

УДК 621.313.13-133.32(045)

DOI: 10.22213/2410-9304-2020-3-58-63

Моделирование гибридного шагового двигателя в пространстве состояний при переменном моменте сопротивления нагрузки*

П. В. Лекомцев, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Ю. Р. Никитин, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

С. А. Трефилов, кандидат технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

В работе представлены непрерывная и дискретная оптимальные векторно-матричные модели гибридного шагового двигателя в пространстве состояний. На каждом шаге алгоритма управления в матрице состояния рассчитывается необходимый вращающий момент, соответствующий переменному моменту сопротивления нагрузки на валу двигателя и гармонически изменяемому моменту с частотой, пропорциональной числу пар полюсов и скорости вращения вала. Момент на валу двигателя рассчитывается в зависимости от текущей угловой скорости вращения, определяемой по датчику угла поворота вала шагового двигателя между двумя фиксированными моментами и расчетной угловой скорости в будущие моменты времени, определяемой алгоритмом вычисления траектории (или по фиксированной уставке). Гармонически изменяемый момент шагового двигателя определяется в модели по функции синуса за период движения между двумя рядом стоящими полюсами. Для реализации оптимального управления шагового двигателя был использован квадратичный функционал качества, минимизирующий энергию управления и перемещения. Путем решения уравнения Риккати вычисляются значения оптимальных напряжений в проекциях осей d и q при векторном управлении. Разработана модель шагового двигателя в программном продукте SimInTech, позволяющем представлять векторно-матричные непрерывные и дискретные модели. В целях практической реализации управления производится расчет фазных напряжений с помощью обратного преобразования Парка.

Ключевые слова: гибридный шаговый двигатель, оптимальное управление, векторное управление, пространство состояний, непрерывная модель, дискретная модель.

Введение

В станках с числовым программным управлением, 3D-принтерах, роботах и прочих системах автоматизации широко используется электропривод на базе шаговых двигателей. Их широкое применение, прежде всего в системах позиционного электропривода роботов, обусловлено отличительными особенностями самого шагового двигателя (ШД) как электромеханического преобразователя энергии, такими, как возможность отработки малых дискретных перемещений, отсутствие коллекторно-щеточного узла, а также развитием элементной базы и возможностями современных микропроцессорных систем программного управления.

Следует выделить основные модели управления ШД, которые нашли практическое применение.

Импульсная модель с адаптивной подстройкой длительности управляющих импульсов –

заключается в последовательной коммутации обмоток двигателя по заданному алгоритму – классический, самый простой и наиболее применимый метод [1]. Не позволяет реализовать плавность движения. Реализуется драйверами ШД, которые выпускаются мировой промышленностью в огромном ассортименте типоразмеров по мощности, напряжениям и алгоритмам импульсного управления.

Модель на основе систем дифференциальных уравнений и передаточных функций [2–4], представляющая управление в частотной области. Получается зависимой от времени, требует адаптивных алгоритмов перестройки передаточных функций. Сложна для реализации, так как требует как информацию о положении ротора относительно полюсов шагового двигателя, так и значение момента нагрузки для выполнения управления. Модель не оптимальна принципиально по критерию минимизации энергии

управления, может быть устойчивой для полиномов числителя и знаменателя передаточной функции невысоких степеней.

Модель на основе систем дифференциальных уравнений в пространстве состояний [5, 6], представляющая управление во временной области. Также зависима от времени, требует нелинейных алгоритмов управления. Модель требовательна к данным по априорной и апостериорной траектории движения, по которым может быть вычислена матрица состояния, учитывающая требуемые моменты, обеспечивающие достижение заданных положений на траектории. Модель устойчива и может быть квазиоптимальна по критерию минимизации энергии управления.

Для эффективного управления ШД в последнее время применяют векторное управление [7], позволяющее преодолеть наиболее существенные недостатки ШД – повышенную вибрацию, резонанс, низкие динамические характеристики и точность позиционирования. Данный способ управления целесообразен в случае векторного управления шаговым приводом для модели на основе систем дифференциальных уравнений в пространстве состояний, так как система дифференциальных уравнений для модели в частотной области в виде передаточных функций на практике не применима из-за сложной конструкции ШД и необходимости измерения текущего момента на валу привода.

Таким образом, оптимальное векторное управление в пространстве состояний дает возможность строить высокочастотные и прецизионные шаговые электроприводы, обеспечивающие наивысшую точность и скорость регулирования в приводах на низких скоростях вращения выходного вала (0–100 об./мин). Другие электрические машины требуют либо применения редуктора, либо сложных систем управления с прецизионными датчиками угла поворота.

Целью работы является повышение качественных характеристик электропривода на базе ШД путем применением оптимального векторного управления в пространстве состояний при моделировании системы управления.

Модель гибридного шагового двигателя в пространстве состояний

Разработана модель гибридного шагового двигателя, в которой электрические величины измеряются относительно синхронно вращающейся системы координат dq со скоростью $\omega_s = p\omega$,

где ω – скорость вращения ротора, p – число пар полюсов. Векторный принцип управления шаговым двигателем основан на независимом регулировании токов i_q и i_d . Система дифференциальных уравнений модели ШД записана в виде:

$$\frac{d}{dt}i_d = \frac{u_d}{L} - \frac{R}{L}i_d + p\omega i_q, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}i_q = \frac{u_q}{L} - \frac{R}{L}i_q - \frac{K_m}{L}\omega - p\omega i_d, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{K_m i_q - M_{dm} \sin(2p\theta) - F\omega - M_L}{J}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}\theta = \omega, \quad (4)$$

где u_d, u_q – напряжения в ортогональной системе координат dq ; i_d, i_q – токи статора в ортогональной системе координат dq ; ω – угловая скорость ротора; θ – угловое положение вала двигателя; R – сопротивление обмотки статора; L – индуктивность обмотки статора; p – число пар полюсов; F – коэффициент вязкого трения; M_L – момент механической нагрузки на валу; M_{dm} – тормозящий момент; K_m – моментная конструктивная постоянная; J – приведенный момент инерции.

Векторно-матричная модель ШД в пространстве состояний представлена в классическом виде:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (5)$$

где \mathbf{A} – матрица состояния, \mathbf{B} – матрица управления, \mathbf{x} – вектор состояния, \mathbf{u} – вектор управления.

Так как регулятор привода должен обеспечивать регулирование по моменту, скорости вращения и угловому перемещению, то в качестве обобщенных координат выбраны электрические токи, частота вращения ротора ω , угловое перемещение θ . Управлением являются напряжения u_d, u_q , возмущением – момент сопротивления нагрузки M_L . Решив исходную систему (1)–(4) относительно первых производных, получаем уравнение ШД в пространстве состояний. В классическую модель ШД с постоянными параметрами была добавлена нелинейность, связанная с переменным моментом нагрузки.

Представим векторно-матричную модель ШД в пространстве состояний в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & p\omega & 0 & 0 \\ -p\omega & -\frac{R}{L} & -\frac{K_m}{L} & 0 \\ 0 & \frac{K_m}{J} & -\frac{F}{J} - \frac{M_L}{J\omega} & -\frac{M_{dm} \sin(2p\theta)}{J\theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}. \quad (6)$$

В общем виде, когда хотя бы одна из матриц \mathbf{A} , \mathbf{B} зависима от времени, задача является нелинейной и имеет только частные решения.

Дискретная векторно-матричная модель гибридного ШД в пространстве состояний

Для нахождения уравнения состояния представим (6) в дискретном виде, причем время дискретизации T стремится к нулю, а траектория на каждом дискретном участке линейна.

Запишем решение для нелинейной задачи в дискретном виде, когда матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} постоянны в моменты времени k , $k = 0, 1, 2, 3 \dots$

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} i_d(k+1) \\ i_q(k+1) \\ \omega(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - T\frac{R}{L} & Tp\omega(k) & 0 & 0 \\ -Tp\omega & 1 - T\frac{R}{L} & -T\frac{K_m}{L} & 0 \\ 0 & T\frac{K_m}{J} & 1 - T\frac{F}{J} - T\frac{M_L(k)}{J\omega(k)} & -T\frac{M_{dm} \sin(2p\theta(k))}{J\theta(k)} \\ 0 & 0 & T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(k) \\ i_q(k) \\ \omega(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T}{L} & 0 \\ 0 & \frac{T}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d(k) \\ u_q(k) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $i_d(k), i_q(k), \omega(k), \theta(k)$ – измеренное значение токов, угловой скорости и перемещения; $\omega(k+1)$ – запланированное значение угловой скорости; $\theta(k+1)$ – запланированное значение углового положения вала двигателя.

Предложено момент сопротивления нагрузки рассчитывать по формуле [8–10]:

$$M_L(k) = \frac{\omega(k+1) - \omega(k)}{T} J, \quad (10)$$

$$\omega(k+1) = \frac{\theta(k+1) - \theta(k)}{T}. \quad (11)$$

Моделирование ШД проводилось при условии отсутствия погрешностей измерений, которые зависят от класса точности датчиков.

Модель гибридного ШД при оптимальном управлении

Для реализации оптимального управления ШД был использован квадратичный функционал качества, определяющий энергию управле-

$$\frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{T} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k, \quad (7)$$

или

$$\mathbf{x}_{k+1} = \tilde{\mathbf{A}}_k \mathbf{x}_k + \tilde{\mathbf{B}}_k \mathbf{u}_k, \quad (8)$$

где $\tilde{\mathbf{A}}_k = T\mathbf{A} + \mathbf{E}$, $\tilde{\mathbf{B}}_k = T\mathbf{B}_k$.

Данное уравнение связывает переход системы из состояния \mathbf{x}_k в состояние \mathbf{x}_{k+1} . На интервале времени T примем значения матриц \mathbf{A}_k , \mathbf{B}_k постоянными. Для удобства в последующих записях уберем знак «волнистая черта».

Запишем векторно-матричную модель ШД (6) в дискретной форме:

ния и перемещения, который выражается следующим образом:

$$I = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{G} \mathbf{u}) dt, \quad \mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{G} > 0, \quad (12)$$

где \mathbf{Q} и \mathbf{G} – положительные, произвольно определенные матрицы.

Решение для критерия качества (6), минимизирующее энергию управления и перемещения, определяется следующим выражением [11]:

$$\mathbf{u} = -(\mathbf{G} + \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad (13)$$

где \mathbf{K} – матрица Коши, которую находят, решая уравнение Риккати:

$$-\dot{\mathbf{K}} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T \mathbf{K} + \mathbf{K}^T \mathbf{A} - \mathbf{K}^T \mathbf{B} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K}, \quad \mathbf{K}(t_f) = 0.$$

Выполнено моделирование ШД FL86ST94-560A в программном комплексе «Среда для динамического моделирования технических сис-

тем SimInTech» (№ 2379 в Едином реестре российских программ), разработанном ООО «ЗВ Сервис». На рис. 1 показана модель данного ШД в пространстве состояний.

Получены оптимальные напряжения для ШД с учетом (13). Результаты моделирования при угловой скорости $\omega = 5$ рад/с представлены на рис. 2, 3.

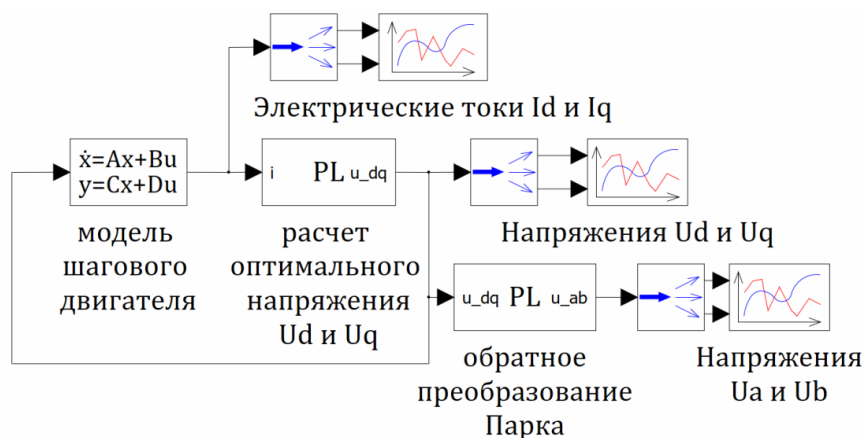
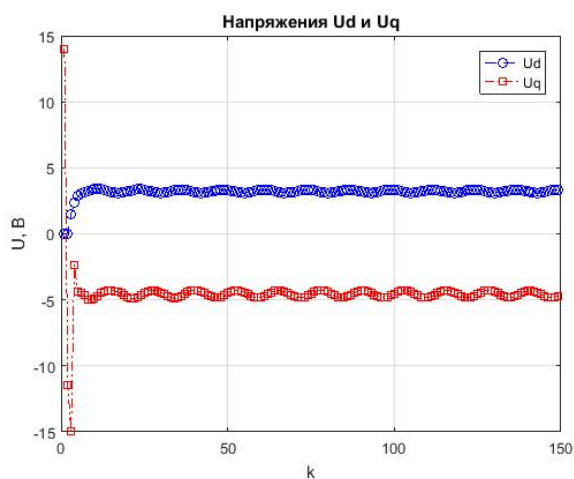
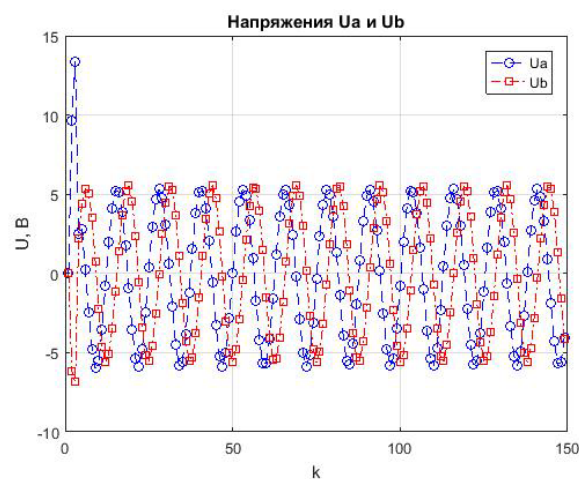


Рис. 1. Модель ШД в пространстве состояний

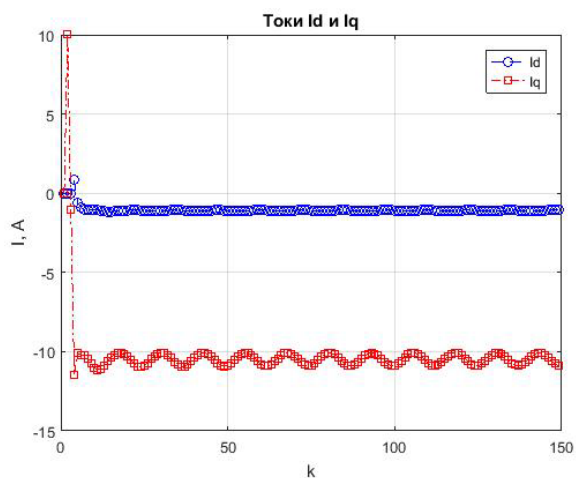


а

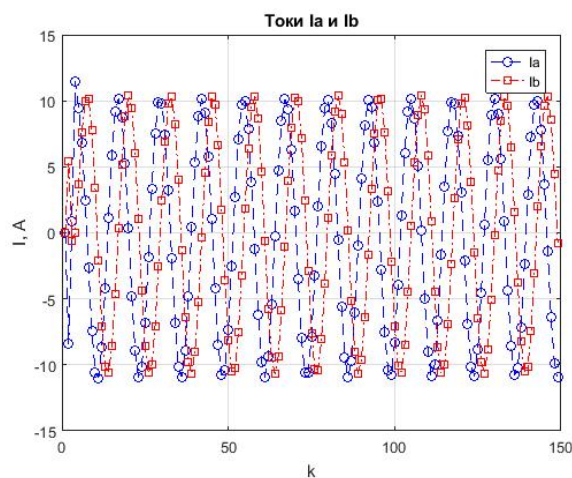


б

Рис. 2. Напряжения ШД: а – проекции на оси вращающейся системы координат dq ; б – на фазах ab



а



б

Рис. 3. Силы электрического тока ШД: а – проекции на оси вращающейся системы координат dq ; б – на фазах ab

Результаты моделирования, отображенные на рис. 2 и 3, показывают, что для равномерного вращения вала ШД необходимо изменять фазные токи и напряжения в движущейся системе координат в пределах перемещения около каждого полюса.

Заключение

Выявлено, что в практических задачах необходимо управлять ШД в устройствах с переменной нагрузкой при требовании равномерного вращения, что достигается применением алгоритмов управления с обратной связью. Более того, импульсные алгоритмы управления ШД требуют повышенного расхода энергии, а регулировочная характеристика по мощности существенно не линейна.

В статье представлена оптимальная дискретная модель гибридного шагового двигателя в пространстве состояний. Существенным отличием данной модели является адаптация к переменному моменту нагрузки, что позволяет минимизировать энергию управления. Полученные результаты моделирования позволяют сделать вывод о достижении равномерного вращения вала электропривода на базе ШД путем применения оптимального векторного управления в пространстве состояний при моделировании системы управления.

Библиографические ссылки

1. Рентюк В. Шаговые двигатели и особенности их применения // Компоненты и технологии. 2013. № 10 (147). С. 71–78.
2. Kim W., Yang C., Chung C. Design and implementation of simple field-oriented control for permanent magnet stepper motors without DQ transformation, *IEEE Trans. Magnet.*, 2011. Vol. 47, No. 10, pp. 4231–4234.
3. Mohamed S. Zaky, Ehab M. Ismaeil, Mahmoud M. Khater. Gain Scheduling Adaptive Proportional-integral Controller for a Field-oriented Control of Hybrid Stepper Motor Drives. *Electric Power Components and Systems*, 2012 Taylor & Francis Group, LLC 40, pp. 777–791.
4. Casadei D., Profumo F., Serra G., Tani A. FOC and DTC: two viable schemes for induction motors torque control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 779–787, Sept. 2002, doi: 10.1109/TPEL.2002.802183.
5. Zribi M., Chiasson J. Position Control of a PM Stepper Motor by Exact Linearization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991. Vol. 36, No. 5, pp. 620–625.
6. Борисевич А. В., Глебко Д. В. Бездатчиковое векторное управление шаговым двигателем на основе расширенного фильтра Калмана // Современное машиностроение: Наука и образование : материалы

4-й Междунар. науч.-практ. конференции / под ред. М. М. Радкевича и А. Н. Евграфова. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2014. С. 473–484.

7. Щербаков В. Л., Тихонов А. О. Универсальный сервопривод СПШ10 // Автоматизация в промышленности. 2009. № 1. С. 18–21.

8. Trefilov S. A., Nikitin Yu. R. Robot drives diagnostics by identifiability criterion based on state matrix. *Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications - 2019 : Proceedings of the V International Forum (Izhevsk, Russia, November 20-22, 2019)*. Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2019. Pp. 105–114.

9. Никитин Ю. П., Трефилов С. А., Никитин Е. В. Идентифицируемость модели привода мехатронного устройства на базе двигателя постоянного тока по измерительной матрице // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2019. № 4-1 (336). С. 114–122.

10. Трефилов С. А., Никитин Ю. П. Диагностика приводов роботов на базе двигателя постоянного тока по критерию идентифицируемости нелинейной дискретной модели в пространстве состояний // Вестник УГАТУ. 2020. Т. 24, № 1 (87). С. 103–110.

11. Giurgiutiu V., Lyshevski S.E. MICROMECHANICS: Modeling, Analysis, and Design with MATLAB. 2nd ed. CRC Press, Boca Raton, London, New York. 2009. 920 p.

References

1. Rentyuk V. [Step engines and features of their application]. *Komponenty i tekhnologii*, 2013, no. 10 (147), pp. 71–78. (in Russ.)
2. Kim, W., Yang, C., and Chung, C. Design and implementation of simple field-oriented control for permanent magnet stepper motors without DQ transformation. *IEEE Trans. Magnet.*, 2011, vol. 47, no. 10, pp. 4231–4234.
3. Mohamed S. Zaky, Ehab M. Ismaeil, Mahmoud M. Khater. Gain Scheduling Adaptive Proportional-integral Controller for a Field-oriented Control of Hybrid Stepper Motor Drives. *Electric Power Components and Systems*, 2012, Taylor & Francis Group, LLC 40, pp. 777–791.
4. Casadei D., Profumo F., Serra G. and Tani, A. FOC and DTC: two viable schemes for induction motors torque control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 779–787, Sept. 2002, doi: 10.1109/TPEL.2002.802183.
5. Zribi M., Chiasson J. Position Control of a PM Stepper Motor by Exact Linearization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, vol. 36, no. 5, pp. 620–625.
6. Borisevich A.V., Glebko D.V. *Bezdatchikovoe vektornoe upravlenie shagovym dvigatelem na osnove rasshirennogo fil'tra Kalmana* [The non-sensory vector control of the step engine based on the expanded Kalman filter]. *Sovremennoe mashinostroenie: Nauka i obrazovanie*

vanie [Proc. Modern Engineering: Science and Education]. Saint Petersburg : Izd-vo Politekhn. un-ta, 2014, pp. 473-484 (in Russ.).

7. Scherbakov V.L., Tikhonov A.O. *Universal'nyj servoprivod SPSH10* [Universal Servo SS10]. *Avtomatizaciya v promyshlennosti*, 2009, no. 1, pp. 18-21 (in Russ.).

8. Trefilov S.A., Nikitin Yu.R. Robot drives diagnostics by identifiability criterion based on state matrix. *Instrumentation Engineering, Electronics and Telecommunications - 2019* : Proceedings of the V International Forum (Izhevsk, Russia, November 20-22, 2019). Izhevsk : Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2019. Pp.105-114.

9. Nikitin Yu.R., Trefilov S.A., Nikitin E.V. [Identification model of the mechatronic drive model based on the DC engine on a measuring matrix]. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii*, 2019, no. 4-1, pp. 114-122 (in Russ.).

10. Trefilov S.A., Nikitin Yu. R. [Diagnostics of robotic drives based on the DC engine by the criterion of identification of a nonlinear discrete model in the space of states]. *Vestnik UGATU*, 2020, vol. 24, no. 1, pp. 103-110 (in Russ.).

11. Giurgiuti, V., Lyshevski, S.E. *MICROMECHANICS: Modeling, Analysis, and Design with MATLAB*. 2nd ed. CRC Press, Boca Raton, London, New York. 2009. 920 p.

Simulation of Hybrid Step Motor by State Space at Variable Torque of Load

P.V. Lekomtsev, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

Yu.R. Nokinin, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

S.A. Tefilov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

The work presents continuous and discrete optimal vector-matrix models of the hybrid step motor by the space of states. At each step of the control algorithm, the required torque is calculated in the state matrix, corresponding to the variable torque of load on the engine shaft and the harmonically modified torque with a frequency proportional to the number of motor poles and the speed of the shaft rotation. The torque of the motor shaft is calculated depending on the current angular speed of rotation, determined by the turn angle of the step motor shaft between two fixed moments and the calculated angular velocity in future moments of time, determined by the algorithm of calculating the trajectory (or by a fixed statute). The harmoniously variable torque of the step motor is determined in the model by the function of the sinus during the period of movement between the two nearby poles. To implement the optimal control of the step motor, a quadratic quality functionality was used, minimizing the energy of control and movement. A step motor model has been developed in the SimInTech software product, which allows you to represent vector-matrix continuous and discrete models. In order to implement the controls, phase voltages are calculated using the Park's reverse conversion.

Keywords: hybrid step motor, optimal control, vector control, state space, continuous model, discrete model.

Получено 14.08.2020