

УДК 621.372

DOI: 10.22213/2410-9304-2019-2-81-87

### БЫСТРЫЙ МЕТОД ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКОЛЬЗЯЩЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОЙ ОБРАБОТКИ

*О. В. Пономарева*, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*А. В. Пономарев*, кандидат экономических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*Предложены быстрые методы анализа двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области – быстрый метод горизонтального скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье. Рассмотрен математический аппарат прямого двумерного дискретного преобразования Фурье в алгебраической и матричной форме. Рассмотрена поэтапная реализация двумерного дискретного преобразования Фурье на основе одномерного быстрого преобразования Фурье. Разработаны эффективные методы и алгоритмы горизонтально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье, которые позволяют вычислять коэффициенты данного преобразования в реальном масштабе времени. Оценена эффективность (с точки зрения вычислительных затрат) разработанных алгоритмов горизонтально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье в сравнении с известными алгоритмами. В результате экспериментальных исследований на модельных двумерных дискретных сигналах доказана обоснованность, эффективность и достоверность предложенных методов и алгоритмов горизонтально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье. Проведена оценка относительной экономии вычислений в разработанных быстрых алгоритмах горизонтально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье в сравнении со стандартным алгоритмом.*

**Ключевые слова:** двумерный дискретный сигнал, преобразование Фурье, реальный масштаб времени, алгебраическая и матричная форма преобразования.

Методы цифрового анализа дискретных двумерных сигналов [1–29] играют важную роль в биологических и астрономических исследованиях, компьютерной томографии, измерениях, контроле и технической диагностике, лазерной технике, дистанционном зондировании земной поверхности, экологическом мониторинге, метеорологии, криминалистике, геологической разведке полезных ископаемых, трансмиссионной и сканирующей электронной микроскопии и целом ряде других предметных областей.

Классическим методом пространственно-частотного анализа двумерных дискретных сигналов  $x(n_1, n_2)$ ,  $0 \leq n_1 \leq (N_1 - 1)$ ,  $0 \leq n_2 \leq (N_2 - 1)$  является двумерное дискретное преобразование Фурье, позволяющее получать двумерный пространственно-частотный спектр на пространственных частотах  $0 \leq k_1 \leq (N_1 - 1)$ ,  $0 \leq k_2 \leq (N_2 - 1)$ .

В то же время имеется ряд приложений, где необходимо находить значения двумерного пространственно-частотного спектра не на всех пространственных частотах, а на одной пространственной частоте или их подмножестве. В этом случае применение непосредственно двумерного дискретного преобразования Фурье, даже на основе быстрого преобразования Фурье, становится малоэффективным

и не обеспечивает реализацию реального масштаба времени по двум причинам. Во-первых, большая часть полученных коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье не используется, во-вторых, вычислительные затраты на получение даже одного конкретного коэффициентов двумерного дискретного преобразования Фурье остаются весьма значительными.

**Целью данной работы** является разработка быстрых методов и алгоритмов горизонтального скользящего пространственно-частотного анализа двумерных дискретных сигналов.

Пусть задан дискретный двумерный сигнал  $x(n_1, n_2)$  в виде двумерной последовательности конечной длины  $0 \leq n_1 \leq (N_1 - 1)$  и  $0 \leq n_2 \leq (N_2 - 1)$  или матрицей размером  $n_1 \times n_2$  в прямоугольной опорной области (конкретно на плоскости).

**Прямое двумерное дискретное преобразование Фурье (ПДДФ)** двумерного сигнала  $x(n_1, n_2)$  представляет собой частный случай прямого двумерного  $z$ -преобразования:

$$S_{N_1, N_2}(k_1, k_2) = X(z_1, z_2) \Big|_{z_1 = W_{N_1}^{k_1}, z_2 = W_{N_2}^{k_2}} \quad (1)$$

и может быть задано как в алгебраической, так и в матричной форме.



**2-й способ.** Получить на первом этапе произведение  $\left[ F_{N_1 \times N_1}^{(2)} \cdot X_{N_1 \times N_2} \right]$ , результат которого затем умножить на матрицу  $F_{N_2 \times N_2}^{(1)}$ . (9)

Несложно установить, что для получения  $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$   $k_1 = 0, (N_1 - 1)$ ,  $k_2 = 0, (N_2 - 1)$  необходимо выполнить  $N_1 \cdot N_2$  одномерных ДПФ,

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, НУЛЕВОЙ СДВИГ

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

а

для вычисления которых могут быть эффективно применены алгоритмы быстрого преобразования Фурье – БПФ.

Рассмотрим варианты построения быстрых методов и алгоритмов горизонтального пространственно-частотного анализа двумерных дискретных сигналов при горизонтальном единичном сдвиге пространственного окна вправо ( $ГС^+$ ) (рисунок).

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, СДВИГ  $ГС^+$ 

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

б

Пример скольжения дискретного пространственного окна анализа 3x3 по двумерному дискретному сигналу

Укажем предпосылки для разработки быстрых методов горизонтальной скользящей пространственно-частотной обработки двумерных дискретных сигналов на основе двумерного дискретного преобразования Фурье. Для этого обратимся к матричной форме ПДДПФ (3) и соотношениям (7), (8) и (9).

Пусть нам необходимо найти один коэффициент (бин) двумерного дискретного преобразования  $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$  на пространственной частоте  $(m_1, m_2)$  по отсчетам входного сигнала  $x(n_1, n_2)$ . Для получения  $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$  матричное уравнение (3) преобразуется к виду:

$$S_{N_1, N_2}(m_1, m_2) = [W_{N_1}^{m_1 \cdot 0}, W_{N_1}^{m_1 \cdot 1}, \dots, W_{N_1}^{m_1 \cdot (N_1 - 1)}] \times \\ \times X_{N_1 \times N_2} \cdot [W_{N_2}^{m_2 \cdot 0}, W_{N_2}^{m_2 \cdot 1}, \dots, W_{N_2}^{m_2 \cdot (N_2 - 1)}]^T, \quad (10)$$

где  $T$  – символ транспонирования.

Возможны, как и в общем случае, два варианта получения значения  $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$ .

### 1-й вариант

$$S_{N_1, N_2}(m_1, m_2) = [W_{N_1}^{m_1 \cdot 0}, W_{N_1}^{m_1 \cdot 1}, \dots, W_{N_1}^{m_1 \cdot (N_1 - 1)}] \times \\ \times \left[ X_{N_1 \times N_2} \cdot [W_{N_2}^{m_2 \cdot 0}, W_{N_2}^{m_2 \cdot 1}, \dots, W_{N_2}^{m_2 \cdot (N_2 - 1)}]^T \right], \quad (11)$$

### 2-й вариант

$$S_{N_1, N_2}(m_1, m_2) = \left[ [W_{N_1}^{m_1 \cdot 0}, W_{N_1}^{m_1 \cdot 1}, \dots, W_{N_1}^{m_1 \cdot (N_1 - 1)}] \cdot X_{N_1 \times N_2} \right] \times \\ \times [W_{N_2}^{m_2 \cdot 0}, W_{N_2}^{m_2 \cdot 1}, \dots, W_{N_2}^{m_2 \cdot (N_2 - 1)}]^T. \quad (12)$$

Как при первом, так и при втором варианте получения отдельного бина ПДДПФ на пространственной частоте  $(m_1, m_2)$  необходимо затратить  $N_1 \cdot (N_2 + 1)$  комплексных умножений и  $(N_2 - 1) \cdot (N_1 + 1)$  комплексных сложений. Учитывая, что выполнение одного комплексного умножения требует четырех действительных умножений и двух действительных сложений, а одно комплексное сложение – двух действительных сложений, то на получение одного значения бина (коэффициента) ПДДПФ необходимо затратить  $4 \cdot N_1 \cdot (N_2 + 1)$  действительных умножений и  $4 \cdot N_1 \cdot N_2 + 2 \cdot (N_1 - 1)$  действительных сложений. Отметим, что этот объем вычислений необходимо выполнять при каждом сдвиге двумерного пространственного окна анализа по двумерному сигналу  $x(n_1, n_2)$  (рис. 1). Однако из рис. 1 нетрудно видеть, что при единичном сдвиге двумерного окна по сигналу  $x(n_1, n_2)$  большое число значений матрицы  $X_{N_1 \times N_2}$  в пространственном окне анализа остается неизменным.

Разработанный согласно варианту 1 быстрый алгоритм горизонтальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области подробно рассмотрен в работе одного из соавторов настоящей статьи [30]. Рассмотрим быстрый алгоритм горизонтальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области, разработанный согласно варианту 2.

В дальнейшем быстрые алгоритмы, разработанные согласно вариантам 1 и 2, будем, соответственно, обозначать как алгоритм 1 и алгоритм 2.

**Быстрый алгоритм 2 скользящей обработки в пространственно-частотной области при ГС<sup>+</sup>-сдвиге двумерных дискретных сигналов**

1. Найти строчную матрицу  $S_{N_1}(n_1, m_1)$  размером  $N_1$  путем умножения базисной функции длительностью  $N_1$  и частоты  $m_1$  на матрицу дискретного двумерного сигнала  $x(n_1, n_2)$ .

2. Запомнить строчную матрицу  $S_{N_1}(n_1, m_1)$  как строчную матрицу  $S_{N_1}^{(n_1, m_1)}(0)$ .

3. Вычислить значение коэффициента двумерного дискретного преобразования  $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$ , путем умножения строчной матрицы  $S_{N_1}(n_1, m_1)$  на базисную функцию длительностью  $N_1$  и частоты  $m_1$ . Выполнением этой процедуры заканчивается выход алгоритма на рабочий режим. Далее осуществляется рекуррентная процедура получения коэффициента (бина)  $S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$  при сдвиге окна на один отсчет вправо по двумерному сигналу  $x(n_1, n_2)$ .

4. Осуществить ГС<sup>+</sup> сдвиг дискретного пространственного окна на один отсчет вправо по двумерному сигналу  $x(n_1, n_2)$  и получить матрицу дискретного двумерного сигнала  $x[n_1, (n_2 + 1)]$ .

5. Сформировать согласно соотношению:

$$S_{N_1}^{(n_1, m_1)}(-1) = S_{N_1}^{((n_1+1), m_1)}(0); \quad n_1 = \overline{0, N_1 - 2}. \quad (13)$$

Значение  $S_{N_1}^{((N_1-1), m_1)}(-1)$  необходимо найти дополнительно путем произведения  $m_2$  строки матрицы  $F_{N_2 \times N_2}^{(2)}$  на  $(N_1 - 1)$  столбец матрицы  $X_{N_1 \times N_2}$  после ГС<sup>+</sup> сдвига.

6. Вычислить значение коэффициента двумерного дискретного преобразования

$S_{N_1, N_2}(m_1, m_2)$  путем умножения строчной матрицы  $S_{N_1}^{(n_1, m_1)}(1)$  на базисную функцию длительностью  $N_1$  и частоты  $m_2$ .

7. Перейти к выполнению пункта № 4.

Разработанный быстрый алгоритм 2 горизонтальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области требует для получения коэффициента  $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$  двумерного дискретного преобразования  $4 \cdot (N_1 + N_2)$  действительных умножений и  $4 \cdot (N_1 + N_2 - 1)$  действительных сложений.

**Заключение**

Быстрый алгоритм 1 горизонтальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области требует для получения бина  $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$  двумерного дискретного преобразования  $8 \cdot N_1$  действительных умножений и  $(10 \cdot N_1 - 2)$  действительных сложений. Отличительным свойством данного алгоритма является независимость вычислительных затрат (при выходе алгоритма на рабочий режим) от размера скользящего окна по переменной  $n_2$ . Разработанный быстрый алгоритм 2 горизонтальной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области требует для получения коэффициента  $S_{N_1, N_2}(k_1, k_2)$  двумерного дискретного преобразования  $4 \cdot (N_1 + N_2)$  действительных умножений и  $4 \cdot (N_1 + N_2 - 1)$  действительных сложений. Отличительным свойством данного алгоритма является зависимость вычислительных затрат (при выходе алгоритма на рабочий режим) от размеров скользящего окна по обоим переменным:  $n_1$  и  $n_2$ . Указанные свойства алгоритмов и требуемые вычислительные затраты на их реализацию позволяют исследователю выбрать либо алгоритм 1, либо алгоритм 2 в зависимости от конкретной ситуации.

Рассмотренные быстрые методы ГС<sup>+</sup> скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области позволяют за счет устранения избыточности в алгоритмах прямой реализации скользящей обработки сигналов обеспечить при нахождении коэффициента (бина) ПДДПФ реальный масштаб времени.

## Библиографические ссылки

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. М. : Мир, 1978. 839 с.
2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / пер. с англ. М. : Мир, 1990. 584 с.
3. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018.–1168 pages.
4. Прэнт У. Цифровая обработка изображений: в 2 книгах / пер. с англ. М. : Мир, 1982. 790 с.
5. Пономарева О. В., Пономарев А. В. Восстановление значений непрерывных частотных спектров дискретных сигналов методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2015. Т. 18. № 3. С. 88–91.
6. Пономарева О. В. Измерение спектров комплексных сигналов на конечных интервалах методом апериодического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 1 (23). С. 100–107.
7. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарев В. А. Измерение скользящего взвешенного энергетического дискретно-временного спектра тональных компонент // Интеллектуальные системы в производстве. 2014. № 2 (24). С. 126–132.
8. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье-спектра действительных дискретных сигналов на конечных интервалах // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2014. № 1. С. 15–22.
9. Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области // Современные информационные и электронные технологии. 2014. № 15. С. 183–184.
10. Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В. Формализованное описание погрешности измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными измерительными средствами // Современные информационные и электронные технологии. 2013. № 14. С. 90–93.
11. Пономарева Н. В., Пономарева О. В., Хворенков В. В. Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33–40.
12. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Тенденции развития дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов // Метрология. 2017. № 1. С. 20–32.
13. Пономарева О. В., Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Применение временных окон в векторном спектральном анализе дискретных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 19–21.
14. Пономарева Н. В. Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 26–33.
15. Пономарева Н. В. Цифровая спектральная обработка сигналов в музыкальной акустике // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 2. С. 37–42.
16. Пономарев В. А., Пономарева Н. В. Метод и алгоритм выделения музыкально-акустического сигнала из его смеси со случайным дискретным телеграфным сигналом // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2018) : труды Международной научно-технической конференции / под ред. С. А. Прохорова. 2018. С. 161–164.
17. Пономарева Н. В. Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики MATLAB // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 32–34.
18. Пономарев В. А., Пономарева Н. В. Цифровой спектрально-временной анализ музыкально-акустических сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье // Приборостроение в XXI веке – 2017. Интеграция науки, образования и производства : сборник материалов XIII Международной научно-технической конференции. Ижевск, 2018. С. 307–312.
19. Пономарева Н. В., Пономарев В. В. Метод быстрого получения прореженных коэффициентов дискретного преобразования Фурье на основе параметрических дискретных экспоненциальных базисов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2017. Т. 7. № 1. С. 172–177.
20. Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Локализация спектральных пиков методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 2 (29). С. 15–18.
21. Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю. Метод измерения частоты сигналов на базе параметрического дискретного преобразования Фурье // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2016. Т. 6. № 2. С. 393–397.
22. Батищев В. И., Золин А. Г., Косарев Д. Н., Романев А. Е. Аппроксимационный подход к решению задач анализа и интерпретации экспериментальных данных // Вестник Самарского государственного университета. Серия: Технические науки. 2006. № 40. С. 57–65.
23. Батищев В. И., Мелентьев В. С. Измерительно-моделирующий подход к определению интегральных характеристик периодических сигналов // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2003. № 6. С. 36–39.
24. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Обобщение дискретного преобразования Фурье для интерполяции во временной области // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1983. Т. XXVI. № 9. С. 67–68.
25. Пономарев В. А., Пономарева О. В. Инвариантность текущего энергетического Фурье-спектра комплексных дискретных сигналов на конечных ин-

тервалах // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2014. № 2. С. 8–16.

26. Батищев В. И., Волков И. И., Золин А. Г. Использование стохастического базиса в задачах восстановления сигналов и изображений // Автометрия. 2017. Т. 53. № 4. С. 127–134.

27. Батищев В. И., Волков И. И., Золин А. Г. Исследование аппроксимационных свойств функциональных базисов в задачах реконструкции изображений при дистанционном зондировании земли // Проблемы управления и моделирования в сложных системах : труды XVIII Международной конференции / под ред. Е. А. Федосова, Н. А. Кузнецова, В. А. Виттиха. 2016. С. 304–307.

28. Prokhorov S. A., Kulikovskikh I. M. Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve pole Position Problem // Signal Processing, 2015, vol. 108, pp. 25-29.

29. Прохоров С. А., Графкин В. В. Структурно-спектральный анализ случайных процессов. Самара, 2010.

30. Прозоров Д. Е., Петров Е. П. Быстрый поиск шумоподобных сигналов / под ред. Е. П. Петрова. Киров, 2006.

31. Пonomareva O. V. Горизонтальная скользящая пространственно-частотная обработка двумерных дискретных действительных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. № 1. С. 78–87.

### References

1. Rabiner L., Gould B. *Teoriya i primeneniye cifrovoy obrabotki signalov. Perevod s angl.* [Theory and application of digital signal processing]. Moscow, World., 1978, 839 p. (in Russ.)

2. Marpl-mI. S.L. *Cifrovoy spektral'nyy analiz i ego prilozheniya: Perevod s angl.* [Digital Spectral Analysis and its Applications]. Moscow, World., 1990, 584 p. (in Russ.).

3. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018.–1168 pages.

4. Preht U. *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij. V 2-h knigah. Perevod s angl.* [Digital image processing]. Moscow, World., 1982, 790 p. (in Russ.)

5. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Recovery of values of continuous frequency spectra of discrete signals by the method of parametric discrete Fourier transform]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T.Kalashnikova*, 2015, vol. 18.-no3, pp.88-91 (in Russ.).

6. Ponomareva O.V. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellectual systems in production*, 2014, no. (23) pp.100-107.2014 (in Russ.).

7. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomarev V.A. [Measurement of the spectra of complex signals at finite intervals by the method of aperiodic discrete Fourier transform]. *Intellectual systems in production*, 2014, no. 1 (23), pp.100-107 (in Russ.).

8. Ponomarev V.A, Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of real discrete signals at finite intervals]. *Technology and design in electronic equipment*, 2014, no.1, pp.15-22 (in Russ.).

9. Ponomarev V.A, Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [The method of fast calculation of the discrete Hilbert transform in the frequency domain]. *Modern information and electronic technologies*, 2014, no.15, pp. 183-184 (in Russ.).

10. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. Formalized description of the measurement error of the probabilistic characteristics of random processes with processor measurement tools] *Modern information and electronic technologies*, 2013, no.14, pp. 90-93 (in Russ.).

11. Ponomareva N.V., Ponomareva O.V., Hvorenkov V.V. [Determination of anharmonic discrete signal envelope based on the Hilbert transform in the frequency domain]. *Intellectual systems in production*, 2018, vol.16, no.1, pp.33-40 (in Russ.).

12. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Trends in the development of discrete indirect measurements of the parameters of electrical signals]. *Metrology*, 2017, no.1, pp.20-32 (in Russ.).

13. Ponomareva O.V., Ponomareva N.V, Ponomareva V.YU. [The use of time windows in the vector spectral analysis of discrete signals]. *Intellectual systems in production*. 2016, no.4 (31), pp.19-21 (in Russ.).

14. Ponomareva N.V. [Problems of computer spectral signal processing in musical acoustics] *Intellectual systems in production*, 2018, vol. 16, no.1, pp. 26-33 (in Russ.).

15. Ponomareva N.V. [Digital spectral signal processing in musical acoustics]. *DSPA Issues of application of digital signal processing*, 2018, vol. 8, no.2, pp. 37-42 (in Russ.).

16. Ponomarev V.A., Ponomareva N.V. [Method and algorithm for extracting a musical-acoustic signal from its mixture with a random discrete telegraph signal. In the collection]. *Advanced Information Technologies (PIT 2018). Proceedings of the International Scientific and Technical Conference. Edited by S.A. Prokhorov*, 2018, pp. 161-164 (in Russ.).

17. Ponomareva N.V. [Pre-processing of discrete signals in spectral analysis in the computer mathematics system MATLAB]. *Intellectual systems in production*, 2016, no. 4 (31). pp. 32-34 (in Russ.).

18. Ponomarev V.A., Ponomareva N.V. [Digital spectral-temporal analysis of musical-acoustic signals based on the parametric discrete Fourier transform]. *In the collection: Instrumentation in the XXIst century - 2017. Integration of science, education and production. Collection of materials XXI International Scientific and Technical Conference. Izhevsk*, 2018, pp.307-312 (in Russ.).

19. Ponomareva N.V., Ponomarev V.V. [The method of quickly obtaining thinned coefficients of the discrete Fourier transform based on parametric discrete exponential bases]. *DSPA: Issues of application of*

*digital signal processing*, 2017, vol.7, no. 1, pp.172-177 (in Russ.).

20. Ponomareva N.V, Ponomareva V.YU. [Localization of spectral peaks by the parametric discrete Fourier transform method]. *Intellectual systems in production*, 2016, no. 2 (29), pp.15-18 (in Russ.).

21. Ponomareva N.V, Ponomareva V.YU. [Method for measuring the frequency of signals based on the parametric discrete Fourier transform]. *DSPA: Issues of application of digital signal processing*, 2016, vol., no.2, pp.393-397 (in Russ.).

22. Batishchev V.I., Zolin A.G., Kosarev D.N., Romaneev A.E. [Approximation approach to solving the problems of analyzing and interpreting experimental data]. *Herald of Samara State University. Series: Engineering*, 2006, no. 40, pp. 57-65 (in Russ.).

23. Batishchev V.I., Melent'ev V.S. [Measuring and modeling approach to determining the integral characteristics of periodic signals] *News of higher educational institutions. Electromechanics*, 2003, no.6, pp.36-39 (in Russ.).

24. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Generalization of the discrete Fourier transform for interpolation in the time domain]. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, 1983, vol. XXVI, no. 9, pp. 67 - 68 (in Russ.).

25. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of complex discrete signals at finite intervals ]. *News of higher*

*educational institutions of Russia. Radio electronics*, 2014, no.2, pp.8-16 (in Russ.).

26. Batishchev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. [The use of the stochastic basis in the problems of the restoration of signals and images]. *Avtometriya*, 2017, vol. 53, no.4, pp.127-134 (in Russ.).

27. Batishchev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. [The study of the approximation properties of functional bases in the tasks of image reconstruction during remote sensing of the earth]. *In the collection: Control and modeling problems in complex systems, works of the XVIII International Conference. Edited by: E.A. Fedosova, N.A. Kuznetsova, V.A. Wittysh*, 2016, pp. 304-307 (in Russ.).

28. Prokhorov S.A., Kulikovskikh I.M. Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve pole Position Problem, *Signal Processing*, 2015. vol. 108. pp. 25-29.

29. Prohorov S.A., Grafkin V.V. *Strukturno-spektral'nyy analiz sluchajnyh processov* [Structural and spectral analysis of random processes]. Samara, 2010. Samara, 2010.

30. Prozorov D.E., Petrov E.P. *Bystryj poisk shumopodobnyh signalov. Edited by: E.P.Petrova* [Quick search for noise-like signals]. Kirov, 2006.

31. Ponomareva O.V. [Horizontal sliding spatial-frequency processing of two-dimensional discrete real signals]. *Intellectual systems in production*, 2019, no. 1, pp. (in Russ.).

\*\*\*

### Fast Method of Horizontal Sliding Spatial – Frequency Signal Processing

*O. V. Ponomareva*, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU

*A. V. Ponomarev*, PhD in Economics, Associate Professor, Kalashnikov ISTU

*Fast methods of analysis of two-dimensional discrete signals in the spatial – frequency domain (a fast method of horizontal sliding two-dimensional discrete Fourier transform) are proposed. The mathematical apparatus of direct two-dimensional discrete Fourier transform in algebraic and matrix form is considered. A step-by-step implementation of a two-dimensional discrete Fourier transform based on one-dimensional fast Fourier transform is considered. Effective methods and algorithms of horizontal sliding two-dimensional discrete Fourier transform are developed, which allow to calculate the coefficients of this transformation in real time. The efficiency (in terms of computational costs) of the developed algorithms of horizontally sliding two-dimensional discrete Fourier transform is evaluated in comparison with the known algorithms. As a result of experimental studies on model two-dimensional discrete signals proved the validity, efficiency and reliability of the proposed methods and algorithms of horizontal sliding two-dimensional discrete Fourier transform. The estimation of the relative economy of calculations in the developed fast algorithms of horizontal sliding two-dimensional discrete Fourier transform is carried out in comparison with the standard algorithm.*

**Keywords:** signal, two-dimensional discrete signal, two-dimensional discrete Fourier transform, real time scale, algebraic and matrix transformation.

Получено: 04.03.19