Имитационное моделирование процесса функционирования технической ячейки с необесценивающими отказами^{*}

В. Я. Копп, доктор технических наук, профессор, Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия М. В. Заморёнов, кандидат технических наук, Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия Н. И. Чаленков, аспирант, Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия

В статье описывается метод фазового укрупнения полумарковских систем, не требующий определения стационарного распределения вложенной цепи Маркова. Фазовое укрупнение – эквивалентная замена полумарковской системы с общим фазовым пространством состояний, системой с дискретным пространством состояний, имеющей те же характеристики, что и исходная система. Приводится лемма о функции распределения разности случайных величин. На основе леммы описывается применение формулы для разности случайной величины и непростого процесса восстановления. Предлагается метод фазового укрупнения регенерирующих и нерегенерирующих полумарковских систем, не включающий в себя этап определения стационарного распределения вложенной цепи Маркова для систем с общим фазовым пространством. На основе приведенного метода фазового укрупнения полумарковских систем, предложенного авторами, рассматривается функционирование технологической ячейки с необесценивающими отказами. Приводятся математическое описание системы и результаты моделирования предложенным методом и с помощью имитационного моделирования. При имитационном моделировании учитываются времена наработки на отказ и восстановления технологической ячейки, а также время обслуживания изделия. В среде AnyLogic строятся имитационные модели двумя способами: на основе временной диаграммы функционирования технологической ячейки, а также на основе временной диаграммы с графом состояний ячейки. Приводится сравнение результатов имитационного моделирования с разработанным авторами методом моделирования полумарковских систем, не требующим определения стационарного распределения вложенной цепи Маркова для систем с общим фазовым пространством состояний. Проведенное сравнение результатов моделирования подтвердило правильность построения полумарковской модели.

Ключевые слова: имитационная модель, полумарковская система, технологическая ячейка, фазовое пространство состояний, AnyLogic.

Введение

В настоящее время в промышленности все чаще применяются различные технические системы, обеспечивающие производство в автоматическом или полуавтоматическом режиме. Особого внимания заслуживает решение задач, связанных с применением искусственного интеллекта как в робототехнике и мехатронике, так и в устройствах управления различного назначения и уровня исполнения. В этой связи развитие математического аппарата, создаваемого на основе полумарковских систем, и его апробация становятся особенно актуальными.

Одним из подходов, заслуживающих внимания, является метод фазового укрупнения полумарковских систем, который не требует определения стационарного распределения вложенной цепи Маркова. Под фазовым укрупнением понимается эквивалентная замена полумарковской системы с общим фазовым пространством состояний, системой с дискретным пространством состояний, имеющей те же характеристики, что и исходная система.

Для решения поставленной задачи необходимо определить функцию распределения разности случайной величины и непростого процесса восстановления и разработать метод фазового укрупнения регенерирующих и нерегенерирующих полумарковских систем.

Целью данной статьи является подтверждение правильности разработанного авторами метода моделирования полумарковских систем с общим фазовым пространством состояний, не требующим определения стационарного распределения вложенной цепи Маркова.

Анализ возможности фазового укрупнения полумарковской системы классическим методом

При фазовом укрупнении полумарковской системы классическим методом [1–9] используется формула для определения функции распре-

© Копп В. Я., Заморёнов М. В., Чаленков Н. И., 2020

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-01-00704-а).

деления случайной величины γ , являющейся разностью случайных величин (CB) α и β при условии, что $\alpha > \beta$. В литературе она обозначается $\gamma = [\alpha - \beta]^+$, а выражение для ее функции распределения CB γ имеет вид:

$$F_{\gamma}(t) = \frac{\int_{0}^{\infty} \left[F_{1}(t+y) - F_{1}(y) \right] dF_{2}(y)}{\int_{0}^{\infty} \overline{F_{1}}(t) f_{2}(t) dt}, \qquad (1)$$

где $F_1(t)$ – функция распределения CB α , а $F_2(t)$ и $f_2(t)$ – функция и плотность распределения CB β .

Формула (1) используется в случае, когда рассматриваются СВ α и β с функциями распределения (Φ P) $F_1(t)$ и $F_2(t)$, имеющими плотности распределения (ПР) $f_1(t)$ и $f_2(t)$. В ряде случаев, когда эта формула применяется однократно, такой прием очень удобен. Однако в случае ее многократного использования возникают значительные сложности, так как получаются крайне громоздкие выражения, переполняющие память компьютера. Следовательно, необходимо дальнейшее развитие данного метода.

Развитие метода фазового укрупнения полумарковской системы

Авторами на основе доказанной ранее леммы [10] была решена задача отыскания вида функции, позволяющей абсолютно точно аппроксимировать выражение (1), являющееся смесью.

В формуле (1) выражение

$$\frac{\left[F_{1}(t+y)-F_{1}(y)\right]}{\int_{0}^{\infty}\overline{F}_{1}(t)f_{2}(t)dt}$$

представляет собой зависящее от действительного параметра y > 0 семейство функций распределения, а $F_2(t)$ – весовую функцию.

Доказанная в [11] лемма сформулирована в следующей форме: функция $F_{\gamma}(t)$ распределения времени разности двух СВ ($\alpha - \beta$) с функциями распределения $F_1(t)$ и $F_2(t)$, соответственно, при условии, что ($\alpha > \beta$), определяемая выражением

$$F_{\gamma}(t) = \frac{\int_{0}^{\infty} F_{1}(t+y) f_{2}(y) dy - \int_{0}^{\infty} F_{1}(y) f_{2}(y) dy}{\int_{0}^{\infty} \overline{F_{1}}(y) f_{2}(y) dy},$$

с учетом того, что

$$F_{2}(t) = 1_{x}(t) = \begin{cases} 1, t \ge x_{\text{B}}; \\ 0, t < x_{\text{B}}, \end{cases}$$

имеет вид

$$F_{\gamma}(t,x) = \frac{F_{1}(t+x_{\scriptscriptstyle B})-F_{1}(x_{\scriptscriptstyle B})}{\overline{F}_{1}(x_{\scriptscriptstyle B})},$$

где значение параметра *x*_в выбирается из равенства

$$F_{\gamma}(y) = \frac{\int_{0}^{\infty} \left[F_{1}(t+y) - F_{1}(y)\right] f_{2}(y) dy}{\int_{0}^{\infty} \overline{F}_{1}(y) f_{2}(y) dy} = \frac{F_{1}(t+x_{B}) - F_{1}(x_{B})}{\overline{F}_{1}(x_{B})}.$$
(2)

Если рассматривается непростой процесс восстановления, порождаемый ФР $F_{\gamma}(t)$ и $F_2(t)$, то есть со СВ $\beta_{\Sigma} = \gamma + \sum_{k=0}^{k} \beta = \gamma + \beta_k$, где СВ β имеет ПР $f_2(t)$, СВ $\beta_k = \sum_{i=1}^{k} \beta$ имеет ПР $f_2^{(*)k}(t)$, СВ γ является временем первого скачка и имеет ПР $f_{\gamma}(t)$, а СВ β_{Σ} имеет ПР $f_{\gamma}(t) * f_2^{(*)k}(t)$, $(k = \overline{0, \infty})$, то необходимо пользоваться теоремой, доказательство которой приведено в [12]:

$$F_{\alpha-\beta_{\Sigma}}(t) = \frac{\int_{0}^{\infty} \left[F_{1}(t+y) - F_{1}(y)\right] h_{2}^{y}(y) dy}{\int_{0}^{\infty} \left[1 - F_{1}(x)\right] h_{2}^{y}(dx)} = \frac{F_{1}(t+x_{B}) - F_{1}(x_{B})}{1 - F_{1}(x_{B})}.$$
(3)

Приведенная лемма позволяет предложить метод фазового укрупнения регенерирующих и нерегенерирующих полумарковских систем [13], не включающий в себя этап определения стационарного распределения ВЦМ для систем с общим фазовым пространством, описанный в [14].

Предложенный алгоритм фазового укрупнения следующий:

1. Предполагается, что система является дискретной и определяются новые функции распределения случайных величин путем использования леммы и теоремы [15, 16].

2. Определяются времена пребывания в состояниях и соответствующие им функции распределения.

3. Определяются вероятности переходов цепи Маркова для дискретной системы.

4. Определяется стационарное распределение ВЦМ, что для дискретной системы не представляет сложности:

$$\rho_k = \sum_{k \in E} \rho_r \cdot p_{rk} \; .$$

5. Определяется стационарное распределение полумарковского процесса:

$$\pi_k = \frac{\rho_k \cdot m_k}{\sum_{k \in E} \rho_k \cdot m_k}$$

6. Составляются *q* дополнительных условий, которые запишем в общем виде:

$$\Pi_{_{3i}} = \Pi_{_{Mi}}(F_q, \rho_q, \pi_q), (i = \overline{1, q}), \qquad (4)$$

где Π_{3i} – неизменный параметр; $\Pi_{Mi}(F_q, \rho_q, \pi_q, x_{Bq})$ – этот же параметр, вычисленный по модели.

Система уравнений для определения параметров $x_{\rm Bi}$, $(i = \overline{1, q})$ имеет вид:

$$\begin{cases} \rho_{k} = \sum_{k \in E} \rho_{r} \cdot p_{rk}; \\ \pi_{k} = \frac{\rho_{k} \cdot m_{k}}{\sum_{k \in E} \rho_{k} \cdot m_{k}}; \\ \Pi_{3i} = \Pi_{Mi}(F_{r}, \rho_{q}, \pi_{q}, x_{Bq}), (i = \overline{1, q}). \end{cases}$$
(5)

Функционирование рассматриваемого устройства [17] можно описать следующим образом:

• время обслуживания единицы продукции ОУ – СВ α_1 с ФР $F_1(t) = P\{\alpha_1 \le t\}$;

• время безотказной работы ОУ – CB α_2 с ФР $F_2(t) = P\{\alpha_2 \le t\}$;

• время восстановления $OY - CB \beta_2 c \Phi P$;

• СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$ предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания m_1, m_2, m_g и дисперсии; • у ФР $F_1(t), F_2(t), G_2(t)$ существуют плотности $f_1(t), f_2(t), g_2(t)$;

• при отказе ОУ обслуживание единицы продукции прерывается, после восстановления его работоспособности обслуживание продукции продолжается с учетом времени прерванного обслуживания.

Необходимо определить ФР $F_{\theta}(t)$ СВ θ времени цикла обслуживания единицы продукции ОУ с учетом его отказов, математическое ожидание и дисперсию указанной СВ, а также производительность ОУ.

Для описания функционирования системы используем процесс марковского восстановления (ПМВ) $\{\xi_n, \theta_n; n \ge 0\}$ и соответствующий ему полумарковский процесс (ПМП) $\xi(t)$ с состояниями:

10x - OY работоспособен, началось обслуживание очередной единицы продукции; время, оставшееся до отказа OУ, равно $x \ge 0$;

11x — мгновенное состояние, соответствующее моменту окончания обслуживания единицы продукции; время, оставшееся до отказа ОУ, равно $x \ge 0$;

20x – произошло восстановление работоспособности ОУ и продолжено прерванное обслуживание единицы продукции; время, оставшееся до окончания прерванного обслуживания, равно $x \ge 0$;

21x – произошел отказ ОУ, обслуживание единицы продукции прервано; время, оставшееся до окончания прерванного обслуживания, равно $x \ge 0$.

Граф переходов системы – на рис. 1.



Рис. 1. Граф состояний

Фазовое пространство состояний имеет вид: E={10x, 11x, 20x, 21x}.

В данной структуре имеется две «петли возврата»: петля образована состояниями 11х и 10х, а вторая состояниями 20х и 21х.

Решение задачи, не требующее определения стационарного распределения

Осуществим переход к эквивалентной системе с дискретными состояниями. Граф такой системы аналогичен графу (рис. 1) и представлен на рис. 2. Как видно из рис. 2, у состояний графа отсутствуют непрерывные компоненты, то есть система является дискретной.



Рис. 2. Граф состояний системы с дискретными состояниями

В данной неукрупненной системе (см. рис. 1) имеются две непрерывные компоненты. Запишем два дополнительных условия, необходимых для их определения. Каждое условие, как указано выше, связано с неизменяющимся параметром, которыми в данном конкретном случае являются коэффициент готовности $K_{\rm гд}$ и математическое ожидание времени обслуживания единицы продукции $m_{\rm θд}$. Эти величины равны:

$$K_{\rm rg} = \frac{m_2}{m_2 + m_g}, \ m_{\theta g} = \frac{m_1 (m_2 + m_g)}{m_g}$$

Эти же параметры, определяемые из укрупненной полумарковской модели, равны:

$$K_{\rm r} = \pi_{10} + \pi_{20}; \ m_{\theta} = \frac{m_{10}\rho_{10} + m_{20}\rho_{20} + m_{21}\rho_{210}}{\rho_{11}}$$

Выражение для $m_{\theta_{\pi}}$ получено с использованием теоремы о математическом ожидании времени пребывания системы в заданном подмножестве состояний. Тогда дополнительные условия имеют вид:

$$\pi_{10} + \pi_{20} = \frac{m_2}{m_2 + m_g};$$
$$\frac{m_{10}\rho_{10} + m_{20}\rho_{20} + m_{21}\rho_{210}}{\rho_{11}} = \frac{m_1(m_2 + m_g)}{m_2}$$

Система, которой должны удовлетворять искомые параметры, имеет вид:

$$\begin{split} \rho_{10} &= \frac{P_{20}^{11}}{2 \cdot (P_{20}^{11} + P_{10}^{21})}, \\ \rho_{11} &= \rho_{10}, \\ \rho_{20} &= \frac{P_{10}^{21}}{2 \cdot (P_{20}^{11} + P_{10}^{21})}, \\ \rho_{21} &= 1 - \rho_{10} - \rho_{11} - \rho_{20}, \\ \pi_{10} &= \frac{\rho_{10} \cdot m_{10}}{\rho_{10} \cdot m_{10} + \rho_{20} \cdot m_{20} + \rho_{21} \cdot m_{21}}, \\ \pi_{20} &= \frac{\rho_{20} \cdot m_{20}}{\rho_{10} \cdot m_{10} + \rho_{20} \cdot m_{20} + \rho_{21} \cdot m_{21}}, \\ \pi_{21} &= \frac{\rho_{21} \cdot m_{21}}{\rho_{10} \cdot m_{10} + \rho_{20} \cdot m_{20} + \rho_{21} \cdot m_{21}}, \\ \pi_{10} + \pi_{20} &= \frac{m_{2}}{m_{2} + m_{g}}, \\ \frac{m_{10}\rho_{10} + m_{20}\rho_{20} + m_{21}\rho_{210}}{\rho_{11}} = \frac{m_{1}(m_{2} + m_{g})}{m_{g}} \end{split}$$

где P_{10}^{21} , P_{20}^{11} – вероятности перехода из состояния S_{10} в состояние S_{21} и из S_{20} в состояние S_{11} . Эти вероятности равны:

$$P_{10}^{21} = \int_{0}^{\infty} F_{2}(t, x_{e2}) f_{1}(t, x_{e1}) dt ;$$
$$P_{20}^{11} = \int_{0}^{\infty} F_{1}(t, x_{e1}) f_{2}(t, x_{e2}) dt ,$$

где $F_1(t, x_{e1})$, $f_1(t, x_{e1})$, $F_2(t, x_{e2})$, $f_2(t, x_{e2})$ – функции и плотности распределения CB, определяющиеся на каждом шаге.

Решение задачи в среде имитационного моделирования AnyLogic

AnyLogic – программное обеспечение для имитационного моделирования, которое обладает современным графическим интерфейсом и позволяет использовать язык Java для построения имитационных моделей.

Перейдем к построению модели в данной среде через временную диаграмму функционирования технологической ячейки. Графическое представление модели описанной системы приведено на рис. 3.



Рис. 3. Графическое представление модели первым способом

Процесс функционирования следующий. Заявка поступает от источника и становится в очередь, блок «queue», если ТЯ занята. В случае свободной ТЯ заявка переходит в блок «Obrabotka_zayavki», в котором имитируется обслуживание, после чего заявка удаляется из системы.

Имитационная модель имеет следующие параметры:

Vremy_obrabotky – среднее время обработки заявки;

Vremy_vostanovleniy – среднее время восстановления;

Narab_na_otkaz – среднее время наработки на отказ;

emkost_nakopitely – емкость накомителя (блок «queue»).

Имитация процесса функционирования ТЯ обеспечивается блоками «rozigrish_int_do_otkaz» и «imitaciya_vost_kanala». Блок «rozigrish_int_ do_otkaz» имитирует процесс наработки на отказ системы. При поступлении заявки в данный блок происходит открытие блока «hold» для поступления заявки на обслуживание. В случае перехода заявки из «rozigrish_int_do_otkaz» в «imitaciya_vost_kanala» имитируется отказ ТЯ, тем самым закрывается блок «hold», что означает восстановление ТЯ, и заявки прекращают обрабатываться до восстановления блока.

Вторым способом построения имитационной модели является временная диаграмма с графом состояний ТЯ. Графическое представление модели представлено на рис. 4.



Рис. 4. Графическое представление модели вторым способом

Имитация процесса функционирования системы обеспечивается графом состояний. Граф строится на основании библиотеки «Диаграмма состояний». ТЯ может пребывать в одном из 3 возможных состояний: работоспособное (work), состояние потери работоспособности (мгновенное состояние отказа – fail) и состояние восстановления работоспособности (recovery). Граф переходов для ТЯ представлен на рис. 5.



Рис. 5. Граф состояний ТЯ

Времена переходов из состояний «recovery» в «work» и из «work» в «failure» распределены по закону Эрланга второго порядка со средними математическими ожиданиями наработки на отказ «Narab_na_otkaz» и восстановления «Vremy_vostanovleniy». Переход из состояний «failure» в «recovery» происходит мгновенно.

При нахождении ТЯ в состоянии «work» выполняется следующий java-код:

if(Obrabotka_zayavki.isSuspended())

{Obrabotka_zayavki.resume();}

Функция isSuspended() проверяет, была ли приостановлена обработка заявки. В случае положительного ответа вызывается функция resume(), которая возобновляет работу приостановленного ранее объекта Obrabotka zayavki.

При нахождении ТЯ в состоянии «failure» выполняется следующий java-код:

if(!Obrabotka_zayavki.isSuspended())
{Obrabotka_zayavki.suspend();}

if(!Obrabotka zayavki.isSuspended()){

for(int i=0;i<Obrabotka_zayavki.size();i++);}</pre>

Функция isSuspended() проверяет на работоспособность блока «Obrabotka_zayavki». При положительном ответе вызывается функция suspend(), которая приостанавливает работу данного блока. После окончания нахождения в блоке «failure» вызывается функция isSuspended(), возвращающая в работоспособное состояние ТЯ. Таким образом моделируется работа ТЯ при необесценивающих отказах.

Исходными данными для моделирования служат: ФР $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $G_1(t)$ распределены по закону Эрланга второго порядка с параметрами λ , μ , γ соответственно:



Рис. 6. Гистограммы времени обработки единицы изделия первым и вторым методами

Заключение

Предложен метод фазового укрупнения регенерирующих и нерегенерирующих полумарковских систем, не требующий определение стационарного распределения вложенной цепи Маркова, основанный на лемме о функции распределения разности случайных величин. Приведено математическое описание системы и результаты моделирования предложенным методом и с помощью имитационного моделирования в среде AnyLogic. Построены имитационные модели двумя способами: на основе временной диаграммы функционирования технологической ячейки, а также на основе временной

$$f_{1}(t) = \frac{\gamma_{1}\gamma_{2}(e^{-\gamma_{1}t} - e^{-\gamma_{2}t})}{\gamma_{2} - \gamma_{1}}, f_{2}(t) = \frac{\lambda_{1}\lambda_{2}(e^{-\lambda_{1}t} - e^{-\lambda_{2}t})}{\lambda_{2} - \lambda_{1}},$$
$$g_{1}(t) = \frac{\mu_{1}\mu_{2}(e^{-\mu_{1}t} - e^{-\mu_{2}t})}{\mu_{2} - \mu_{1}},$$

где $\gamma_1 = 2,20 \ (\mathbf{q}^{-1}), \ \gamma_2 = 21,79 \ (\mathbf{q}^{-1}); \ \lambda_1 = 0,11 \ (\mathbf{q}^{-1}), \ \lambda_2 = 1,08 \ (\mathbf{q}^{-1}); \ \mu_1 = 1,33 \ (\mathbf{q}^{-1}), \ \mu_2 = 4,00 \ (\mathbf{q}^{-1}).$

Сравнительный анализ результатов имитационного и аналитического моделирования приведен в таблице и на рис. 6.

Результаты эксперимента

	Аналитиче-	Имитационное	
Парамет-	ское модели-	моделирование	
ры	рование	Вариант 1	Вариант 2
	m_{Γ}	m_{Γ}	m_{Γ}
$\gamma_1 = 2,20,$			
$\gamma_2 = 21,79$			
$\lambda_1 = 0, 11,$	0.550	0.552	0.555
$\lambda_2 = 1,08$	0,330	0,555	0,555
$\mu_1 = 1,33,$			
$\mu_2 = 4,00$			



диаграммы с графом состояний ячейки. Проведенное сравнение результатов моделирования подтвердило правильность построения полумарковской модели.

Расхождение полученных математических ожиданий времени обработки единицы изделия не превышает 1 %, что подтверждает правильность результатов.

Библиографические ссылки

1. Королюк В. С. Стохастические модели систем / отв. ред. А. Ф. Турбин. Киев : Наук. думка, 1989. 208 с.

2. Ushakov, I. A. Probabilistic Reliability Models (Wiley, 2012).

3. *Korolyuk V. S., Limnios N.*, Stochastic Systems in Merging Phase Space (World Scientific, Imperial Coledge Press, 2005).

4. Королюк В. С., Турбин А. Ф. Фазовое укрупнение сложных систем. К. : Вища школа, 1978. 112 с.

5. Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Opera-tions / MacGregor Smith J., Tan B. (Eds.) // Springer-Verlag New York, 2013.

6. *Curry G.L., Feldman R.M.*, Manufacturing Systems Modeling and Analysis, 2nd Edition (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011), p. 338.

7. *Limnios N., Oprisan G.*, Semi-Markov Processes and Reliability (Springer Science+Business Media, New York, 2001).

8. *Silvestrov D., Silvestrov S.*, Nonlinearly Perturbed Semi-Markov Processes (Springer, Cham, 2017), p. 143.

9. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход / пер. с нем. М. : Радио и связь, 1988. 392 с.

10. *Kopp V. Ja.* The numerical method of the phase integration of non-regenerating semi-Markov systems / V.Ja. Kopp, M.V. Zamoryonov, N.I. Chalenkov. // Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVIII, No.6, 2018 www.isi.az/journal/2018/6-00.pdf

11. Копп В. Я., Заморёнов М. В., Чаленков Н. И. Фазовое укрупнение полумарковской системы, состоящей из двух последовательно соединенных технологических ячеек // Автоматизация и измерения в машиноприборостроении. 2018. Т. 4. С. 56–66.

12. Simulation of a single-component system using the trajectories method taking into account the scheduling preventive maintenance / M.V. Zamoryonov, V.Ya. Kopp, O.V. Chengar, Yu.L. Rapatskiy // Cybernetics and Mathematics Applications in Intelligent Systems Proceedings of the 6th Computer Science On-line Conference 2017 (CSOC2017). 2017. Vol 2. Pp. 264-271.

13. Копп В. Я., Заморёнов М. В., Чаленков Н. И. Разновидность фазового укрупнения полумарковских систем на примере моделирования синхронной автоматизированной линии // Интеллектуальные системы в производстве. 2018. Т. 16. № 3. С. 97–102.

14. Моделирование процесса функционирования обслуживающего устройства с необесценивающими отказами методом путей. / М. В. Заморёнов, В. Я. Копп, Д. В. Заморёнова, А. А. Скидан // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 7: в 2 ч. Ч. 1. Тула : Изд-во ТулГУ, 2016. С. 71–82.

15. Копп В. Я., Заморёнов М. В., Чаленков Н. И. Фазовое укрупнение полумарковской системы, состоящей из двух последовательно соединенных технологических ячеек // Автоматизация и измерения в машиноприборостроении. 2018. Т. 4. С. 56–66.

16. Zamoryonov, M.V. Simulation of a singlecomponent system using the trajectories method taking into account the scheduling preventive maintenance / M.V. Zamoryonov, V.Ya. Kopp, O.V. Chengar, Yu.L. Rapatskiy // Cybernetics and Mathematics Applications in Intelligent Systems Proceedings of the 6th Computer Science On-line Conference 2017 (CSOC2017), Vol 2 / Springer International Publishing Switzerland 2017. – P. 264-271.

17. *Kopp V. Ja.* The numerical method of the phase integration of non-regenerating semi-Markov systems / V.Ja. Kopp, M.V. Zamoryonov, N.I. Chalenkov. // Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVIII, No.6, 2018 www.isi.az/journal/2018/6-00.pdf

References

1. Korolyuk V.S. *Stokhasticheskie modeli system* [Stochastic system models]. Kiev, Nauk. dumka. 1989. 208 p. (in Russ.).

2. Ushakov, I.A. Probabilistic Reliability Models (Wiley, 2012).

3. Korolyuk V.S., Limnios N., Stochastic Systems in Merging Phase Space (World Scientific, Imperial Coledge Press, 2005).

4. Korolyuk V.S., Turbin A.F. *Fazovoe ukrupnenie slozhnykh sistem* [Phase enlargement of complex systems]. Kiev, Vishcha shkola Publ., 1978. 112 p. (in Russ.).

5. Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Opera-tions / MacGregor Smith J., Tan B. (Eds.) // Springer-Verlag New York, 2013.

6. Curry G.L., Feldman R.M., Manufacturing Systems Modeling and Analysis, 2nd Edition (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011), p. 338.

7. Limnios N., Oprisan G., Semi-Markov Processes and Reliability (Springer Science+Business Media, New York, 2001).

8. Silvestrov D., Silvestrov S., Nonlinearly Perturbed Semi-Markov Processes (Springer, Cham, 2017), p. 143.

9. Baikhel't F., Franken P. *Nadezhnost' i tekhnicheskoe obsluzhivanie. Matematicheskii podkhod* [Reliability and maintenance. Mathematical approach]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1988. 392 p. (in Russ.).

10. Kopp, V.Ja. The numerical method of the phase integration of non-regenerating semi-Markov systems / V.Ja. Kopp, M.V. Zamoryonov, N.I. Chalenkov. // Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVIII, No.6, 2018 www.isi.az/journal/2018/6-00.pdf.

11. Kopp, V.Ya., Zamorenov M.V., Chalenkov N.I. [Phase enlargement of a semi-Markov system consisting of two series-connected process cells]. *Avtomatizatsiya i izmereniya v mashinopriborostroenii*. 2018, vol. 4, pp. 56-66 (in Russ.).

12. Zamoryonov, M.V. Simulation of a singlecomponent system using the trajectories method taking into account the scheduling preventive maintenance / M.V. Zamoryonov, V.Ya. Kopp, O.V. Chengar, Yu.L. Rapatskiy // Cybernetics and Mathematics Applications in Intelligent Systems Proceedings of the 6th Computer Science On-line Conference 2017 (CSOC2017), 2017.Vol. 2. Pp. 264-271. 13. Kopp V.Ya., Zamorenov M.V., Chalenkov N.I. [A type of phase enlargement of semi-Markov systems using the modeling of a synchronized automated line as an example]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2018. Vol. 16. No. 3, pp. 97-102 (in Russ.).

14. Zamorenov, M.V., Kopp V.Ya., Zamorenova D.V., Skidan A.A. [Modeling the process of functioning of a service device with non-depreciating failures by the path method]. *Izvestiya Tul'skogo gosu-darstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki.* 2016. Vol. 7. Ch. 1. Pp. 71-82 (in Russ.).

15. Kopp, V.Ya., Zamorenov M.V., Chalenkov N.I. [Phase enlargement of a semi-Markov system consisting of two series-connected process cells]. *Avtomatizatsiya i izmereniya v mashinopriborostroenii*. 2018, vol. 4, pp. 56-66 (in Russ.). 16. Zamoryonov, M.V. Simulation of a singlecomponent system using the trajectories method taking into account the scheduling preventive maintenance / M.V. Zamoryonov, V.Ya. Kopp, O.V. Chengar, Yu.L. Rapatskiy // Cybernetics and Mathematics Applications in Intelligent Systems Proceedings of the 6th Computer Science On-line Conference 2017 (CSOC2017), 2017.Vol. 2. Pp. 264-271

17. Kopp, V.Ja. The numerical method of the phase integration of non-regenerating semi-Markov systems / V.Ja. Kopp, M.V. Zamoryonov, N.I. Chalenkov. // Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVIII, No.6, 2018 www.isi.az/journal/2018/6-00.pdf.

* * *

Simulation Modeling of the Process of Functioning of a Technical Cell with Non-Depreciating Failures

V. Ya. Kopp, DSc in Engineering, Professor, Sevastopol State University, Sevastopol, Russia
 M. V. Zamorenov, PhD in Engineering, Associate Professor, Sevastopol State University, Sevastopol, Russia
 N. I. Chalenkov, Post-graduate, Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

The paper describes the method of phase enlargement of semi-Markov systems that does not require the determination of the stationary distribution of the embedded Markov chain. Phase enlargement is the equivalent replacement of a semi-Markov system with a common phase state space, a system with a discrete state space that has the same characteristics as the original system. A lemma on the distribution function of the difference of random variables is presented. Based on the lemma, the application of the formula for the difference of a random variable and a difficult recovery process is described. A method of phase enlargement of regenerating and non-regenerating semi-Markov systems is proposed, which does not include the stage of determining the stationary distribution of the embedded Markov chain for systems with a common phase space. Based on the method of phase enlargement of semi-Markov systems proposed by the authors, the operation of a technological cell with non-depreciating failures is considered. A mathematical description of the system and the simulation results by the proposed method and using simulation are given. During simulation, the time between failures and restoration of the technological cell, as well as the processing time of the product are taken into account. In the AnyLogic environment, simulation models are built in two ways: based on the time diagram of the functioning of the technological cell, as well as on the basis of a time diagram with a graph of cell states. The results of simulation are compared with the method developed by the authors for modeling semi-Markov systems that do not require determining the stationary distribution of the embedded Markov chain for systems with a common phase state space. Comparison of simulation results confirmed the correctness of the construction of the semi-Markov model.

Keywords: simulation model, semi-Markov system, technological cell, state phase space, AnyLogic.

Получено: 14.12.19