$, полученного при сдвиге ВС⁻ пространственного окна анализа на r отсчетов вниз по двумерному дискретному сигналу $x(n_1, n_2)$:

$$S_{N_1, N_2}^{(k_1, k_2)}(-r) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[(n_1 + r), (n_2)] \cdot W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2}, \quad (8)$$

где $r = 0, 1, 2, \dots$

Из соотношения (8) непосредственно следует, что при $r = 0$

$$S_{N_1, N_2}^{(m_1, m_2)}(0) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \cdot W_{N_1}^{m_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{m_2 n_2}; \quad (9)$$

а при $r = 1$

$$S_{N_1, N_2}^{(m_1, m_2)}(-1) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[(n_1 + 1), n_2] \cdot W_{N_1}^{m_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{m_2 n_2}. \quad (10)$$

Используя свойство разделимости ядра ПДДПФ, представим выражение (9) и выражение (10) в следующем виде:

$$S_{N_1, N_2}^{(m_1, m_2)}(0) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W_{N_1}^{m_1 n_1} \left\{ \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \cdot W_{N_2}^{m_2 n_2} \right\}; \quad (11)$$

$$S_{N_1, N_2}^{(m_1, m_2)}(-1) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W_{N_1}^{m_1 n_1} \left\{ \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[(n_1 + 1), n_2] \cdot W_{N_2}^{m_2 n_2} \right\}. \quad (12)$$

Если обозначить результаты одномерного ДПФ на частоте m_2 при нулевом и единичном сдвиге через $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(0)$ и $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(-1)$ соответственно, то несложно установить, что выражения в фигурных скобках формул (11) и (12) связаны между собой следующим соотношением:

$$S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(-1) = S_{N_2}^{((n_1+1), m_2)}(0); \quad n_1 = \overline{0, N_1 - 2}. \quad (13)$$

Значение $S_{N_2}^{((N_1-1), m_2)}(-1)$ необходимо найти дополнительно путем произведения m_2 столбца матрицы $F_{N_2 \times N_2}^{(1)}$ на $(N_1 - 1)$ строку матрицы $X_{N_1 \times N_2}$ после BC^- -сдвига (7).

Формулой (13) определен метод скользящей обработки при сдвиге BC^- в пространственно-частотной области, позволяющий рекуррентно вычислить коэффициент двумерного дискретного преобразования $S_{N_1, N_2}^{(m_1, m_2)}(-r)$ на пространственной частоте (m_1, m_2) по отсчетам входного сигнала $x[(n_1 - r), (n_2)]$ $n_1 = \overline{0, N_1 - 1}$, $n_2 = \overline{0, N_2 - 1}$, $r = 1, 2, 3, \dots$

Приведем алгоритм, реализующий разработанный метод скользящей обработки при BC^- -сдвиге в пространственно-частотной области, который позволяет с помощью рекуррентной процедуры находить коэффициент двумерного дискретного преобразования $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(r)$ на r -шаге, используя результат предыдущего шага – $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(r - 1)$.

Алгоритм вертикальной скользящей обработки в пространственно-частотной области при BC^- -сдвиге двумерных дискретных сигналов

1. Найти столбцевую матрицу $S_{N_2}(n_1, m_2)$ размером N_1 путем умножения базисной функции длительностью N_2 и частоты m_2 на матрицу дискретного двумерного сигнала $x(n_1, n_2)$.

2. Запомнить столбцевую матрицу $S_{N_2}(n_1, m_2)$ как столбцевую матрицу $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(0)$.

3. Вычислить значение коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$ путем умножения столбцевой матрицы $S_{N_2}(n_1, m_2)$ на базисную функцию длительностью N_1 и частоты m_1 . Этим этапом заканчивается выход алгоритма на рабочий режим.

4. Осуществить BC^- -сдвиг дискретного пространственного окна на один отсчет вниз по двумерному сигналу $x(n_1, n_2)$ и получить матрицу дискретного двумерного сигнала $x[(n_1 - 1), n_2]$.

5. Сформировать согласно соотношению (13) столбцевую матрицу $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(-1)$.

6. Вычислить значение коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$, путем умножения столбцевой матрицы $S_{N_2}^{(n_1, m_2)}(-1)$ на базисную функцию длительностью N_1 и частоты m_1 .

7. Перейти к выполнению пункта № 4.

Рассмотрим эффективность предлагаемого алгоритма вертикальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области в сравнении со стандартным методом получения коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$. Выполнив несложные выкладки можно установить, что:

- стандартный алгоритм скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области требует для получения коэффициента $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$ двумерного дискретного преобразования $4 \cdot N_1 \cdot (N_2 + 1)$ действительных умножений и $4 \cdot N_1 \cdot N_2 + 2 \cdot (N_1 - 1)$ действительных сложений;

- предлагаемый алгоритм скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области после выхода на рабочий режим требует для получения коэффициента $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$ двумерного дискретного преобразования $4 \cdot (N_1 + N_2)$ действительных умножений и $4 \cdot (N_1 + N_2 - 1)$ действительных сложений.

Введем критерий эффективности предлагаемого алгоритма B , в качестве которого используем относительную экономию вычислений при применении сравниваемых алгоритмов A и B :

$$\gamma = \frac{\text{число операций в алгоритме } A - \text{число операций в алгоритме } B}{\text{число операций в алгоритме } A} \cdot 100\% \quad (14)$$

Под числом операций в соотношении (14) будем понимать число действительных умножений или число действительных умножений и сложений (в случае применения высокоскоростных умножителей) в сравниваемых алгоритмах. На рис.

2 и 3 приведена, соответственно, относительная экономия операций умножения, умножения и сложения в процентах при применении разработанного алгоритма в сравнении со стандартным алгоритмом получения бина $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$.

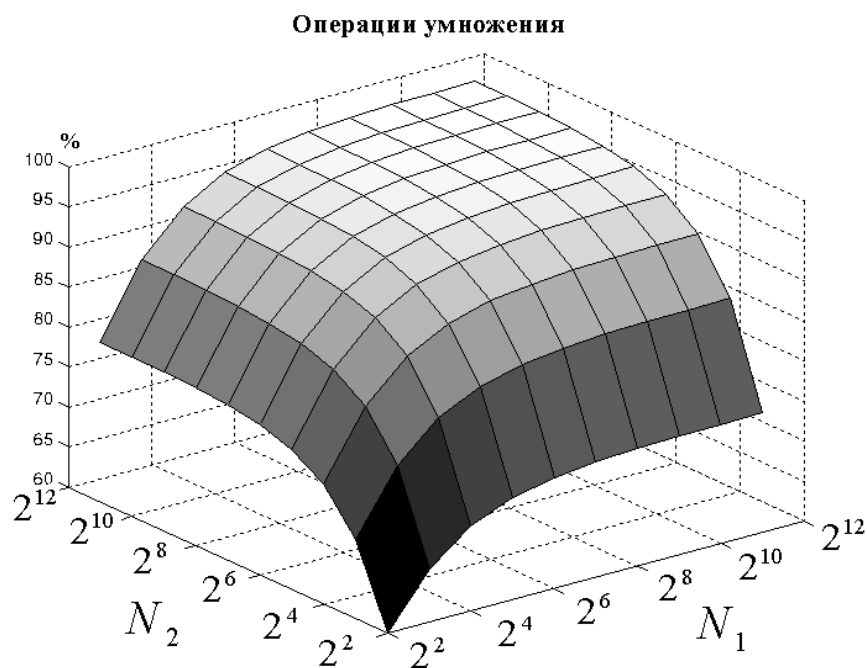


Рис. 2. Относительная экономия умножений γ в процентах в сравнении со стандартным алгоритмом

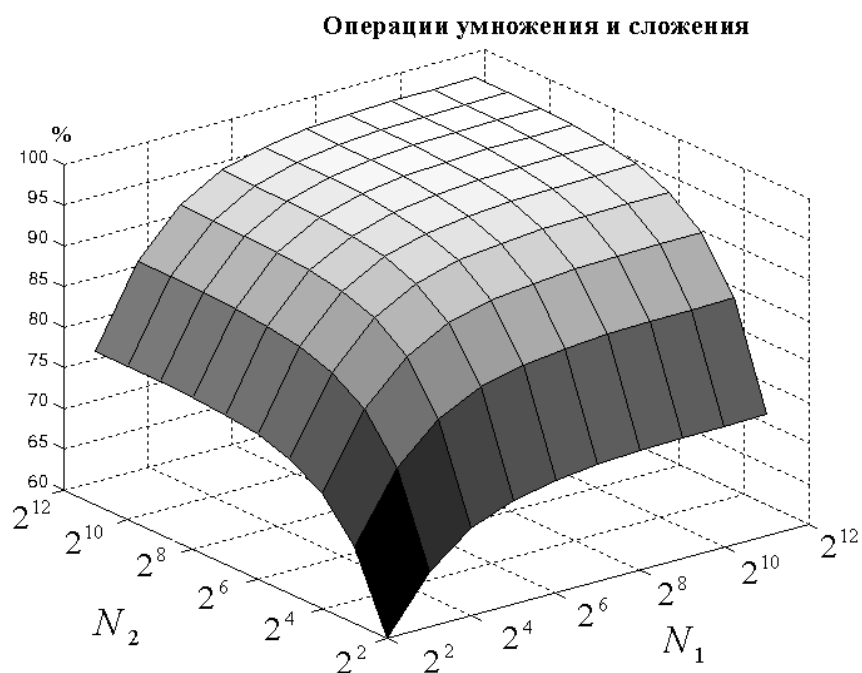


Рис. 3. Относительная экономия умножений и сложений γ в процентах в сравнении со стандартным алгоритмом

Выводы

Разработан эффективный метод и алгоритм вертикально скользящего прямого двумерного дискретного преобразования Фурье, которые позволяют вычислять коэффициенты данного преобразования в реальном масштабе времени.

Оценивание предложенного метода и алгоритма вертикально скользящего прямого двумерного дискретного преобразования Фурье с

точки зрения вычислительных затрат в сравнении с известными алгоритмами доказало их эффективность.

В результате экспериментальных исследований доказана достоверность и обоснованность предложенного метода и алгоритма вертикально скользящей двумерной дискретной обработки сигналов.

Библиографические ссылки

1. Пономарева О. В. Основы теории дискретных косвенных измерений параметров сигналов. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2016. 172 с.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. М. : Мир, 1978. 839 с.
3. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / пер. с англ. М. : Мир, 1990. 584 с.
4. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 pages.
5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений : в 2 книгах / пер. с англ. М. : Мир, 1982. 790 с.
6. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарев А. В. Измерение временных спектров дискретных сигналов на конечных интервалах // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2016. Т. 19. № 2. С. 80–83.
7. Пономарева О. В. Развитие теории и разработка методов и алгоритмов цифровой обработки информационных сигналов в параметрических базах Фурье: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.01. Ижевск, 2016. 357 с.
8. Пономарева О. В., Пономарев А. В. Восстановление значений непрерывных частотных спектров дискретных сигналов методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2015. Т. 18. № 3. С. 88–91.
9. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Тенденции развития дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов // Метрология. 2017. № 1. С. 20–32.
10. Пономарева О. В. Неинвариантность скользящего энергетического параметрического Фурье-спектра действительных тональных сигналов // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 2. С. 7–14.
11. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарев В. А. Измерение скользящего взвешенного энергетического дискретно-временного спектра тональных компонент // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 2 (24). С. 126–132.
12. Пономарева О. В. Измерение спектров комплексных сигналов на конечных интервалах методом аperiodического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 1 (23). С. 100–107.
13. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области // Современные информационные и электронные технологии. 2014. Т. 1. № 15. С. 183–184.
14. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Иерархическое морфологическо-информационное описание систем функционального диагностирования объектов // Современные информационные и электронные технологии. 2013. Т. 1. № 14. С. 121–124.
15. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Формализованное описание погрешности измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными измерительными средствами // Современные информационные и электронные технологии. 2013. Т. 2. № 14. С. 90–93.
16. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье-спектра действительных дискретных сигналов на конечных интервалах // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2014. № 1. С. 15–22.
17. Пономарева Н. В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 26–32.
18. Пономарева Н. В., Пономарева О. В., Хворенков В. В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33–40.
19. Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Локализация спектральных пиков методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 2 (29). С. 15–18.
20. Пономарева Н. В. Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики – MATLAB // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 32–34.
21. Пономарева О. В., Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Применение временных окон в векторном анализе дискретных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 2 (29). С. 19–21.
22. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Инверсия дискретного времени и параметрическое дискретное преобразование Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 25–31.
23. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Обобщение дискретного преобразования Фурье для интерполяции во временной области // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1983. Т. XXVI. № 9. С. 67–68.
24. Пономарева О. В. Инвариантность скользящего энергетического спектра Фурье дискретных сигналов в базисной системе параметрических экспоненциальных функций // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2014. № 2 (62). С. 102–106.
25. Пономарева О. В., Алексеев В. А., Пономарев А. В. Быстрый алгоритм измерения спектра действительных сигналов методом аperiodического дискретного преобразования Фурье // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2014. № 2 (62). С. 106–109.
26. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье - спектра комплексных дискретных сигналов на конечных интервалах // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2014. № 2. С. 8–16.
27. Пономарева О. В., Пономарев В. А. Измерение текущего энергетического фурье-спектра комплекс-

ных и действительных сигналов на конечных интервалах // Интеллектуальные системы в производстве. 2013. № 2 (22). С. 149–157.

28. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарев А. В. Обобщенная функционально-структурная модель информационно-измерительных систем функционального диагностирования объектов // Современные информационные и электронные технологии. 2013. Т. 1. № 14. С. 115–118.

29. Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Модификация фильтра на основе частотной выборки путем обобщения разностного уравнения нерекурсивного гребенчатого фильтра // Современные информационные и электронные технологии. 2013. Т. 1. № 14. С. 244–247.

30. Пономарева О. В. Горизонтальная скользящая пространственно-частотная обработка двумерных дискретных действительных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. № 1. С. 78–87.

References

1. Ponomareva O.V. *Osnovy teorii diskretnykh kosvennykh izmerenij parametrov signalov* [Fundamentals of the theory of discrete indirect measurement parameters of signals]. Izhevsk, IzhGTU Publ., 2016, 172 p. (in Russ.).
2. Rabiner L., Gould B. *Teoriya i primeneniye cifrovoj obrabotki signalov. Perevod s angl.* [Theory and application of digital signal processing]. Moscow, World Publ., 1978, 839 p. (in Russ.).
3. Marpl-ml. S.L. *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozheniya: Perevod s angl.* [Digital Spectral Analysis and its Applications]. Moscow, World Publ., 1990, 584 p. (in Russ.).
4. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 pages.
5. Preht U. *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij. V 2-h knigah. Perevod s angl.* [Digital image processing]. Moscow, World Publ., 1982, 790 p. (in Russ.).
6. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Measurement of time spectra of discrete signals at finite intervals] *Vestnik IzhGTU imeni M.T.Kalashnikova*, 2016, vol. 19, no. 2, pp. 80-83 (in Russ.).
7. Ponomareva O.V. *Razvitie teorii i razrabotka metodov i algoritmov cifrovoj obrabotki informacionnykh signalov v parametricheskikh bazisah Fur'e* [Development of the theory and development of methods and algorithms for digital processing of information signals in parametric Fourier bases]. PhD thesis Izhevsk, 2016, 357 p. (in Russ.).
8. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Recovery of values of continuous frequency spectra of discrete signals by the method of parametric discrete Fourier transform]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T.Kalashnikova*, 2015, vol. 18, no. 3, pp. 88-91 (in Russ.).
9. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Trends in the development of discrete indirect measurements of the parameters of electrical signals]. *Metrology*, 2017, no.1, pp. 20-32 (in Russ.).
10. Ponomareva O.V. [Noninvariance of the sliding energy parametric Fourier spectrum of real tonal signals]. *Cifrovaya obrabotka signalov*, 2014, no. 2, pp. 7-14 (in Russ.).
11. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomarev V.A. *Izmerenie skol'zyashchego vzveshennogo ehnergeticheskogo diskretno-vremennogo spektra tonal'nykh komponent* [Measurement of weighted sliding discrete-time energy spectrum of tonal components]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2014, no. 2(24), pp. 126-132 (in Russ.).
12. Ponomareva O.V. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellectual systems in production*, 2014, no. (23) pp. 100-107.2014 (in Russ.).
13. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [The method of fast calculation of the discrete Hilbert transform in the frequency domain]. *Modern information and electronic technologies*, 2014, no.15, pp. 183-184 (in Russ.).
14. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. [Hierarchical morphological and informational description of the systems of functional diagnostics of objects]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, no.14, pp. 121-124 (in Russ.).
15. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. Formalized description of the measurement error of the probabilistic characteristics of random processes with processor measurement tools] *Modern information and electronic technologies*, 2013, no.14, pp. 90-93 (in Russ.).
16. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of real discrete signals at finite intervals]. *Technology and design in electronic equipment*, 2014, no.1, pp.15-22 (in Russ.).
17. Ponomareva N.V. [Problems of computer spectral signal processing in musical acoustics] *Intellectual systems in production*, 2018, vol. 16, no.1, pp. 26-33 (in Russ.).
18. Ponomareva N.V., Ponomareva O.V., Hvorenkov V.V. [Determination of anharmonic discrete signal envelope based on the Hilbert transform in the frequency domain]. *Intelligent systems in production*, 2018, vol.16, no.1, pp.33-40 (in Russ.).
19. Ponomareva N.V., Ponomareva V.YU. [Localization of spectral peaks by the parametric discrete Fourier transform method]. *Intellectual systems in production*, 2016, no. 2 (29), pp.15-18 (in Russ.).
20. Ponomareva N.V. [Pre-processing of discrete signals in spectral analysis in the computer mathematics system MATLAB]. *Intellectual systems in production*, 2016, no. 4 (31). pp. 32-34 (in Russ.).
21. Ponomareva O.V., Ponomareva N.V., Ponomareva V.YU. [The use of time windows in the vector spectral analysis of discrete signals]. *Intelligent systems in production*. 2016, no.4 (31), pp.19-21 (in Russ.).

22. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [Discrete time inversion and parametric discrete Fourier transform]. *Intellectual systems in production*, 2016, no. 4 (31). pp.25-31 (in Russ.).

23. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Generalization of the discrete Fourier transform for interpolation in the time domain]. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, 1983, vol. XXVI, no. 9, pp. 67 - 68 (in Russ.).

24. Ponomareva O.V. [Invariance of the Fourier sliding energy spectrum of discrete signals in the basic system of parametric exponential functions]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T.Kalashnikova*, 2015, no. 2 (62), pp.102-106 (in Russ.).

25. Ponomareva O.V., Alekseev V.A., Ponomarev A.V. [Fast algorithm for measuring the spectrum of real signals by the aperiodic discrete Fourier transform method]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T.Kalashnikova*, 2015, no. 2 (62), pp.106-109 (in Russ.).

26. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of complex discrete signals at finite intervals]. *News of higher*

educational institutions of Russia. Radio electronics, 2014, no.2, pp.8-16 (in Russ.).

27. Ponomareva O.V., Ponomarev V.A. [Measurement of the current energy Fourier spectrum of complex and real discrete signals at finite intervals]. *Intellectual systems in production*, 2013, no.2 (22), pp. 149-157 (in Russ.).

28. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Generalized functional-structural model of information-measuring systems for functional diagnostics of objects]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, vol. 1, no. 14. – pp. 115 - 118.

29. Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [Filter modification based on frequency sampling by generalizing the difference equation of a non-recursive comb filter]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, vol. 1, no. 14. – pp. 244 - 247.

30. Ponomareva O.V. [Horizontal sliding spatial-frequency processing of two-dimensional discrete real signals]. *Intellectual systems in production*, 2019, no. 1, pp. (in Russ.).

Vertical Sliding Spatial-Frequency Discrete Signal Processing

A. V. Ponomarev, PhD in Economics, Associate Professor, Kalashnikov ISTU

The method of vertical sliding processing of two-dimensional discrete signals in the spatial – frequency domain (the method of fast vertically sliding two-dimensional discrete Fourier transform) is proposed. The mathematical representation of two-dimensional discrete Fourier transform in algebraic and matrix form is considered. Two-step method of finding coefficients of two-dimensional discrete Fourier transform based on one dimensional Fast Fourier transform is considered. An efficient method of vertically sliding two-dimensional discrete Fourier transform is proposed. The algorithm developed within the framework of the proposed method allows to calculate the coefficients (bins) of this transformation in real time. The efficiency of the algorithm of vertically sliding two-dimensional discrete Fourier transform is evaluated in computational cost terms in comparison with the known algorithms. Experimental studies on the two-dimensional discrete signal models showed the validity, efficiency and reliability of the proposed method and algorithm. The surfaces of the relative savings of calculations in the developed algorithm are constructed in comparison with the standard algorithm of vertically sliding processing of two-dimensional discrete signals.

Keywords: spatial-frequency domain, discrete signal, signal processing, direct two-dimensional discrete Fourier transform, spectrum, spatial-frequency domain, fast Fourier transform.

Получено: 04.03.19