

УДК 621.372

DOI: 10.22213/2410-9304-2019-2-73-80

ТЕОРЕТИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ И АКСИОМЫ ИХ ИЗМЕРЕНИЯ

О. В. Пономарева, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Рассмотрены вопросы теории измерения теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных сигналов. Показано, что теория дискретных статистических измерений является основой методов и алгоритмов цифровой обработки на конечных интервалах случайных дискретных информационных сигналов. Теория статистических измерений теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных информационных сигналов, являясь прикладным научным направлением, имеет в своем составе как математическую, так и измерительную часть. Подчеркивается, что в научно-практической литературе вопросы содержания и соотношения между собой этих частей теории дискретных статистических измерений излагаются не вполне корректно, часто неполно и довольно сбивчиво. В работе исследованы вопросы содержания и соотношения между собой этих частей теории статистических измерений теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных информационных сигналов. Рассмотрены два взаимосвязанных, но не подменяющих друг друга направления в обработке стационарных случайных дискретных информационных сигналов: гармонический корреляционный анализ. Показано, что даже при выборе исследователем корреляционного подхода обработку стационарных СДИС эффективнее проводить в спектральной области с последующим переходом в корреляционную область. Рассмотрены вопросы оценивания теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных информационных сигналов и аксиом их измерения на конечных интервалах.

Ключевые слова: гармонический, временной подход, случайный дискретный сигнал, теоретико-вероятностные характеристики сигнала.

Введение

В основе методов и алгоритмов цифровой обработки на конечных интервалах случайных дискретных информационных сигналов лежит теория измерения теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных сигналов (теория дискретных статистических измерений). Современное состояние теории статистических измерений достаточно полно отражено в работе [1] и литературе к ней.

Статистические измерения теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных сигналов являются прикладным научным направлением и, как и любая математическая теория, ориентированная на практическое приложение, имеют в своем составе как математическую, так и измерительную часть [2]. В научно-практической литературе вопросы содержания и соотношения между собой этих частей теории дискретных статистических измерений излагаются не вполне корректно, часто неполно и довольно сбивчиво. Отсутствие должного внимания этому вопросу часто приводит к ошибочным научным и практическим выводам.

В рамках корреляционной теории описание исследуемого дискретного случайного информационного сигнала проводится с помощью моментов первых двух порядков. Эти теоретико-вероятностные характеристики случайных дискретных стационарных (по А. Я. Хинчину) сигналов, совместно с аналитическими и стохастическими свойствами дискретного преоб-

зования Фурье, составляют основу математической части теории дискретных статистических измерений.

В измерительной части теории дискретных статистических измерений задаются способы (принципы) измерения теоретико-вероятностных характеристик, которые назовем аксиомами измерения. Они отвечают на вопрос, каким образом на практике можно измерить те или иные теоретико-вероятностные характеристики случайных дискретных сигналов. Подчеркнем, что именно наличие адекватных аксиом измерения позволяет делать выводы о соответствии (или несоответствии) теоретических положений на практике.

Аксиомы измерения теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных информационных сигналов

Исторически сложилось два взаимосвязанных, но не подменяющих друг друга направления в обработке стационарных случайных дискретных информационных сигналов (стационарные СДИС):

- гармонический подход (называемый также спектральным или частотным подходом);
- временной (корреляционный) подход.

Каждый из этих подходов имеет как преимущества, так и недостатки. Однако с появлением эффективных алгоритмов получения коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ) – алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ), гармонический подход

получил дополнительное (если не сказать решающее) преимущество перед временным подходом. Оказалось, что даже при выборе исследователем корреляционного (временного) подхода обработку стационарных СДИС эффективнее проводить в спектральной области с последующим переходом в корреляционную область.

Прежде чем переходить к рассмотрению теоретико-вероятностных характеристик стационарных СДИС и аксиом их измерения на конечных интервалах, сделаем ряд замечаний и дадим краткие пояснения по применяемому понятию аппарату. Необходимость этого связана с тем, что, к сожалению, понятия, термины и определения, принятые в *математической* и в *технической* литературе, очень часто не совпадают. При этом терминология, применяемая авторами прикладных публикаций по обработке СДИС в различных предметных областях, может заметно различаться между собой. Например, часто путают свойства дискретного преобразования Фурье со свойствами непрерывно-временного преобразования Фурье и/или дискретно-временного преобразования Фурье.

При изложении вопросов оценивания теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных информационных сигналов и аксиом их измерения на конечных интервалах автор делает (аналогично работам [3, 4]) различие между следующими оценками теоретико-вероятностных характеристик СДИС стационарных по А. Я. Хинчину (т. е. в широком смысле):

– *выборочная оценка* (оценка, полученная в конкретном эксперименте, *estimates*). В работе приняты следующие обозначения для выборочных оценок математического ожидания, корреляционной функции, дисперсии, энергетического спектра и параметрического энергетического спектра: $M_{x,N}$, $K_{x,N}(r)$, $K_{x,N}^1(r)$, $D_{x,N}$, $G_{x,N}(k)$, $G_{x,N}(k, \theta)$;

$$K_{x,N}(r) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|r|} [X(n) - M_{x,N}][X(n+|r|) - M_{x,N}], & |r| \leq N-1; \\ 0 & |r| > N-1 \end{cases} \quad (2)$$

или

$$K_{x,N}^1(r) = \begin{cases} \frac{1}{N-|r|} \sum_{n=0}^{N-|r|} [X(n) - M_{x,N}][X(n+|r|) - M_{x,N}], & |r| \leq N-1; \\ 0 & |r| > N-1; \end{cases} \quad (3)$$

для дисперсии D_X :

– *оценка, рассматриваемая как случайная величина (estimators)*. В работе приняты следующие обозначения для оценок математического ожидания, корреляционной функции, дисперсии, энергетического спектра и параметрического энергетического спектра: $M_{x,N}$, $K_{x,N}(r)$, $K_{x,N}^1(r)$, $D_{x,N}$, $G_{x,N}(k)$, $G_{x,N}(k, \theta)$;

– *истинные (теоретические) значения характеристик стационарных случайных сигналов (the theoretical value)*. В статье приняты следующие обозначения истинных значений математического ожидания, корреляционной функции, дисперсии, энергетического спектра и параметрического энергетического спектра: M_X , $K_X(r)$, D_X , $\Gamma_X(k)$, $\Gamma_X(k, \theta)$.

В случае дискретного варианта возможны две интерпретации реализации СДИС $x_k(n)$, $n = \overline{0, N-1}$. С одной стороны, ее можно считать значением $X_{N,x} = [(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})]^T$ (здесь T – символ операции транспонирования) N -мерной случайной величины $X_N = (X_0, X_1, \dots, X_{N-1})$, с другой – отрезком $x(n)$, $n = \overline{0, N-1}$ СДИС $X(n)$. В работе применяются оба эти подхода.

Остановимся кратко на таком важном вопросе, как выбор аксиом измерения (*способов измерения, процедур оценивания*) теоретико-вероятностных характеристик СДИС.

На практике, благодаря работам по спектральному анализу и математической статистике [5, 6], широкое распространение получили следующие аксиомы измерения теоретико-вероятностных характеристик стационарных СДИС $X(n)$, $n = \overline{0, N-1}$:

для математического ожидания M_X :

$$M_{x,N} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n); \quad (1)$$

для корреляционной функции $K_X(r)$:

$$D_{X,N} = \frac{N}{N-1} K_{X,N}(0); \quad (4)$$

для энергетического спектра $G_X(k)$:

$$G_{X,N}(k) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} X(n) W_N^{(k)n} \right|^2; \\ W_N = \exp(-j2\pi / N); k = \overline{(0, N-1)}; \quad (5)$$

для параметрического энергетического спектра $G_X(k, \theta)$:

$$G_{X,N}(k, \theta) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} X(n) W_N^{(k+\theta)n} \right|^2; \\ W_N = \exp(-j2\pi / N); k = \overline{(0, N-1)}; 0 \leq \theta < 1. \quad (6)$$

Сделаем два замечания по рассмотренным аксиомам измерения теоретико-вероятностных характеристик стационарных СДИС. Во-первых, они *выбраны по интуиции* и не являются оптимальными в смысле какого-либо критерия. Во-вторых, оценки $K_{X,N}(r)$ (2), $K_{X,N}^1(r)$ (3) обладают *свойством эргодичности* (свойство, при котором среднее по времени сходится по вероятности к среднему по ансамблю). Математическое ожидание оценок: $M_{X,N}$ сходится по вероятности к M_X , $K_{X,N}(r)$ и $K_{X,N}^1(r)$ сходится по вероятности к $K_X(r)$, а их дисперсии пропорциональны $1/N$. В то же время оценка $G_{X,N}(k)$ свойством эргодичности не обладает [7–9]. Отметим, что ошибочная посылка: *если оценка обладает эргодическим свойством, то и ее Фурье-преобразование обладает этим же свойством* – была источником многих заблуждений при измерениях теоретико-вероятностных характеристик случайных сигналов.

Шустер [10, 11], предложивший оценку $G_{X,T}(f)$ для дискретного случая и назвавший ее *периодограммой*, указывал на необходимость усреднения оценок $G_{X,N}(f)$. Игнорирование этого факта в том числе возможно из-за отсутствия на тот момент глубоких теоретических исследований процедур сглаживания $G_{X,N}(f)$ (такие исследования впоследствии были проведены Н. Винером), привело к двум последствиям в области цифровой обработки стационарных СДИС:

– потере интереса к периодограммному анализу Шустера, и он, как в настоящее время выясняется, незаслуженно был забыт более чем на полвека;

– появлению иных методов спектрального анализа, так называемых регрессионных (параметрических) методов спектрального анализа, основу которых заложил Юл. Суть этих методов заключается в аппроксимации эмпирических значений корреляционных функций (или энергетических спектров) несложными аналитическими выражениями.

Не отрицая результатов, достигнутых в области альтернативных методов цифровой обработки СДИС, необходимо отметить, что существенным недостатком регрессионных методов является их значительная *субъективность* [12]. Эффективное применение регрессионных методов в практике спектрального оценивания теоретико-вероятностных характеристик СДИС возможно лишь тогда, когда априори известны значения (или, по крайней мере, некоторые параметры) энергетического спектра стационарного СДИС. Это главный недостаток данных методов спектрального оценивания.

Возможны два подхода к получению оценок теоретико-вероятностных характеристик СДИС: *методом вычислений* и *методом измерений*. В силу крайней важности и актуальности разграничения этих двух подходов к определению значений вероятностных характеристик рассмотрим вопрос разделения этих подходов.

Получение оценок теоретико-вероятностных характеристик СДИС методом вычислений проводится с помощью вычислительного алгоритма обработки массива данных, полученных вне процедуры измерения.

Получение оценок теоретико-вероятностных характеристик СДИС методом измерений проводится с помощью алгоритмической обработки массива количественных данных (промежуточных или конечных) о физическом объекте. При этом элементы обрабатываемого массива представляют собой результаты измерения некоторой физической величины (в случае косвенных измерений – физических величин).

Таким образом, получение оценки некоторой вероятностной характеристики СДИС методом измерений проводится обязательно в рамках измерительной процедуры, а методом вычислений – вне нее.

Приведенное разделение в получении оценок теоретико-вероятностных характеристик СДИС методом вычислений и методом измерений решают вопросы их разграничения и противопоставления, так часто встречающиеся в информационных источниках.

Рассмотрим условия, при которых аддитивный смешанный СДИС в рамках корреляцион-

ной теории является стационарным и эргодическим. Важность выполнения этих условий связана с тем, что в этом случае оценка той или иной конкретной вероятностной характеристики аддитивного смешанного СДИС в виде пределов выборочных средних (полученных по ансамблю реализаций СДИС или по одной реализации ДИС бесконечной длительности) сходится по вероятности к истинным значениям выбранной вероятностной характеристики.

Для стационарности и эргодичности аддитивного смешанного случайного сигнала:

$$X(n) = Z(n) + Y(n); \quad (7)$$

где $Y(n)$ – дискретный СДИС; $Z(n)$ – дискретный квазидетерминированный ДИС;

$$Z(n) = \sum_k A_k \cos(2\pi f_k n + \varphi_k); \quad (8)$$

необходимым и достаточным условием является стационарность и эргодичность дискретного случайного сигнала $Y(n)$, а также стационарность и эргодичность дискретного квазидетерминированного сигнала $Z(n)$.

Условия стационарности и эргодичности дискретного периодического квазидетерминированного сигнала $Z(n)$ частично рассмотрены в работах [13, 14]. Обобщение полученных в этих работах результатов позволяет сформулировать следующие условия стационарности и эргодичности дискретного квазидетерминированного ДИС $Z(n)$:

– если у гармонических компонент сигнала $Z(n)$ (8) $\forall i \in \{k\}$ частоты f_i являются детерминированными величинами, фазы φ_i и амплитуды A_i взаимно независимы и фазы φ_i распределены по равномерному закону на интервале $(0, 2\pi)$, то сигнал $Z(n)$ строго стационарен;

– если у гармонических компонент сигнала $Z(n)$ (8) $\forall i \in \{k\}$ частоты f_i и амплитуды A_i являются детерминированными величинами, а фазы φ_i распределены по равномерному закону на интервале $(0, 2\pi)$, то сигнал $Z(n)$ эргодичен.

Рассмотрим кратко вопрос о свойствах оценок вероятностных характеристик СДИС. Необходимость этого связана с тем, что определения свойств оценок в информационных источниках зачастую не совпадают.

Достаточная оценка – это оценка, при определении которой используется вся информация, содержащаяся в объеме выборки.

Смещение оценки – это разность между истинным значением случайной величины и математическим ожиданием ее оценки:

$$\Delta \psi[X(n)] = \psi[X(n)] - M\{\psi_d[X(n)]\}, \quad (9)$$

где M – символ операции определения математического ожидания.

Если $\Delta \psi[X(n)] = 0$, то оценка *несмещенная*. Если $\Delta \psi[X(n)] \neq 0$, то оценка *смещенная*. Если $\Delta \psi[X(n)] = 0$ только при $d \rightarrow \infty$, то оценка *асимптотически несмещенная*.

Оптимальность оценки по некоторому критерию. Если в качестве критерия принять, например, дисперсию оценки, то оценку с наименьшей дисперсией при фиксированном объеме выборки можно считать оптимальной по критерию минимизации дисперсии. Такую оценку $D\{\psi_d[X(n)]\}_i$ называют *эффективной оценкой*:

$$D\{\psi_d[X(n)]\}_i = \inf D\{\psi_d[X(n)]\}, \quad (10)$$

где D – символ операции определения дисперсии.

Состоятельность оценки. Если смещение и дисперсия оценки стремятся к нулю при возрастании объема выборки, то такая оценка называется *состоятельной оценкой*.

Точность и надежность оценки. Разность между оценкой и истинным значением называют отклонением оценки:

$$\Delta \psi[X(n)] = \psi[X(n)] - \psi_d[X(n)]. \quad (11)$$

Надежность и точность оценки характеризуют *доверительной вероятностью* β события того, что абсолютная величина отклонения $\Delta \psi[X(n)]$ будет меньше некоторой выбранной величины ε :

$$P\{|\psi[X(n)] - \psi_d[X(n)]| < \varepsilon\} = \beta, \quad (12)$$

где P – символ операции определения вероятности.

В соотношении (12) величина ε характеризует *точность оценки*, а вероятность β – *надежность оценки*.

В теории оценивания широко применяется понятие *доверительного интервала* H_β :

$$H_\beta = \{\psi_d[X(n)] - \varepsilon, \psi_d[X(n)] + \varepsilon\}. \quad (13)$$

Если произвести тождественное преобразование выражения (13) в виде

$$P\{\psi_d[X(n)] - \varepsilon < \psi[X(n)] < \psi_d[X(n)] + \varepsilon\} = \beta, \quad (14)$$

то нетрудно видеть, что интервал H_β с вероятностью β покрывает $\psi[X(n)]$ (откуда и название интервала – доверительный).

Отметим, что в теории цифровой обработки стационарных СДИС в качестве показателей точности оценок используют также *абсолютную среднеквадратичную погрешность*:

$$\mu_\psi = \sqrt{D \{ \psi_d[X(n)] \}}, \quad (15)$$

и *относительную среднеквадратичную погрешность*:

$$\delta_\psi = \frac{\sqrt{D \{ \psi_d[X(n)] \}}}{\psi[X(n)]}. \quad (16)$$

Заключение

В работе показано, что теория дискретных статистических измерений, является основой методов и алгоритмов цифровой обработки на конечных интервалах случайных дискретных информационных сигналов [15-38].

Исследование вопросов содержания и соотношения между собой математической и измерительной частей теории статистических измерений теоретико-вероятностных характеристик случайных дискретных информационных сигналов, аксиом их измерения на конечных интервалах, позволило во многом ответить на вопросы данного научно-прикладного направления.

Библиографические ссылки

1. Цветков Э. И. Основы математической метрологии. СПб. : Политехника, 2005. 510 с.
2. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1 Случайные процессы. М. : Наука, 1976. 501 с.
3. Джэнкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 1 / пер с англ. В. Ф. Писаренко. М. : Мир, 1971. 312 с.
4. Джэнкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 2 / пер. с англ. В. Ф. Писаренко. М. : Мир, 1972. 283 с.
5. Миленцев В. С., Батищев В. И. Аппроксимационные методы и системы измерения и контроля параметров периодических сигналов. М. : Физматлит, 2011. 240 с.
6. Корн Т., Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Определения. Теоремы, формулы. М. : Наука, 1973. 831 с.
7. Цветков Э. И. Основы теории статистических измерений. Л. : Энергия, 1979. 288 с.
8. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных процессов / пер. с англ. М. : Мир, 1989. 540 с.
9. Мирский Г. Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. М. : Энергоатомиздат, 1982. 320 с.
10. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / пер. с англ. М. : Мир, 1990. 584 с.
11. Оппенгейм Э. Применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. М. : Мир, 1980. 552 с.
12. Яглом А. М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии. Л., 1981. 281 с.
13. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Формализованное описание погрешности измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными измерительными средствами // Современные информационные и электронные технологии, 2013.-№14-С.90-93.
14. Мирский Г. Я. Аппаратурное представление характеристик случайных процессов : изд.2-е прераб. и доп. М. : Энергия, 1972. 456 с.
15. Пономарева О. В., Пономарев А. В. Восстановление значений непрерывных частотных спектров дискретных сигналов методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2015. Т. 18. № 3. С. 88–91.
16. Пономарева О. В. Измерение спектров комплексных сигналов на конечных интервалах методом аperiodического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 1 (23). С. 100–107.
17. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарев В. А. Измерение скользящего взвешенного энергетического дискретно-временного спектра тонального компонента // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 2 (24). С. 126–132.
18. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье-спектра действительных дискретных сигналов на конечных интервалах // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2014. № 1. С. 15–22.
19. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области // Современные информационные и электронные технологии. 2014. № 15. С. 183–184.
20. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Формализованное описание погрешности измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными измерительными средствами // Современные информационные и электронные технологии. 2013. № 14. С. 90–93.
21. Пономарева Н. В., Пономарева О. В., Хворенков В. В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33–40.
22. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Тенденции развития дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов // Метрология. 2017. № 1. С. 20–32.
23. Пономарева О. В., Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Применение временных окон в векторном спектральном анализе дискретных сигналов // Ин-

теллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 19–21.

24. Пономарева Н. В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 26–33.

25. Пономарева Н. В. Цифровая спектральная обработка сигналов в музыкальной акустике // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 2. С. 37–42.

26. Пономарев В. А., Пономарева Н. В. Метод и алгоритм выделения музыкально-акустического сигнала из его смеси со случайным дискретным телеграфным сигналом // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2018) : труды Международной научно-технической конференции / под ред. С. А. Прохорова. 2018. С. 161–164.

27. Пономарева Н. В. Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики MATLAB // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 32–34.

28. Пономарев В. А., Пономарева Н. В. Цифровой спектрально-временной анализ музыкально-акустических сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье // Приборостроение в XXI веке – 2017. Интеграция науки, образования и производства : сборник материалов XIII Международной научно-технической конференции. Ижевск, 2018. С. 307–312.

29. Пономарева Н. В., Пономарев В. В. Метод быстрого получения прореженных коэффициентов дискретного преобразования Фурье на основе параметрических дискретных экспоненциальных базисов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2017. Т. 7. № 1. С. 172–177.

30. Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Локализация спектральных пиков методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 2 (29). С. 15–18.

31. Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Метод измерения частоты сигналов на базе параметрического дискретного преобразования Фурье // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2016. Т. 6. № 2. С. 393–397.

32. Аппроксимационный подход к решению задач анализа и интерпретации экспериментальных данных / В. И. Батищев, А. Г. Золин, Д. Н. Косарев, А. Е. Романев // Вестник Самарского государственного университета. Серия: Технические науки. 2006. № 40. С. 57–65.

33. Батищев В. И., Мелентьев В. С. Измерительно-моделирующий подход к определению интегральных характеристик периодических сигналов // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2003. № 6. С. 36–39.

34. Батищев В. И., Волков И. И., Золин А. Г. Использование стохастического базиса в задачах восстановления сигналов и изображений // Автометрия. 2017. Т. 53. № 4. С. 127–134.

35. Батищев В. И., Волков И. И., Золин А. Г. Исследование аппроксимационных свойств функциональных базисов в задачах реконструкции изображений при дистанционном зондировании земли // Проблемы управления и моделирования в сложных системах труды XVIII Международной конференции / под ред. Е. А. Федосова, Н. А. Кузнецова, В. А. Витиха. 2016. С. 304–307.

36. Prokhorov S. A., Kulikovskikh I. M. Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve pole Position Problem // Signal Processing, 2015. vol. 108, pp. 25-29.

37. Прохоров С. А., Графкин В. В. Структурно-спектральный анализ случайных процессов. Самара, 2010.

38. Прозоров Д. Е., Петров Е. П. Быстрый поиск шумоподобных сигналов / под ред. Е. П. Петрова. Киров, 2006.

References

1. Cvetkov E.I. *Osnovy matematicheskoy metrologii* [Basics of Mathematical Metrology]. SPb., Politekhnik, 2005, 510 p. (in Russ).

2. Rytov S.M. *Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku. CH.1 Sluchajnye processy* [Introduction to statistical radiophysics. Part 1 Random processes]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 501 p. (in Russ.).

3. Dzhenkins G., Vatts D. *Spektral'nyj analiz i ego prilozheniya: Vyp.1 Per s angl. V.F.Pisarenko* [Spectral analysis and its applications: Vol. 1 Per from English. VF Pisarenko]. Moscow, Mir Publ., 1971, 312 p. (in Russ.).

4. Dzhenkins G., Vatts D. *Spektral'nyj analiz i ego prilozheniya: Vyp.1 Per s angl. V.F.Pisarenko* [Spectral analysis and its applications: Vol. 2 Per from English. VF Pisarenko]. Moscow, Mir Publ., 1971, 287 p. (in Russ.).

5. Milent'ev V.S., Batishchev V.I. *Approksimacionnye metody i sistemy izmereniya i kontrolya parametrov periodicheskikh signalov* [Approximation methods and systems for measuring and monitoring parameters of periodic signals.]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 240 p. (in Russ).

6. Korn T., Korn G. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov: Opredeleniya. Teoremy, formuly* [Mathematics Reference for Scientists and Engineers: Definitions. Theorems, formulas]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 831 p. (in Russ).

7. Cvetkov E.I. *Osnovy teorii statisticheskikh izmerenij* [Fundamentals of the theory of statistical measurements]. Leningrad, Energiya Publ., 1979, 288 p. (in Russ.).

8. Bendat Dzh., Pirsol A. *Prikladnoj analiz sluchajnykh processov: Per. s angl.* [Applied analysis of random processes: Trans. from English]. Moscow, Mir Publ., 1989, 540 p. (in Russ.).

9. Mirskij G.YA. *Harakteristiki stohasticheskoy vzaimosvyazi i ih izmereniya* [Characteristics of the stochastic relationship and their measurement]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1982, 320 p. (in Russ.).

10. Marpl-mI. S.L. *Cifrovoy spektral'nyy analiz i ego prilozheniya: Perevod s angl.* [Digital Spectral Analysis and its Applications]. Moscow, World., 1990, 584 p. (in Russ.).
11. Oppengejm E.H. *Primenenie cifrovoy obrabotki signalov: Perev. s angl.* [The use of digital signal processing: Trans. from English]. Moscow, Mir Publ., 1980. 552 p. (in Russ.).
12. YAglom A.M. *Korrelyacionnaya teoriya stacionarnykh sluchajnykh funktsiy s primerami iz meteorologii* [Correlation theory of stationary random functions with examples from meteorology]. Leningrad, 1981, 281 p. (in Russ.).
13. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. [Formalized description of the measurement error of the probabilistic characteristics of random processes with processor measurement tools]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, no. 14, pp. 90-93 (in Russ.).
14. Mirskij G.YA. *Apparturnoe predstavlenie harakteristik sluchajnykh processov: Izd.2-e prerabot. i dop.* [Hardware representation of the characteristics of random processes: Izd.2-e prerabot. and add.]. Moscow, Energiya Publ., 1972. 456 p. (in Russ.).
15. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Recovery of values of continuous frequency spectra of discrete signals by the method of parametric discrete Fourier transform]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T.Kalashnikova*, 2015, vol. 18, no. 3, pp. 88-91 (in Russ.).
16. Ponomareva O.V. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2014, no. (23) pp. 100-107 (in Russ.).
17. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomarev V.A. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2014, no. 1 (23), pp.100-107 (in Russ.).
18. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of real discrete signals at finite intervals]. *Technology and design in electronic equipment*, 2014, no. 1, pp. 15-22 (in Russ.).
19. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [The method of fast calculation of the discrete Hilbert transform in the frequency domain]. *Modern information and electronic technologies*, 2014, no. 15, pp. 183-184 (in Russ.).
20. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. [Formalized description of the measurement error of the probabilistic characteristics of random processes with processor measurement tools]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, no.14, pp. 90-93 (in Russ.).
21. Ponomareva N.V., Ponomareva O.V., Hvorenkov V.V. [Determination of anharmonic discrete signal envelope based on the Hilbert transform in the frequency domain]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2018, vol. 16, no. 1, pp. 33-40 (in Russ.).
22. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Trends in the development of discrete indirect measurements of the parameters of electrical signals]. *Metrology*, 2017, no. 1, pp. 20-32 (in Russ.).
23. Ponomareva O.V., Ponomareva N.V., Ponomareva V.YU. [The use of time windows in the vector spectral analysis of discrete signals]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2016, no. 4 (31), pp. 19-21 (in Russ.).
24. Ponomareva N.V. [Problems of computer spectral signal processing in musical acoustics]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2018, vol. 16, no. 1, pp. 26-33 (in Russ.).
25. Ponomareva N.V. [Digital spectral signal processing in musical acoustics]. *DSPA Issues of application of digital signal processing*, 2018, vol. 8, no.2, pp. 37-42 (in Russ.).
26. Ponomarev V.A., Ponomareva N.V. [Method and algorithm for extracting a musical-acoustic signal from its mixture with a random discrete telegraph signal. In the collection]. *Perspektivnye informatsionnye tekhnologii (PIT 2018)*. [Proc. of the International Scientific and Technical Conference. Edited by S.A. Prokhorov], 2018, pp. 161-164 (in Russ.).
27. Ponomareva N.V. [Pre-processing of discrete signals in spectral analysis in the computer mathematics system MATLAB]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 4 (31). pp. 32-34 (in Russ.).
28. Ponomarev V.A., Ponomareva N.V. [Digital spectral-temporal analysis of musical-acoustic signals based on the parametric discrete Fourier transform]. *In the collection: Instrumentation in the XXIst century - 2017. Integration of science, education and production. Collection of materials XXI International Scientific and Technical Conference*. Izhevsk, 2018, pp. 307-312 (in Russ.).
29. Ponomareva N.V., Ponomarev V.V. [The method of quickly obtaining thinned coefficients of the discrete Fourier transform based on parametric discrete exponential bases]. *DSPA: Issues of application of digital signal processing*, 2017, vol.7, no. 1, pp.172-177 (in Russ.).
30. Ponomareva N.V., Ponomareva V.YU. [Localization of spectral peaks by the parametric discrete Fourier transform method]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 2 (29), pp. 15-18 (in Russ.).
31. Ponomareva N.V., Ponomareva V.YU. [Method for measuring the frequency of signals based on the parametric discrete Fourier transform]. *DSPA: Issues of application of digital signal processing*, 2016, vol., vol.2, pp.393-397 (in Russ.).
32. Batishchev V.I., Zolin A.G., Kosarev D.N., Romaneev A.E. [Approximation approach to solving the problems of analyzing and interpreting experimental data]. *Herald of Samara State University. Series: Engineering*, 2006, no. 40, pp. 57-65 (in Russ.).
33. Batishchev V.I., Melent'ev V.S. [Measuring and modeling approach to determining the integral characteristics of periodic signals] *News of higher educational institutions. Electromechanics*, 2003, no. 6, pp. 36-39 (in Russ.).
34. Batishchev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. [The use of the stochastic basis in the problems of the restoration

of signals and images]. *Avtometriya*, 2017, vol. 53, no. 4, pp. 127-134 (in Russ.).

35. Batishchev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. [The study of the approximation properties of functional bases in the tasks of image reconstruction during remote sensing of the earth]. *In the collection: Control and modeling problems in complex systems, works of the XVIII International Conference. Edited by: E.A. Fedosova, N.A. Kuznetsova, V.A. Wittych*, 2016, pp. 304-307 (in Russ.).

36. Prokhorov S.A., Kulikovskikh I.M. Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve

pole Position Problem, *Signal Processing*, 2015. vol. 108. pp. 25-29.

37. Prohorov S.A., Grafkin V.V. *Strukturno-spektral'nyj analiz sluchajnyh processov* [Structural and spectral analysis of random processes]. Samara, 2010 (in Russ.).

38. Prozorov D.E., Petrov E.P. *Bystryj poisk shumopodobnyh signalov. Edited by: E.P.Petrova* [Quick search for noise-like signals]. Kirov, 2006 (in Russ.).

And the Axioms of Measurement

O. V. Ponomareva, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU

The problems of the theory of measurement of probability-theoretical characteristics of random discrete signals are considered. It is shown that the theory of discrete statistical measurements is the basis of methods and algorithms for digital processing on finite intervals of random discrete information signals. The theory of statistical measurements of probability-theoretic characteristics of random discrete information signals, being an applied scientific direction, incorporates both the mathematical part and the measuring part. It is emphasized that in the scientific and practical literature questions of the content and relationship of these parts of the discrete statistical measurements theory are not quite correct, often incomplete and rather confused. The paper examines the issues of the content and relationship of these parts of the theory of statistical measurements of probability-theoretic characteristics of random discrete information signals. Two interrelated, but not replacing each other, directions in the stationary random discrete information signal processing are considered: harmonic and correlation analysis. It is shown that even when a researcher chooses a correlation approach, it is more efficient to process stationary random discrete information signal in the spectral domain with the subsequent transition to the correlation domain. The problems of estimating the probability-theoretic characteristics of random discrete information signals and the axioms of their measurement at finite intervals are considered.

Keywords: harmonic approach, temporal approach; random discrete signal; probability-theoretic characterization of the signal; estimation of the probability-theoretic characteristics of the signal.

Получено: 04.03.19