УДК 621.372
DOI: 10.22213/2410-9304-2019-3-105-114

БЫСТРЫЙ МЕТОД ДИАГОНАЛЬНОЙ СКОЛЬЗЯЩЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОЙ ОБРАБОТКИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

О. В. Пономарева, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия
А. В. Пономарев, кандидат экономических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Разработан метод диагональной обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области – метод диагонально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье. Рассмотрен математический аппарат прямого двумерного дискретного преобразования Фурье в матричной и алгебраической форме. Разработан эффективный метод и алгоритм диагонально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье, который позволяет вычислять коэффициенты данного преобразования в реальном масштабе времени. Проведена оценка эффективности алгоритма диагонально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье с точки зрения вычислительных затрат в сравнении с известными алгоритмами. В результате экспериментальных исследований на модельных двумерных дискретных сигналах доказана обоснованность, эффективность и достоверность предложенного метода и алгоритма горизонтально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье. Проведено сравнение разработанного метода диагонально скользящего двумерного дискретного преобразования Фурье со стандартным методом получения коэффициентов двумерного дискретного преобразования с точки зрения вычислительных затрат. Построены поверхности относительной экономии вычислений в разработанном алгоритме в сравнении со стандартным алгоритмом горизонтально скользящей обработки двумерных дискретных сигналов.

Ключевые слова: двумерный дискретный сигнал, прямое двумерное дискретное преобразование Фурье, опорная область, пространственно-частотный спектр, пространственно-частотная обработка.

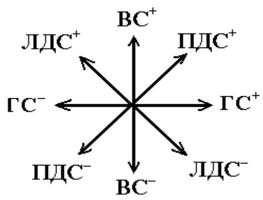
Введение

Методы компьютерной обработки двумерных дискретных сигналов играют значительную роль в научных исследованиях [1–30]. Методы цифрового анализа двумерных дискретных сигналов широко применяются, например, в таких предметных областях, как технический контроль и диагностика, медицина, сейсмология, метеорология, океанология, пассивная и активная гидроакустика, речь, музыка. Такое положение дел во многом объясняется высокой информативностью дискретных двумерных сигналов, которые содержат важную информацию о свойствах, состояниях и характеристиках исследуемых сложных как естественных, так и технических систем. Классический метод пространственно-частотной обработки двумерных дискретных сигналов – прямое двумерное дискретное преобразование Фурье (прямое ДДПФ) – позволяет находить значения двумерного пространственно-частотного спектра исходного сигнала на всех (соответствующих размерности сигнала) пространственных частотах. Однако в практике анализа двумерных дискретных сигналов часто приходится решать задачу обнаружения и измерения параметров отдельного двумерного дискретного синусоидального тона или задачу определения пространственно-частотного спектра на подмножестве множества пространственных частот. В этом случае непосредственное применение прямого ДДПФ, даже с учетом использования одномерных быстрых преобразований Фурье (алгоритмов БПФ), становится неэффективным, поскольку при этом большая часть полученных коэффициентов (бинов) прямого ДДПФ не используется. Решение этих задач еще более усложняется, если эти задачи приходится решать не в статике, а в динамике [31]. Поясним сказанное. Для этого рассмотрим пространственно-частотную обработку двумерных дискретных сигналов в скользящем пространственном окне анализа. В отличие от одномерного случая для двумерного случая возможны 4 вида скольжения пространственного окна анализа по исходному двумерному дискретному сигналу:

- 1-й вид – горизонтальный сдвиг вправо ($ГС^+$), горизонтальный сдвиг влево ($ГС^-$);
- 2-й вид – вертикальный сдвиг вверх ($ВС^+$), вертикальный сдвиг вниз ($ВС^-$);
- 3-й вид – правый диагональный сдвиг вверх ($ПДС^+$), правый диагональный сдвиг вниз ($ПДС^-$);
- 4-й вид – левый диагональный сдвиг вверх ($ЛДС^+$), левый диагональный сдвиг вниз ($ЛДС^-$).

На рис. 1 приведена звездная диаграмма, иллюстрирующая 4 вида скольжения пространственного окна анализа по дискретному двумерному сигналу и примеры его сдвига.

а



ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, НУЛЕВОЙ СДВИГ б

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, СДВИГ ГС $^{+}$ в

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, СДВИГ ВС $^{-}$ г

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ОКНО 3 x 3, СДВИГ ЛДС $^{-}$ д

$x(0,0)$	$x(0,1)$	$x(0,2)$	$x(0,3)$	$x(0,4)$
$x(1,0)$	$x(1,1)$	$x(1,2)$	$x(1,3)$	$x(1,4)$
$x(2,0)$	$x(2,1)$	$x(2,2)$	$x(2,3)$	$x(2,4)$
$x(3,0)$	$x(3,1)$	$x(3,2)$	$x(3,3)$	$x(3,4)$
$x(4,0)$	$x(4,1)$	$x(4,2)$	$x(4,3)$	$x(4,4)$

Рис. 1. Звездная диаграмма и примеры скольжения дискретного пространственного окна анализа 3×3 по двумерному дискретному сигналу: *а* – звездная диаграмма, иллюстрирующая 4 вида скольжения пространственного окна; *б* – нулевой сдвиг; *в* – сдвиг ГС$^{+}$ на один отсчет; *г* – сдвиг ВС$^{-}$ на один отсчет; *д* – сдвиг ЛДС$^{-}$ на один отсчет

Целью данной работы является разработка быстрого метода и алгоритма диагональной скользящей пространственно-частотной обработки двумерных дискретных сигналов на основе двумерного дискретного преобразования Фурье.

Прямое двумерное дискретное преобразование Фурье

Пусть задан дискретный двумерный комплексный сигнал $x(n_1, n_2)$ в виде двумерной последовательности конечной длины (т. е. при $0 \le n_1 \le (N_1 - 1)$ и $0 \le n_2 \le (N_2 - 1)$) в прямоугольной опорной плоскости.

Прямое двумерное дискретное преобразование Фурье (прямое ДДПФ) двумерного сигнала $x(n_1, n_2)$, которое представляет собой частный случай прямого двумерного z-преобразования:

$$S_{N_1,N_2}(k_1,k_2) = X(z_1,z_2)\ \Big|_{z_1 = W_{N_1}^{k_1},\ z_2 = W_{N_2}^{k_2}} \qquad (1)$$

может быть математически описано в алгебраической или в матричной форме.

Алгебраическая форма прямого ДДПФ:

$$S_{N_1,N_2}(k_1,k_2) = \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1,n_2)\ \exp\left[\ -j2\pi\left(\frac{k_1 n_1}{N_1} + \frac{k_2 n_2}{N_2}\right)\ \right] =$$

$$= \frac{1}{N_1 \cdot N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1,n_2)\ \cdot W_{N_1}^{k_1 n_1} \cdot W_{N_2}^{k_2 n_2}\ ; \qquad (2)$$

где $k_1 = \overline{0,(N_1-1)}$, $k_2 = \overline{0,(N_2-1)}$ – пространственные частоты; $x(n_1,n_2)$ – двумерный сигнал, $n_1 = \overline{0,N_1-1,}$ $n_2 = \overline{0,N_2-1,}$;

$W_{N_1}^{k_1 n_1} = \exp\left(-j\frac{2\pi}{N_1}(k_1 n_1)\right)$;

$W_{N_2}^{k_2 n_2} = \exp\left(-j\frac{2\pi}{N_2}(k_2 n_2)\right)$; $S_{N_1,N_2}(k_1,k_2)$ – коэффициенты (бины) прямого ДДПФ.

Матричная форма прямого ДДПФ:

$$S_{N_1\times N_2} = \frac{1}{N_1\cdot N_2} F^{(2)}_{N_1\times N_1}\cdot X_{N_1\times N_2}\cdot F^{(1)}_{N_2\times N_2}\,; \qquad (3)$$

где

$$X_{N_1\times N_2} = \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & . & . & (N_2-1) \quad n_2 \\ \hline 0 & x(0,0) & x(0,1) & . & . & x(0,N_2-1) \\ 1 & x(1,0) & x(1,1) & . & . & x(1,N_2-1) \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ (N_1-1) & x(N_1-1,0) & x(N_1-1,1) & . & . & x(N_1-1,N_2-1) \\ n_1 & & & & & \end{array}\,;$$

$$F^{(1)}_{N_2\times N_2} = \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & . & . & (N_2-1) \quad k_2 \\ \hline 0 & W_{N_2}^{0\cdot 0} & W_{N_2}^{0\cdot 1} & . & . & W_{N_2}^{0\cdot(N_2-1)} \\ 1 & W_{N_2}^{1\cdot 0} & W_{N_2}^{1\cdot 1} & . & . & W_{N_2}^{1\cdot(N_2-1)} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ (N_2-1) & W_{N_2}^{(N_2-1)\cdot 0} & W_{N_2}^{(N_2-1)\cdot 1} & . & . & W_{N_2}^{(N_2-1)\cdot(N_2-1)} \\ n_2 & & & & & \end{array}\,; \qquad (4)$$

$$F^{(2)}_{N_1\times N_1} = \begin{array}{c|ccccc} & 0 & 1 & . & . & (N_1-1) \quad n_1 \\ \hline 0 & W_{N_1}^{0\cdot 0} & W_{N_1}^{0\cdot 1} & . & . & W_{N_1}^{0\cdot(N_2-1)} \\ 1 & W_{N_1}^{1\cdot 0} & W_{N_1}^{1\cdot 1} & . & . & W_{N_1}^{1\cdot(N_2-1)} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ (N_1-1) & W_{N_1}^{(N_1-1)\cdot 0} & W_{N_1}^{(N_1-1)\cdot 1} & . & . & W_{N_1}^{(N_1-1)\cdot(N_1-1)} \\ k_1 & & & & & \end{array}\,. \qquad (5)$$

Как известно, ядро прямого ДДПФ (2, 3) разделимо (поскольку обладает свойством *сепарабельности*), что позволяет выполнить прямое ДДПФ в два этапа, используя одномерное дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Можно показать, что для получения $S_{N_1,N_2}(k_1,k_2)$ $k_1 = \overline{0,(N_1-1)}$, $k_2 = \overline{0,(N_2-1)}$ необходимо выполнить $N_1\cdot N_2$ одномерных ДПФ, при вычислении которых могут быть эффективно использованы алгоритмы быстрого преобразования Фурье – БПФ.

Рассмотрим предпосылки для разработки быстрого метода диагональной скользящей пространственно-частотной обработки двумерных дискретных сигналов на основе двумерного дискретного преобразования Фурье. Для этого обратимся к матричной форме ДДПФ (3).

Пусть нам необходимо найти коэффициент (бин) двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1,p_2)$ на пространственной частоте (p_1,p_2) по отсчетам входного сигнала $x(n_1,n_2)$. В этом случае матричное уравнение (3) преобразуется к виду:

$$S_{N_1,N_2}(p_1,p_2) = \frac{1}{N_1\cdot N_2}\cdot\left[W_{N_1}^{p_1\cdot 0}, W_{N_1}^{p_1\cdot 1}, \ldots W_{N_1}^{p_1\cdot(N_1-1)}\right]\times$$

$$X_{N_1\times N_2}\cdot\left[W_{N_2}^{p_2\cdot 0}, W_{N_{21}}^{p_2\cdot 1}, \ldots W_{N_2}^{p_2\cdot(N_1-1)}\right]^T. \qquad (6)$$

На первом этапе согласно выражению (6) проводим умножение базисной функции частоты p_2 и длительностью N_2 на матрицу дискретного двумерного сигнала $x(n_1,n_2)$. В результате получаем столбцевую матрицу $S_{N_2}(n_1,p_2)$ размером N_1, затратив на эту процедуру $N_2 \cdot N_1$ комплексных умножений и $(N_2-1)\cdot N_1$ комплексных сложений. Далее, на втором этапе осуществляем умножение базисной функции частоты p_1 и длительностью N_1 на столбцевую матрицу размером N_1, полученную на первом этапе, затратив на эту процедуру N_1 комплексных умножений и (N_1-1) комплексных сложений. Таким образом, на получение одного коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1 p_2)$ на пространственной частоте (p_1,p_2) необходимо затратить $N_1\cdot(N_2+1)$ комплексных умножений и $(N_2-1)\cdot(N_1+1)$ комплексных сложений. Учитывая, что выполнение одного комплексного умножения требует четырех действительных умножений и двух действительных сложений, а одно комплексное сложение – двух действительных сложений, то на получение значения одного коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(k_1 k_2)$ необходимо затратить $4\cdot N_1\cdot(N_2+1)$ действительных умножений и $4\cdot N_1N_2+2N_1–2$ действительных сложений.

Отметим, что этот объем вычислений необходимо выполнять при каждом сдвиге двумерного пространственного окна анализа по двумерному сигналу $x(n_1,n_2)$ (рис. 1). В то же время из рис. 1 нетрудно видеть, что при любом виде сдвига двумерного сигнала $x(n_1,n_2)$ большое число значений комплексной матрицы $X_{N_1\times N_2}$ в пространственном окне анализа остается неизменным.

Быстрый метод ЛДС⁻ скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области

Предлагаемый метод позволяет устранить избыточность при нахождении коэффициента (бина) двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1,p_2)$ на пространственной частоте (p_1,p_2).

Введем обозначение $S^{(p_1,p_2)}_{N_1,N_2}(r,r)$ для бина двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1,p_2)$, полученного при сдвиге ЛДС⁻ пространственного окна анализа на r отсчетов вправо и (r) отсчетов вниз по двумерному дискретному сигналу $x(n_1,n_2)$:

$$S^{(p_1,p_2)}_{N_1,N_2}(r,r)=$$

$$=\frac{1}{N_1\cdot N_2}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[(n_1+r),(n_2+r)\ ]\cdot W_{N_1}^{p_1n_1}\cdot W_{N_2}^{p_2n_2}, \tag{7}$$

где $r=0,1,2...$

Из соотношения (7) непосредственно следует, что при $r=0$

$$S^{(p_1,p_2)}_{N_1,N_2}(0,0)=$$

$$=\frac{1}{N_1\cdot N_2}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1,n_2)\ \cdot W_{N_1}^{p_1n_1}\cdot W_{N_2}^{p_2n_2}; \tag{8}$$

а при $r=1$

$$S^{(p_1,p_2)}_{N_1,N_2}(1,1)=$$

$$=\frac{1}{N_1\cdot N_2}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[(n_1+1),(n_2+1)\ ]\cdot W_{N_1}^{p_1n_1}\cdot W_{N_2}^{p_2n_2}. \tag{9}$$

Введя переменную $m_2=n_2+1$, преобразуем выражение (9) к виду

$$S^{(p_1,p_2)}_{N_1,N_2}(1,1)=$$

$$=\frac{1}{N_1\cdot N_2}\sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{m_2=-1}^{N_2-2} x[(n_1+1),m_2]\cdot W_{N_1}^{p_1\cdot n_1}\cdot W_{N_2}^{p_2\cdot(m_2-1)}. \tag{10}$$

Используя свойство сеперабельности ядра ПДДПФ, выражение (10) представим в следующем виде:

$$S^{(p_1,p_2)}_{N_1,N_2}(1,1)=\frac{1}{N_1}\left[\ \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W_{N_1}^{p_1\cdot n_1}\times\right.$$

$$\left.\times\left\{\ \frac{1}{N_2}\sum_{m_2=-1}^{N_2-2} x\big[(n_1+1),m_2\big]\ \cdot W_{N_2}^{p_2\cdot m_2}\cdot W_{N_2}^{-k_2}\ \right\}\ \right]. \tag{11}$$

Изменим пределы суммы в фигурных скобках соотношения (11) путем сложения и вычитания соответствующих членов:

$$\frac{1}{N_2}\sum_{m_2=-1}^{N_2-2} x[(n_1+1),m_2]\cdot W_{N_2}^{p_2\cdot m_2}\cdot W_{N_2}^{-p_2}=$$

$$=\frac{W_{N_2}^{-p_2}}{N_2}\left\{\ \left[\ \sum_{m_2=0}^{N_2-1} x[(n_1+1),m_2]\ \cdot W_{N_2}^{p_2\cdot m_2}\ \right]+\right.$$

$$\left.+\left[\ x[(n_1+1),0]\cdot W_{N_2}^{p_2\cdot 0}-x[(n_1+1),N_2]\cdot W_{N_2}^{p_2\cdot N_2}\ \right]\ \right\}=$$

$$= W_{N_2}^{-p_2} \cdot \left[S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(0) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{N_2} \left(x[(n_1+1),0] - x[(n+1)_1, N_2)] \right) \right], \quad (12)$$

где $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(0)$ – результат одномерного ДПФ на частоте p_2.

Выражение (11) с учетом соотношения (12) можно переписать в следующем виде:

$$S_{N_1,N_2}^{(p_1,p_2)}(1,1) = \frac{1}{N_1} \left\{ \sum_{n_1=0}^{N_1-1} W_{N_1}^{p_1 \cdot n_1} \times W_{N_2}^{-p_2} \cdot \left[S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(0) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{N_2} \left(x[(n_1+1),0] - x[(n_1+1), N_2)] \right) \right] \right\}. \quad (13)$$

Если обозначить результаты одномерного ДПФ на частоте p_2 при нулевом и единичном сдвиге через $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(0)$ и $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(1)$ соответственно, то несложно установить, что

$$S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(1) == W_{N_2}^{-p_2} \cdot \left[S_{N_2}^{((n_1+1),\,p_2)}(0) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{N_2} \left(x[(n_1+1),0] - x[(n_1+1), N_2)] \right) \right];$$

$$n_1 = \overline{0, N_1-2}. \quad (14)$$

Значение $S_{N_2}^{((N_1-1),\,p_2)}(1)$ необходимо найти дополнительно путем произведения соответствующего столбца матрицы $F_{N_2 \times N_2}^{(1)}$ на (N_1-1) строку матрицы $X_{N_1 \times N_2}$ после ЛДС⁻-сдвига на один отсчет.

Формулами (13) и (14) определен метод скользящей обработки при сдвиге ЛДС⁻ в пространственно-частотной области, позволяющий рекуррентно вычислить коэффициент двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}^{(p_1,p_2)}(r,r)$ на пространственной частоте (p_1, p_2) при сдвиге ЛДС⁻ по отсчетам входного сигнала $x[(n_1+r),(n_2+r)]$ $n_1 = \overline{0, N_1-1}$, $n_2 = \overline{0, N_2-1}$, $r = 1,2,3,\ldots$.

Приведем алгоритм, реализующий разработанный метод скользящей обработки при ЛДС⁻-сдвиге в пространственно-частотной области, который позволяет с помощью рекуррентной процедуры находить коэффициент двумерного дискретного преобразования $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(r)$ на r шаге, используя результат предыдущего шага – $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(r-1)$.

Алгоритм скользящей обработки в пространственно-частотной области при ЛДС⁻-сдвиге двумерных дискретных сигналов

1. Найти столбцевую матрицу $S_{N_2}(n_1, p_2)$ размером n_1 путем умножения базисной функции длительностью n_2 и частоты p_2 на матрицу дискретного двумерного сигнала $x(n_1, n_2)$.

2. Запомнить столбцевую матрицу $S_{N_2}(n_1, p_2)$ как столбцевую матрицу $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(0)$.

3. Вычислить значение коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1 p_2)$ путем умножения столбцевой матрицы $S_{N_2}(n_1, p_2)$ на базисную функцию длительностью n_1 и частоты p_1. Этим этапом заканчивается выход алгоритма на рабочий режим.

4. Осуществить ЛДС⁻-сдвиг дискретного пространственного окна на один отсчет вниз по двумерному сигналу $x(n_1, n_2)$ и получить матрицу дискретного двумерного сигнала $x[(n_1+1),(n_2+1)]$.

5. Сформировать согласно соотношению (14) столбцевую матрицу $S_{N_2}^{(n_1,p_2)}(1)$.

6. Значение $S_{N_2}^{((N_1-1),\,p_2)}(1)$ необходимо найти дополнительно путем произведения соответствующего столбца матрицы $F_{N_2 \times N_2}^{(1)}$ на (N_1-1) строку матрицы $X_{N_1 \times N_2}$ после ЛДС⁻-сдвига.

7. Перейти к выполнению пункта № 4.

Рассмотрим эффективность предлагаемого алгоритма диагональной скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области в сравнении со стандартным методом получения коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1 p_2)$. После несложных выкладок можно установить, что:

- стандартный алгоритм скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области требует для получения коэффициента $S_{N_1,N_2}(p_1 p_2)$ двумерного дискретного преобразования $4 \cdot N_1 \cdot (N_2+1)$ действительных умножений и $4 \cdot N_1 \cdot N_2 + 2 \cdot (N_1-1)$ действительных сложений;
- предлагаемый алгоритм скользящей обработки двумерных дискретных сигналов в пространственно-частотной области требует для получения коэффициента $S_{N_1,N_2}(p_1 p_2)$ двумерного

дискретного преобразования $4\cdot(N_2+2\cdot N_1-1)$ действительных умножений и $2\cdot(5\cdot N_1+2\cdot N_2-3)$ действительных сложений.

В качестве критерия эффективности алгоритма A в сравнении с алгоритмом B используем относительную экономию вычислений при применении сравниваемых алгоритмов A и B:

$$\gamma=\frac{\text{число операций в алгоритме } A-\text{число операций в алгоритме } B}{\text{число операций в алгоритме } A}\cdot 100\,\%. \qquad (15)$$

На рис. 2 приведена относительная экономия операций умножения в процентах при применении предлагаемого алгоритма при сдвиге ЛДС$^-$ в сравнении со стандартным алгоритмом получения коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1 p_2)$.

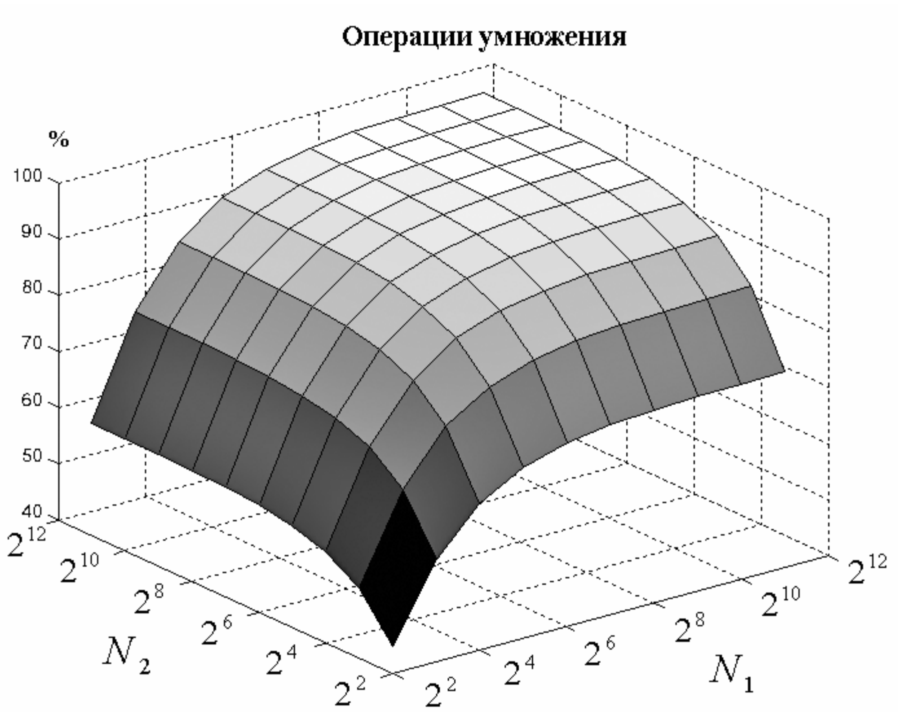


Рис. 2. Относительная экономия умножений γ в процентах в сравнении со стандартным алгоритмом

На рис. 3 приведена относительная экономия операций умножения и сложения в процентах при применении предлагаемого алгоритма в сравнении со стандартным алгоритмом получения коэффициента двумерного дискретного преобразования $S_{N_1,N_2}(p_1,p_2)$.

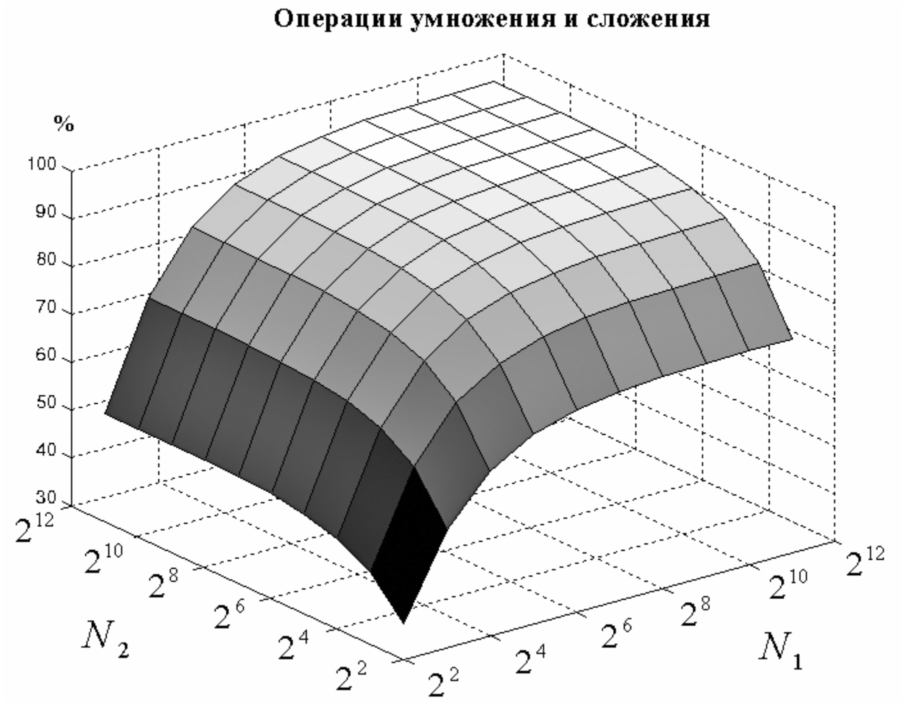


Рис. 3. Относительная экономия умножений γ в процентах в сравнении со стандартным алгоритмом

Выводы

Разработан эффективный метод и алгоритм диагонально скользящего прямого двумерного дискретного преобразования Фурье, которые позволяют вычислять коэффициенты данного преобразования в реальном масштабе времени.

Оценка предложенного метода и алгоритма диагонально скользящего прямого двумерного дискретного преобразования Фурье с точки зрения вычислительных затрат в сравнении с известными алгоритмами доказало их эффективность.

В результате экспериментальных исследований доказана достоверность и обоснованность предложенного метода и алгоритма диагонально скользящей двумерной дискретной обработки сигналов.

Библиографические ссылки

1. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов / пер. с англ. М. : Мир, 1978. 839 с.

2. *Марпл-мл. С. Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения / пер. с англ. М. : Мир, 1990. 584 с.

3. *Gonzalez R.C., Woods R.E.* Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 pages.

4. *Прэтт У.* Цифровая обработка изображений : в 2 кн. / пер. с англ. М. : Мир, 1982. 790 с.

5. *Пономарева О. В., Пономарев А. В.* Интерполяция в пространственной области двумерных дискретных сигналов с помощью быстрых преобразований Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т. 17. № 1. С. 88–94.

6. *Пономарева О. В., Пономарев А. В.* Быстрый метод горизонтальной скользящей проствансвенно-частотной обработки // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т. 17. № 2. С. 81–87.

7. *Пономарева О. В.* Неинвариантность скользящего энергетического параметрического Фурье-спектра действительных тональных сигналов // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 2. С. 7–14.

8. *Пономарев В. А., Пономарева О. В.* Теория и применение параметрического дискретного преобразования Фурье // Цифровая обработка сигналов. 2011. № 1. С. 2–6.

9. *Пономарев В. А., Пономарева О. В., Пономарева Н. В.* Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Гильберта в частотной области // Современные информационные и электронные технологии. 2014. № 15. С. 183–184.

10. *Пономарева О. В., Пономарев А. В., Пономарева Н. В.* Формализованное описание погрешности измерения вероятностных характеристик случайных процессов процессорными измерительными средствами // Современные информационные и электронные технологии. 2013. № 14. С. 90–93.

11. *Пономарева Н. В., Пономарева О. В., Хворенков В. В.* Определение огибающей ангармонического дискретного сигнала на основе преобразования Гильберта в частотной области // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 33–40.

12. *Пономарев В. А., Пономарева О. В.* Тенденции развития дискретных косвенных измерений параметров электрических сигналов // Метрология. 2017. № 1. С. 20–32.

13. *Пономарева О. В., Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю.* Применение временных окон в векторном спектральном анализе дискретных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 2 (29). С. 19–21.

14. *Пономарева Н. В.* Проблемы компьютерной спектральной обработки сигналов в музыкальной акустике // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 1. С. 26–33.

15. *Пономарева Н. В.* Цифровая спектральная обработка сигналов в музыкальной акустике // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2018. Т. 8. № 2. С. 37–42.

16. *Пономарев В. А., Пономарева Н. В.* Метод и алгоритм выделения музыкально-акустического сигнала из его смеси со случайным дискретным телеграфным сигналом // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2018) : труды Международной научно-технической конференции / под ред. С. А. Прохорова. 2018. С. 161–164.

17. *Пономарева Н. В.* Предобработка дискретных сигналов при спектральном анализе в системе компьютерной математики MATLAB // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 4 (31). С. 32–34.

18. *Пономарев В. А., Пономарева Н. В.* Цифровой спектрально-временной анализ музыкально-акустических сигналов на основе параметрического дискретного преобразования Фурье // Приборостроение в XX1 веке – 2017. Интеграция науки, образования и производства : сборник материалов XIII Международной научно-технической конференции. Ижевск, 2018. С. 307–312.

19. *Пономарева Н. В., Пономарев В. В.* Метод быстрого получения прореженных коэффициентов дискретного преобразования Фурье на основе параметрических дискретных экспоненциальных базисов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2017. Т. 7. № 1. С. 172–177.

20. *Пономарева Н. В., Пономарева В. Ю.* Локализация спектральных пиков методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2016. № 2 (29). С. 15–18.

21. *Пономарев А. В.* Двумерная обработка сигналов в дискретных базисах Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т. 17. № 1. С. 71–77.

22. *Батищев В. И., Золин А. Г., Косарев Д. Н., Романеев А. Е.* Аппроксимационный подход к решению задач анализа и интерпретации экспериментальных данных // Вестник Самарского государственного университета. Серия: Технические науки. 2006. № 40. С. 57–65.

23. *Батищев В. И., Мелентьев В. С.* Измерительно-моделирующий подход к определению интегральных характеристик периодических сигналов // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2003. № 6. С. 36–39.

24. *Пономарев В. А., Пономарева О. В.* Обобщение дискретного преобразования Фурье для интерполяции во временной области // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. 1983. Т. XXVI. № 9. С. 67–68.

25. *Пономарев В. А., Пономарева О. В.* Инвариантность текущего энергетического Фурье - спектра комплексных дискретных сигналов на конечных интервалах // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2014. № 2. С. 8–16.

26. *Батищев В. И., Волков И. И., Золин А. Г.* Использование стохастического базиса в задачах восстановления сигналов и изображений // Автометрия. 2017. Т. 53. № 4. С. 127–134.

27. *Пономарев А. В.* Вертикальная скользящая пространственно-частотная обработка дискретных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т. 17. № 2. С. 65–72.

28. *Prokhorov S. A., Kulikovskikh I. M.* Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve pole Position Problem. In Signal Processing, 2015, vol. 108, pp. 25-29.

29. *Прохоров С. А., Графкин В. В.* Структурно-спектральный анализ случайных процессов. Самара, 2010.

30. *Прозоров Д. Е., Петров Е. П.* Быстрый поиск шумоподобных сигналов / под ред. Е. П. Петрова. Киров, 2006.

31. *Пономарева О. В.* Горизонтальная скользящая пространственно-частотная обработка двумерных дискретных действительных сигналов // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. № 1. С. 78–87

References

1. Rabiner L., Gould B. *Teoriya i primenenie cifrovoj obrabotki signalov. Perevod s angl.* [Theory and application of digital signal processing]. Moscow, World., 1978, 839 p. (in Russ.)

2. Marpl-ml. S.L. *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozheniya: Perevod s angl.* [Digital Spectral Analysis and its Applications]. Moscow, Mir Publ., 1990, 584 p. (in Russ.).

3. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing, 4th Ed. Published by Pearson. 2018. 1168 pages.

4. Prehtt U. *Cifrovaya obrabotka izobrazhenij. V 2-h knigah. Perevod s angl.* [Digital image processing]. Moscow, Mir Publ., 1982, 790 p. (in Russ.).

5. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Spatial interpolation of two-dimensional discrete signals using fast Fourier transforms]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2019, vol. 17, no. 1, pp. 88-94 (in Russ.).

6. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V. [Fast Horizontal Sliding Frequency Span Processing Method]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2019, vol. 17, no. 2, pp. 81-87 (in Russ.).

7. Ponomareva O.V. [Non-invariance of the moving energy parametric Fourier spectrum of real tonal signals]. *Cifrovaya obrabotka signalov.* 2014, no. 2, pp. 7-14. (in Russ.).

8. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Theory and application of the parametric discrete Fourier transform]. *Cifrovaya obrabotka signalov*. 2011, no. 2, pp. 2-6 (in Russ.).

9. Ponomarev V.A, Ponomareva O.V., Ponomareva N.V. [The method of fast calculation of the discrete Hilbert transform in the frequency domain]. *Modern information and electronic technologies,* 2014, no. 15, pp. 183-184 (in Russ.).

10. Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V. Formalized description of the measurement error of the probabilistic characteristics of random processes with processor measurement tools]. *Modern information and electronic technologies*, 2013, no. 14, pp. 90-93 (in Russ.).

11. Ponomareva N.V., Ponomareva O.V., Hvorenkov V.V. [Determination of anharmonic discrete signal envelope based on the Hilbert transform in the frequency domain]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstvection*, 2018, vol. 16, no. 1, pp. 33-40 (in Russ.).

12. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Trends in the development of discrete indirect measurements of the parameters of electrical signals]. *Metrology*, 2017, no. 1, pp. 20-32 (in Russ.).

13. Ponomareva O.V., Ponomareva N.V, Ponomareva V.YU. [The use of time windows in the vector spectral analysis of discrete signals]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2016, no. 2 (29), pp. 19-21 (in Russ.).

14. Ponomareva N.V. [Problems of computer spectral signal processing in musical acoustics]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2018, vol. 16, no. 1, pp. 26-33 (in Russ.).

15. Ponomareva N.V. [Digital spectral signal processing in musical acoustics]. *DSPA Issues of application of digital signal processing*, 2018, vol. 8, no. 2, pp. 37-42 (in Russ.).

16. Ponomarev V.A., Ponomareva N.V. *Metod i algoritm vydeleniya muzykal'no-akusticheskogo signala iz ego smesi so sluchainym diskretnym telegrafnym signalom* [Method and algorithm for extracting a musical-acoustic signal from its mixture with a random discrete telegraph signal. In the collection]. *Perspektivnye informatsionnye tekhnologii (PIT 2018) : trudy Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Proc. Advanced Information Technologies (PIT 2018): proceedings of the International Scientific and Technical Conference], 2018, pp. 161-164 (in Russ.).

17. Ponomareva N.V. [Pre-processing of discrete signals in spectral analysis in the computer mathematics system MATLAB]. *Intellectual systems in production*, 2016, no. 4 (31). pp. 32-34 (in Russ.).

18. Ponomarev V.A., Ponomareva N.V.[Digital spectral-temporal analysis of musical-acoustic signals based on the parametric discrete Fourier transform]. *In the collection: Instrumentation in the XX1st century - 2017. Integration of science, education and production. Collection of materials XX1 International Scientific and Technical Conference*. Izhevsk, 2018, pp.307-312 (in Russ.).

19. Ponomareva N.V., Ponomarev V.V. [The method of quickly obtaining thinned coefficients of the discrete Fourier transform based on parametric discrete exponential bases]. *DSPA: Issues of application of digital signal processing*, 2017, vol.7, no. 1, pp.172-177 (in Russ.).

20. Ponomareva N.V, Ponomareva V.YU. [Localization of spectral peaks by the parametric discrete Fourier transform method]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2016, no. 2 (29), pp. 15-18 (in Russ.).

21. Ponomarev A. V. [Two-dimensional signal processing in discrete Fourier bases]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2019, vol. 17, no. 1, pp.71-77 (in Russ.).

22. Batishchev V.I., Zolin A.G.,Kosarev D.N., Romaneev A.E. [Approximation approach to solving the problems of analyzing and interpreting experimental data]. *Herald of Samara State University. Series: Engineering*, 2006, no. 40, pp. 57-65 (in Russ.).

23. Batishchev V.I., Melent'ev V.S. [Measuring and modeling approach to determining the integral characteristics of periodic signals]. *News of higher educational institutions. Electromechanics*, 2003, no. 6, pp. 36-39 (in Russ.).

24. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Generalization of the discrete Fourier transform for interpolation in the time domain]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Radioelektronika.* 1983, vol. 26, no. 9, pp. 67-68 (in Russ.).

25. Ponomarev V.A., Ponomareva O.V. [Invariance of the current energy Fourier spectrum of complex discrete signals at finite intervals]. *News of higher educational institutions of Russia. Radio electronics*, 2014, no. 2, pp. 8-16 (in Russ.).

26. Batishchev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. [The use of the stochastic basis in the problems of the restoration of signals and images]. *Avtometriya*, 2017, vol. 53, no. 4, pp. 127-134 (in Russ.).

27. Ponomarev A.V. [Vertical sliding spatial-frequency processing of discrete signals]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2019, vol. 17, no. 1, pp. 65-72 (in Russ.).

28. Prokhorov S.A., Kulikovskikh I.M. Unique Condition for generalized Laguerre Functions to solve pole Position Problem, Signal Processing, 2015, vol. 108, pp. 25-29.

29. Prohorov S.A., Grafkin V.V. *Strukturno-spektral'nyj analiz sluchajnyh processov* [Structural and spectral analysis of random processes]. Samara, 2010 (in Russ.).

30. Prozorov D.E., Petrov E.P. *Bystryj poisk shumopodobnyh signalov. Edited by: E.P.Petrova* [Quick search for noise-like signals]. Kirov, 2006 (in Russ.).

31. Ponomareva O.V. [Horizontal sliding spatial-frequency processing of two-dimensional discrete real signals]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2019, no. 1, pp. 78-87 (in Russ.).

* * *

Fast Method of Diagonal Sliding Spatial Frequency Processing of Discrete Signals

O. V. Ponomareva, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia
A. V. Ponomarev, PhD in Economics, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

The method is developed for the diagonal processing of two-dimensional discrete signals in the spatial frequency area – the method of diagonal sliding two-dimensional discrete Fourier transform. The mathematical apparatus of the direct two-dimensional discrete Fourier transform in the matrix and algebraic form is considered. The efficient method and algorithm of the diagonal sliding two-dimensional discrete Fourier transform are developed, which allow for computing the factors of this transform in the real time scale. The efficiency of the algorithm of the diagonal sliding two-dimensional discrete Fourier transform is estimated from the point of view of computational efforts as compared to the known algorithms. Experimental investigations of sample two-dimensional discrete signals proved the feasibility, efficiency and validity of the proposed method and algorithm of the horizontal sliding two-dimensional discrete Fourier transform. The comparison of the developed method of the diagonal sliding two-dimensional discrete Fourier transform and the standard method of obtaining the coefficient of the two-dimensional discrete Fourier transform is made from the point of view of computational efforts. Surfaces of the relative computation economy in the developed algorithm are plotted as compared with the standard algorithm of the horizontal sliding processing of two-dimensional discrete signals.

Keywords: two-dimensional discrete signal, direct two-dimensional discrete Fourier transform, reference area, spatial frequency spectrum, spatial frequency processing.

Получено: 21.03.19