

УДК 629.13

DOI: 10.22213/2410-9304-2021-1-59-71

Построение калибровочных функций углового положения триэдра акселерометров

И. П. Казаков, аспирант, ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия

К. В. Шишаков, доктор технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Статья посвящена построению калибровочных функций углового положения конструктивно выполненных автономных блоков из трех ортогонально расположенных акселерометров в рамках технологической процедуры их статической калибровки для повышения точности определения проекций силы тяжести на координаты связанной с объектами пространственно-ортогональной системы координат. Для этого использованы два варианта угловых преобразований осей координат: в углах Эйлера и в самолетных углах. При проведении контроля и диагностики точности показаний акселерометров в триэдре рекомендуется проводить измерение вектора силы тяжести, выполняя полные обороты по какому-либо одному из углов.

Математическая основа для построения функций системной калибровки триэдра акселерометров описана в рамках процедур перепроецирования измерительных сигналов на «правильные» ортогональные оси. Приведены получающиеся линейные и нелинейные калибровочные функции. Рассмотрены варианты улучшения обусловленности вычислительных алгоритмов для идентификации линейных и нелинейных калибровочных функций углового положения триэдра акселерометров.

Приведены вычислительно облегченные методики, предназначенные для серийной калибровки триэдров акселерометров. В них использовано разложение показаний акселерометров вдоль осей «искаженной» системы координат на оси «правильной» ортогональной системы координат.

В качестве примера приведено сравнение результатов линейной и нелинейной калибровки блока из трех акселерометров АК-15 на стенде. Показано, что для выбранных прецизионных акселерометров вполне достаточно использовать линейную методику калибровки.

Ключевые слова: акселерометр, калибровка, контроль, диагностика, стенд, программно-алгоритмическое обеспечение, методика.

Введение

Рассматриваемые в статье блоки из трех ортогонально установленных акселерометров (триэдры) находят широкое применение в системах пространственно-угловой ориентации широкого класса подвижных объектов. В том числе они являются неотъемлемой частью современных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) для наемной, морской и воздушной автономной навигации, а также инклинометров – для систем подземной навигации [1, 2].

Конструктивно такие автономные блоки (модули) обычно имеют форму куба, вдоль трех ортогональных ребер которого установлены три акселерометра [3, 4]. С этими же тремя ребрами куба связывают и три ортогональные оси собственной системы координат. В результате показания акселерометров в статическом режиме будут показывать три проекции вектора силы тяжести на связанную с блоком систему координат [5, 6]. При этом угловое положение такой выбранной связанной системы координат относительно внешней географической системы координат будет характеризоваться тремя углами, два из которых удастся идентифицировать по

показаниям этих трех акселерометров [7, 8]. Для идентификации же еще и третьего угла применяют дополнительные измерители: гироскопы, магнитометры или другие.

Заметим, что наиболее высокую точность восстановления этих двух углов обеспечивают статические режимы измерений, когда сигналы акселерометров отражают только соответствующие проекции силы тяжести и не искажены влиянием дополнительных эксплуатационных ускорений, которые характерны для динамических режимов измерений [9, 10]. Поэтому такие статические режимы традиционно применяют для проведения измерений проекций силы тяжести на оси координат на остановках перемещаемого объекта (т. е. в состоянии его покоя). К ним относятся режимы начальной угловой выставки БИНС, а также режимы инклинометров с периодическими измерениями на остановках прибора в скважине.

При переходе к динамическим режимам измерений (непосредственно в ходе движения объекта) предназначение блоков из трех акселерометров меняется [11]. В этом случае полезными сигналами становятся уже приращения ускорений, характеризующие изменение инер-

ционных нагрузок на подвижный объект. Далее по этим измеренным сигналам временного поведения ускорений на интервалах отсутствия сигналов внешнего комплексирования стремятся двойным обратным интегрированием восстановить траекторию движущегося объекта с учетом его угловой привязки к местности, выполняемой дополнительным блоком гироскопов.

Таким образом, точность выходных сигналов блока из трех акселерометров критично влияет на точность рассматриваемых навигационных систем как в статических, так и в динамических режимах измерений [12, 13]. Поэтому начальная и периодически повторяющаяся масштабнo-угловая калибровка триэдра акселерометров обычно является обязательной технологической операцией их настройки не только в процессах их производства, но часто и при длительной эксплуатации.

С точки зрения временной сохранности результатов угловой калибровки прибора при изменяющихся условиях эксплуатации наиболее предпочтительными являются компактные монолитные конструкции триэдров акселерометров. Альтернативные им варианты разнесения трех ортогонально установленных акселерометров по всей конструкции подвижного объекта будет усиливать температурную чувстви-

тельность и неповторяемость идентифицируемых калибровочных функций.

Целью статьи является анализ и построение калибровочных функций углового положения триэдра акселерометров. Для этого выбрана и технологически реализована методика калибровки, выполняемая в специальном статическом режиме измерений. С ее помощью исследуются точности получаемых линейных и нелинейных калибровочных функций.

Заметим, что в современной технической литературе тема калибровки акселерометров представлена множеством статей и исследований (вышеперечисленных и других [14–17]). В данной же статье описывается использование накопленного опыта в реализованной на производстве методике калибровки акселерометров применительно к широкому классу навигационных приложений, а также приводятся некоторые иллюстрирующие результаты.

1. Выбор систем координат для описания углового положения триэдра акселерометров в пространстве

Внешнюю географическую систему координат (СК) $MX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$ свяжем с точкой места M нахождения объекта. Ее ось Z_{Γ} направим вниз по направлению единичного вектора силы тяжести g^0 , как показано на рис. 1.

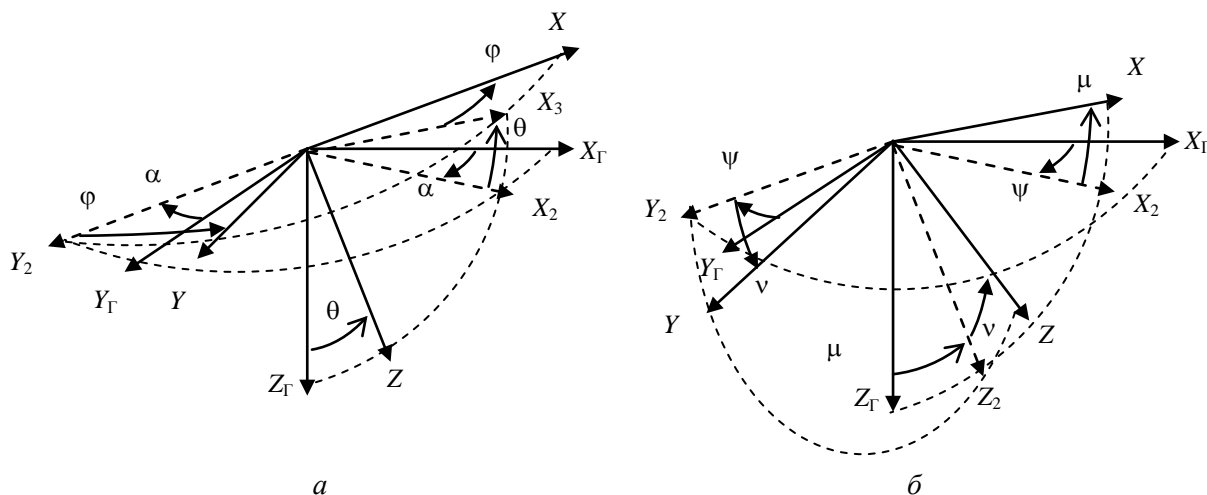


Рис. 1. Варианты угловой связи географической ($MX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$) и приборной ($CXYZ$) систем координат через углы: a – азимута α , зенитного θ и визирного φ ; b – рысканья ψ , тангажа μ и крена ν

Приборную подвижную систему координат $CXYZ$ свяжем с триэдром акселерометров в точке C пересечения его ребер XYZ , на которых установлены три акселерометра, измеряющие в статическом режиме проекции силы тяжести g на эти оси.

В общем случае можно предложить множество разных вариантов угловой связи географической

($MX_{\Gamma}Y_{\Gamma}Z_{\Gamma}$) и приборной ($CXYZ$) систем координат. На практике выбор удобного варианта стараются выполнять с учетом специфики перемещения объекта в пространстве.

Например, для объектов с преимущественным вращением относительно своей оси симметрии удобно использовать классические углы Эйлера. Для случая инклинометров они показаны

ны на рис. 1, *a* и описывают следующие три последовательных вращения: поворот по углу азимута α (отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть со стороны оси Z_{Γ}) \rightarrow отклонение по зенитному углу θ (отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть со стороны оси Y_2) \rightarrow собственный поворот вокруг своей оси по углу φ (отсчитывается по часовой стрелке, если смотреть со стороны оси Z ; на практике его называют по-разному: угол поворота, визирный угол, угол отклонителя).

В соответствии с рисунком имеем следующие преобразования единичных векторов (везде их будем обозначать верхним индексом «0»):

$$\begin{aligned} X_2^0 &= X_{\Gamma}^0 \cos \alpha + Y_{\Gamma}^0 \sin \alpha, \\ Y_2^0 &= -X_{\Gamma}^0 \sin \alpha + Y_{\Gamma}^0 \cos \alpha, \\ Z^0 &= Z_{\Gamma}^0 \cos \theta + X_2^0 \sin \theta, \\ X_3^0 &= -Z_{\Gamma}^0 \sin \theta + X_2^0 \cos \theta, \\ X^0 &= X_3^0 \cos \varphi - Y_2^0 \sin \varphi, \\ Y^0 &= X_3^0 \sin \varphi + Y_2^0 \cos \varphi, \end{aligned}$$

или после подстановок:

$$\begin{aligned} X^0 &= a_{11} X_{\Gamma}^0 + a_{12} Y_{\Gamma}^0 + a_{13} Z_{\Gamma}^0, \\ X_{\Gamma}^0 &= a_{11} X^0 + a_{21} Y^0 + a_{31} Z^0, \\ Y^0 &= a_{21} X_{\Gamma}^0 + a_{22} Y_{\Gamma}^0 + a_{23} Z_{\Gamma}^0, \\ Y_{\Gamma}^0 &= a_{12} X^0 + a_{22} Y^0 + a_{32} Z^0, \\ Z^0 &= a_{31} X_{\Gamma}^0 + a_{32} Y_{\Gamma}^0 + a_{33} Z_{\Gamma}^0, \\ Z_{\Gamma}^0 &= a_{13} X^0 + a_{23} Y^0 + a_{33} Z^0, \end{aligned} \quad (1)$$

где элементы $\{a_{ij}\}$ матрицы направляющих косинусов будут следующими:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \alpha \cos \theta \cos \varphi + \sin \alpha \sin \varphi, \quad a_{13} = \\ &= -\sin \theta \cos \varphi, \\ a_{12} &= \sin \alpha \cos \theta \cos \varphi - \cos \alpha \sin \varphi, \\ a_{23} &= -\sin \theta \sin \varphi, \\ a_{21} &= \cos \alpha \cos \theta \sin \varphi - \sin \alpha \cos \varphi, \\ a_{31} &= \cos \alpha \sin \theta, \\ a_{22} &= \sin \alpha \cos \theta \sin \varphi + \cos \alpha \cos \varphi, \\ a_{32} &= \sin \alpha \sin \theta, \quad a_{33} = \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

Важно отметить, что такие углы Эйлера целесообразно использовать для описания угловых положений измерительного прибора (триэдра акселерометров) с зенитными углами θ , существенно отличающимися от нуля. При этом математический алгоритм разделения углов

азимута α и поворота φ будет хорошо обусловлен. С приближением же угла θ к нулю влияние погрешностей и шумов сигналов измерителей на разделение углов α и φ будет резко усиливаться.

Поэтому на практике углы Эйлера наиболее часто применяют в инклинометрах для измерения хода стволов наклонных скважин. Такие скважины обычно характеризуются достаточно медленным изменением углов азимута и зенитного по их длине, но в них допускаются быстрые повороты инклинометра относительно своей оси.

При этом применение триэдра акселерометров позволяет идентифицировать только два последних поворота (по углам θ и φ) собственной системы координат инклинометра в скважине. Первый же поворот по углу азимута α должен находиться с помощью дополнительных измерительных средств (так как вектор силы тяжести направлен по оси азимутального угла).

Для случая использования триэдра акселерометров в составе наземной БИНС удобнее выбрать самолетные углы, показанные на рис. 1, *б*. В них сначала выполняется поворот на угол рысканья ψ (вокруг оси Z_{Γ} против часовой стрелки), далее – поворот на угол тангажа μ (вокруг оси Y_2 против часовой стрелки) и в конце – поворот на угол крена ν (вокруг оси X против часовой стрелки).

При сравнении углов на рис. 1, *a* и *б* видно, что угол азимута и угол рысканья описывают один и тот же первый поворот вокруг оси Z_{Γ} против часовой стрелки и имеют одинаковый смысл. Поэтому для наземных БИНС классические самолетные углы часто удобнее называть углами азимута, переднего наклона и бокового крена. Причем в преобладающих на практике случаях относительно ровной земной поверхности с небольшим наклоном местности угол рысканья ψ будет фактически описывать поворот движущегося средства на местности, угол тангажа μ – изменение наклона трассы движения, а угол крена ν – боковые наклоны объекта на трассе.

Заметим, что для выбранных на рис. 1, *б* самолетных углов вектор силы тяжести, как и в предыдущем случае, направлен по оси угла рысканья и поэтому этот угол не может быть идентифицирован по сигналам триэдра акселерометров. Для его автономной начальной выставки в условиях неизвестной местности и сложной радиопомеховой обстановки потребуются дополнительные гироскопы (например, триэдр из твердотельных волновых гироскопов).

Они также входят составной частью в БИНС для выполнения автономной навигации в процессе движения объекта.

Оставшиеся два угла (тангажа и крена) описывают последние два поворота осей координат и для наземных объектов обычно являются небольшими.

Для выбранных углов на рис. 1, б получаем следующие преобразования единичных векторов:

$$\begin{aligned} \text{поворот по углу } \psi: X_2^0 &= X_\Gamma^0 \cos \psi + Y_\Gamma^0 \sin \psi, \\ Y_2^0 &= -X_\Gamma^0 \sin \psi + Y_\Gamma^0 \cos \psi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{поворот по углу } \mu: X^0 &= X_2^0 \cos \mu - Z_\Gamma^0 \sin \mu, \\ Z_2^0 &= X_2^0 \sin \mu + Z_\Gamma^0 \cos \mu; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{поворот по углу } \nu: Y^0 &= Y_2^0 \cos \nu + Z_2^0 \sin \nu, \\ Z^0 &= -Y_2^0 \sin \nu + Z_2^0 \cos \nu. \end{aligned}$$

Или после соответствующих подстановок будем иметь прежние уравнения (1), в которых элементы $\{a_{ij}\}$ матрицы направляющих косинусов надо заменить на следующие:

$$a_{11} = \cos \psi \cos \mu,$$

$$a_{21} = -\sin \psi \cos \nu + \cos \psi \sin \mu \sin \nu,$$

$$a_{12} = \sin \psi \cos \mu,$$

$$a_{22} = \cos \psi \cos \nu + \sin \psi \sin \mu \sin \nu, \quad (3)$$

$$a_{23} = \cos \mu \sin \nu, \quad a_{31} = \sin \psi \sin \nu + \cos \psi \sin \mu \cos \nu,$$

$$a_{13} = \sin \mu, \quad a_{32} = \cos \psi \sin \nu + \sin \psi \sin \mu \cos \nu,$$

$$a_{33} = \cos \mu \cos \nu.$$

На основе выписанных взаимных преобразований (1)–(3) систем координат построим алгоритмы, а также кратко опишем методики статического контроля и статической калибровки рассматриваемого триэдра акселерометров. Для этого потребуется проведение серии измерений в состоянии покоя при разных угловых положениях триэдра акселерометров в пространстве.

2. Использование измерений вектора силы тяжести для контроля и диагностики точности триэдра акселерометров

Предварительно заметим, что погрешности измерительных сигналов $S_{\text{изм}}$ каждого из акселерометров в общем случае могут включать аддитивные составляющие δS погрешностей (сдвиги нулей отсчетов, наличие области остаточного гистерезиса вблизи предельной чувствительности, а также аддитивные шумы измерений) и мультипликативные составляющие $(1+\delta K_S)$, характеризующие неточности установки масштабных коэффициентов:

$$S_{\text{изм}} = (1 + \delta K_S) \cdot S + \delta S, \quad (4)$$

где S – точное значение соответствующего сигнала.

Из практического опыта известно, что перечисленные погрешности δS , δK_S обычно являются достаточно малыми, то есть долговременно сохраняется хорошая заводская тарировка сигналов. А основные неточности выходных сигналов триэдра акселерометров обусловлены главным образом погрешностями координатной привязки акселерометров к своим посадочным местам.

Для контроля точности показаний акселерометров в составе триэдра может быть выполнено сравнение теоретически ожидаемых (вычисленных для конкретных углов на стенде) и измеренных значений выходных сигналов. Для этого используется разложение вектора силы тяжести \mathbf{g} на оси связанной системы координат:

$$\mathbf{g} = g \mathbf{Z}_\Gamma^0 = g_X \mathbf{X}^0 + g_Y \mathbf{Y}^0 + g_Z \mathbf{Z}^0; \quad (5)$$

$$g = \text{sqrt}(g_X^2 + g_Y^2 + g_Z^2) = 9,8 \text{ м/с}^2.$$

Тогда в соответствии с (1)–(3) для выбранных на рис. 1 вариантов систем координат должны выполняться следующие угловые зависимости:

$$g_X/g = a_{13} = -\sin \theta \cos \varphi = \sin \mu,$$

$$g_Y/g = a_{23} = -\sin \theta \sin \varphi = \cos \mu \sin \nu, \quad (6)$$

$$g_Z/g = a_{33} = \cos \theta = \cos \mu \cos \nu.$$

Выбранные значения входящих сюда углов (θ , φ или μ , ν) последовательно устанавливаются на специальном стенде и одновременно снимают показания акселерометров в триэдре:

$$g_X^{\text{изм}}, g_Y^{\text{изм}}, g_Z^{\text{изм}};$$

$$g^{\text{изм}} \approx \text{sqrt}[(g_X^{\text{изм}})^2 + (g_Y^{\text{изм}})^2 + (g_Z^{\text{изм}})^2]. \quad (7)$$

В соответствии с (6) видно, что при выполнении полных оборотов по какому-либо одному из углов должны получиться чисто гармонические функции некоторого размаха и с нулевыми средними значениями. Если же при этом в измеряемых сигналах (7) появятся сдвиги от нулевых линий, то это будет указывать на величины систематических аддитивных составляющих в сигналах акселерометров (4). В свою очередь, изменение ожидаемого размаха измеренных угловых функций будет указывать на нарушение масштаба, т. е. на присутствие мультипликативных составляющих погрешностей в (4). Такой простой анализ может быть выбран за основу контроля и диагностики точности показаний каждого из трех акселерометров в составе триэдра.

В ряде случаев для контроля точности также можно параллельно решить и обратную задачу – проверить различие установленных на стенде углов и их рассчитанных значений по сигналам акселерометров. Последние углы рассчитываются с помощью следующих вытекающих из (6) зависимостей (выписаны с точностью до знака):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \operatorname{sqr}t(g_x^2 + g_y^2) / g_z, \operatorname{tg} \varphi = g_y / g_x; \\ \operatorname{tg} \nu &= g_y / g_z, \operatorname{tg} \mu = g_x / \operatorname{sqr}t(g_z^2 + g_y^2); \quad (8) \\ g_x^2 + g_y^2 + g_z^2 &= (9,8 \text{ м/с}^2)^2, \end{aligned}$$

в которые следует подставить измеренные сигналы (7).

В результате строятся угловые функции ошибок выполняемости (6), (8) при подстановке в них измеренных сигналов акселерометров (7), а также оцениваются функции чувствительности этих ошибок к возможным погрешностям (4) измерительных сигналов акселерометров. При этом функции чувствительности могут быть найдены через дифференцирование функций (6), (8) по выбранным параметрам.

Важно обратить внимание на то, что на полученные результаты практически не должен влиять угол азимута (или рысканья). Поэтому для хорошо установленных систем координат анализ погрешностей (6), (8) можно проводить только для одного выбранного угла азимута.

Если же наблюдается зависимость результатов от угла азимута, то следует искать: а) ошибки реализации алгоритма вычислений; б) правильность выставки горизонтальной плоскости географической системы координат; в) слишком большие ошибки в начальной выставке и ортогональности систем координат, что требует проведения дополнительных процедур калибровки триэдра акселерометров.

3. Математическая основа для построения функций системной калибровки триэдра акселерометров

В рамках системной калибровки выполняется как коррекция сигналов отдельных акселерометров, так и компенсация нарушения идеальной ортогональности их конструктивной установки в блоке.

Перед ее выполнением желательно проверить сохранность заводской калибровки каждого из трех акселерометров и при необходимости постараться выровнять их масштабные коэффициенты и нулевые значения (например, используя описанную в предыдущем пункте методику). Дополнительная оценка шумов, нелинейности, гистерезиса и других погрешностей сигналов акселерометров также будут являться

полезными исходными данными при последующем анализе чувствительности калибровки к погрешностям этих сигналов.

Построение алгоритма системной калибровки основывается на переразложении выставленных измерительных осей акселерометров ($X_{\text{изм}}^0, Y_{\text{изм}}^0, Z_{\text{изм}}^0$) по «правильной» собственной системе координат (X^0, Y^0, Z^0) триэдра (по аналогии с (1)):

$$\begin{aligned} X_{\text{изм}}^0 &= B_{11} X^0 + B_{12} Y^0 + B_{13} Z^0, \\ Y_{\text{изм}}^0 &= B_{21} X^0 + B_{22} Y^0 + B_{23} Z^0, \quad (9) \\ Z_{\text{изм}}^0 &= B_{31} X^0 + B_{32} Y^0 + B_{33} Z^0. \end{aligned}$$

Для этого разложим вектор силы тяжести \mathbf{g} по этим в общем случае отличающимся осям:

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= g_x X^0 + g_y Y^0 + g_z Z^0 = \\ &= g_x^{\text{изм}} K_X^{\text{изм}} X_{\text{изм}}^0 + g_y^{\text{изм}} K_Y^{\text{изм}} Y_{\text{изм}}^0 + \\ &\quad + g_z^{\text{изм}} K_Z^{\text{изм}} Z_{\text{изм}}^0, \quad (10) \end{aligned}$$

где $K_X^{\text{изм}}, K_Y^{\text{изм}}, K_Z^{\text{изм}}$ – коэффициенты остаточного нарушения масштабирования, близкие к единице.

Отсюда, последовательно скалярно умножая (10) на ортогональные единичные вектора (X^0, Y^0, Z^0), будем иметь:

$$\begin{aligned} g_x &= g_x^{\text{изм}} c_{11} + g_y^{\text{изм}} c_{21} + g_z^{\text{изм}} c_{31}, \\ g_y &= g_x^{\text{изм}} c_{12} + g_y^{\text{изм}} c_{22} + g_z^{\text{изм}} c_{32}, \quad (11) \\ g_z &= g_x^{\text{изм}} c_{13} + g_y^{\text{изм}} c_{23} + g_z^{\text{изм}} c_{33}, \end{aligned}$$

где $c_{1j} = K_X^{\text{изм}} B_{1j}, c_{2j} = K_Y^{\text{изм}} B_{2j}, c_{3j} = K_Z^{\text{изм}} B_{3j}; j = 1, 2, 3$.

По сути, здесь строим «правильную» ортогональную систему координат с помощью линейной суперпозиции векторов осей «искаженной», в общем случае не ортогональной, системы координат. Следовательно, перепроецируем измерительные сигналы на «правильные» оси.

Нахождение входящих сюда постоянных коэффициентов $\{c_{ij}\}$ является целью угловой линейной калибровки триэдра акселерометров с учетом погрешностей масштабирования. Для этого минимизируются квадратичные ошибки выполнения каждого из уравнений (11) на избыточном множестве угловых положениях триэдра акселерометров, в которых угловые функции (g_x, g_y, g_z) вычисляются в соответствии с угловыми зависимостями (6).

После идентификации постоянных коэффициентов $\{c_{ij}\}$ функции (11) становятся калибровочными и с их помощью выполняется уточнение проекций силы тяжести (и других ускорений) на собственные оси триэдра акселерометров для произвольных углов его пространственной

ориентации в пространстве. Заметим, что такие калибровочные функции также будут корректировать и остаточные погрешности масштабирования сигналов акселерометров (4).

Если же в сигналах акселерометров (4) дополнительно учесть остаточные сбои выставки нулей, то после их условного вычитания из «сдвинутых» сигналов в уравнениях (11) должны появиться дополнительные аддитивные ошибки. Чтобы нейтрализовать их суммарный вклад, в правые части системы уравнений (11) следует добавить корректирующие постоянные (c_{01}, c_{02}, c_{03}):

$$\begin{aligned} g_x &= c_{01} + g_x^{\text{ИЗМ}} c_{11} + g_y^{\text{ИЗМ}} c_{21} + g_z^{\text{ИЗМ}} c_{31}, \\ g_y &= c_{02} + g_x^{\text{ИЗМ}} c_{12} + g_y^{\text{ИЗМ}} c_{22} + g_z^{\text{ИЗМ}} c_{32}, \\ g_z &= c_{03} + g_x^{\text{ИЗМ}} c_{13} + g_y^{\text{ИЗМ}} c_{23} + g_z^{\text{ИЗМ}} c_{33}. \end{aligned} \quad (12)$$

И, наконец, на практике может встретиться случай существенных нелинейных зависимостей сигналов акселерометров от измеряемых ускорений. Следовательно, некоторые или все измеряемые функции в правой части уравнений (12) могут иметь нелинейные зависимости от измеряемых ускорений. В то же время угловые функции (g_x, g_y, g_z) в левой части уравнений (12) будут вычисляться в соответствии с (6), где предполагается линейная зависимость от измеряемых ускорений.

В таких ситуациях для повышения точности калибровки (или выполняемости (12)) рекомендуют уменьшить влияние предполагаемых нелинейностей сигналов акселерометров путем учета нелинейных зависимостей второго порядка в правой части (12):

$$\begin{aligned} g_i &= c_{0i} + g_x^{\text{ИЗМ}} c_{1i} + g_y^{\text{ИЗМ}} c_{2i} + g_z^{\text{ИЗМ}} c_{3i} + \\ &+ g_x^{\text{ИЗМ}} g_x^{\text{ИЗМ}} c_{4i} + g_y^{\text{ИЗМ}} g_x^{\text{ИЗМ}} c_{5i} + g_z^{\text{ИЗМ}} g_x^{\text{ИЗМ}} c_{6i} + \\ &+ g_y^{\text{ИЗМ}} g_y^{\text{ИЗМ}} c_{7i} + g_y^{\text{ИЗМ}} g_z^{\text{ИЗМ}} c_{8i} + g_z^{\text{ИЗМ}} g_z^{\text{ИЗМ}} c_{9i}; \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3, \quad (13)$$

где для краткости записи обозначены: $g_1 = g_x$, $g_2 = g_y$, $g_3 = g_z$.

Так, если линейные калибровочные зависимости (12) содержали по четыре искомые корректирующие постоянные, то нелинейные калибровочные зависимости (13) уже предполагают поиск десяти корректирующих постоянных в каждом из уравнений.

Заметим, что такая калибровка призвана устранять влияние не только небольших остаточных нелинейностей сигналов акселерометров, но и проявляющихся взаимных корреляций их показаний. При этом получившиеся числовые значения идентифицированных коэффициентов

$\{c_{ij}\}$ в (13) будут опосредовано указывать на силу проявления этих свойств.

Очевидно, что доминировать здесь будут близкие к единице коэффициенты (c_{11}, c_{22}, c_{33}). Далее значительно более малыми должны получаться перекрестные коэффициенты линейной части (12) и совсем малыми – коэффициенты оставшейся нелинейной поправки в (13).

Более высокие порядки нелинейностей в калибровочных зависимостях (13) редко применяются на практике из-за повышенной чувствительности их идентифицированных коэффициентов влияния к изменению условий эксплуатации триэдра акселерометров.

4. Улучшение обусловленности вычислительных алгоритмов для идентификации линейных калибровочных функций углового положения триэдра акселерометров

В случае линейной калибровки нахождение постоянных коэффициентов в первом, втором и третьем уравнениях (12) выполняется на калибровочном стенде одновременно, но независимо друг от друга через минимизацию своих квадратичных ошибок:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \sum [c_{0i} + g_x^{\text{ИЗМ}} c_{1i} + g_y^{\text{ИЗМ}} c_{2i} + g_z^{\text{ИЗМ}} c_{3i} - g_i]^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \min (c_{0i}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}); \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (14)$$

где функции $g_1 = g_x, g_2 = g_y, g_3 = g_z$ вычисляются по формулам (6); а суммирование проводится по избыточной сетке углов измерений.

Каждая из трех задач (14) решается по методу наименьших квадратов и является вычислительно независимой. Находя производные от ошибки (14) по соответствующим постоянным $\{c_{ij}\}$, получим три независимые системы ($i = 1, 2, 3$) по четыре линейных алгебраических уравнения:

$$\begin{aligned} c_{0i} \sum 1 + c_{1i} \sum g_x^{\text{ИЗМ}} + c_{2i} \sum g_y^{\text{ИЗМ}} + c_{3i} \sum g_z^{\text{ИЗМ}} &= \sum g_i, \\ c_{0i} \sum g_x^{\text{ИЗМ}} + c_{1i} \sum g_x^{\text{ИЗМ}} g_x^{\text{ИЗМ}} + c_{2i} \sum g_y^{\text{ИЗМ}} g_x^{\text{ИЗМ}} + \\ &+ c_{3i} \sum g_z^{\text{ИЗМ}} g_x^{\text{ИЗМ}} = \sum g_i g_x^{\text{ИЗМ}}, \\ c_{0i} \sum g_y^{\text{ИЗМ}} + c_{1i} \sum g_x^{\text{ИЗМ}} g_y^{\text{ИЗМ}} + c_{2i} \sum g_y^{\text{ИЗМ}} g_y^{\text{ИЗМ}} + \\ &+ c_{3i} \sum g_z^{\text{ИЗМ}} g_y^{\text{ИЗМ}} = \sum g_i g_y^{\text{ИЗМ}}, \\ c_{0i} \sum g_z^{\text{ИЗМ}} + c_{1i} \sum g_x^{\text{ИЗМ}} g_z^{\text{ИЗМ}} + c_{2i} \sum g_y^{\text{ИЗМ}} g_z^{\text{ИЗМ}} + \\ &+ c_{3i} \sum g_z^{\text{ИЗМ}} g_z^{\text{ИЗМ}} = \sum g_i g_z^{\text{ИЗМ}}, \end{aligned} \quad (15)$$

которые для краткости записи при каждом $i = 1, 2, 3$ будем представлять в обобщенном традиционном виде:

$$\sum_{j=1}^4 A_{kj} x_j = B_k, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (16)$$

где искомые константы обозначены: $x_1 = c_{0i}$, $x_2 = c_{1i}$, $x_3 = c_{2i}$, $x_4 = c_{3i}$.

При их решении для $i = 1$ получим $c_{11} \rightarrow 1$ и остальные $c_{ij} \rightarrow 0$; для $i = 2$: $c_{22} \rightarrow 1$ и остальные $c_{ij} \rightarrow 0$; для $i = 3$: $c_{33} \rightarrow 1$ и остальные $c_{ij} \rightarrow 0$. Чтобы выровнять масштабы искоемых x_j в (16), рекомендуется системы уравнений (15) представлять в несколько измененном виде. В целях сокращения записи приведем его только для случая $i = 1$:

$$\begin{aligned} & c_{01} \Sigma 1 + (c_{11} - 1) \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} + c_{21} \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} + \\ & + c_{31} \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} = \Sigma (g_X - g_X^{\text{ИЗМ}}), \\ c_{01} \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} + (c_{11} - 1) \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} + c_{21} \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} + \\ & + c_{31} \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} = \Sigma (g_X - g_X^{\text{ИЗМ}}) g_X^{\text{ИЗМ}}, \quad (17) \\ c_{01} \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} + (c_{11} - 1) \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} g_Y^{\text{ИЗМ}} + c_{21} \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} g_Y^{\text{ИЗМ}} + \\ & + c_{31} \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} g_Y^{\text{ИЗМ}} = \Sigma (g_X - g_X^{\text{ИЗМ}}) g_Y^{\text{ИЗМ}}, \\ c_{01} \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} + (c_{11} - 1) \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} + c_{21} \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} + \\ & + c_{31} \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} = \Sigma (g_X - g_X^{\text{ИЗМ}}) g_Z^{\text{ИЗМ}}, \end{aligned}$$

где искомыми величинами в (16) станут: $x_1 = c_{01}$, $x_2 = c_{11} - 1$, $x_3 = c_{21}$, $x_4 = c_{31}$.

Кроме этого, можно понизить размерность системы уравнений (16) с четырех до трех. Для этого перепишем первое из уравнений (15) в виде:

$$\begin{aligned} c_{0i} = \{ \Sigma g_i - c_{1i} \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} - c_{2i} \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} - c_{3i} \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} \} / N, \\ N = \Sigma 1. \quad (18) \end{aligned}$$

После подстановки (18) в минимизируемые ошибки (14) будем иметь:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i = \Sigma [g_{X_{\text{И}}}^{\text{ИЗМ}} c_{1i} + g_{Y_{\text{И}}}^{\text{ИЗМ}} c_{2i} + g_{Z_{\text{И}}}^{\text{ИЗМ}} c_{3i} - g_{\text{И}}]^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \min (c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}); \quad i = 1, 2, 3, \quad (19) \end{aligned}$$

где введены следующие заранее центрированные функции:

$$\begin{aligned} g_{X_{\text{И}}}^{\text{ИЗМ}} = g_X^{\text{ИЗМ}} - \Sigma g_X^{\text{ИЗМ}} / N, \quad g_{Y_{\text{И}}}^{\text{ИЗМ}} = \\ = g_Y^{\text{ИЗМ}} - \Sigma g_Y^{\text{ИЗМ}} / N, \quad (20) \\ g_{Z_{\text{И}}}^{\text{ИЗМ}} = g_Z^{\text{ИЗМ}} - \Sigma g_Z^{\text{ИЗМ}} / N, \quad g_{\text{И}} = g_i - \Sigma g_i / N. \end{aligned}$$

При этом каждая из трех систем уравнений (16) будет иметь пониженный на единицу порядок:

$$\Sigma_{j=1}^3 A_{kj} x_j = B_k, \quad k = 1, 2, 3, \quad (21)$$

где искомые константы переобозначены: $x_1 = c_{1i}$, $x_2 = c_{2i}$, $x_3 = c_{3i}$.

Далее для выравнивания порядков искоемых величин рекомендуется преобразовать (21) по аналогии с (17).

5. Улучшение обусловленности вычислительных алгоритмов для идентификации нелинейных калибровочных функций углового положения триэдра акселерометров

Здесь, как и в случае линейной калибровки, нахождение постоянных коэффициентов в первом, втором и третьем уравнениях (13) выполняется независимо друг от друга. При этом соответствующие ошибки (14) будут включать уже по десять искоемых параметров калибровки:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i = \Sigma [c_{0i} + g_X^{\text{ИЗМ}} c_{1i} + g_Y^{\text{ИЗМ}} c_{2i} + g_Z^{\text{ИЗМ}} c_{3i} + \\ + g_X^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} c_{4i} + g_Y^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} c_{5i} + g_Z^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} c_{6i} + \\ + g_Y^{\text{ИЗМ}} g_Y^{\text{ИЗМ}} c_{7i} + g_Y^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} c_{8i} + \\ + g_Z^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} c_{9i} - g_i]^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \min (c_{0i}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}, c_{5i}, c_{6i}, c_{7i}, c_{8i}, c_{9i}); \\ i = 1, 2, 3. \quad (22) \end{aligned}$$

В результате вместо (16) будем иметь три системы уже по десять линейных алгебраических уравнений:

$$\Sigma_{j=1}^{10} A_{kj} x_j = B_k, \quad k = 1, 2, \dots, 10, \quad (23)$$

в которых $x_j = (c_{0i}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}, c_{5i}, c_{6i}, c_{7i}, c_{8i}, c_{9i})$ для каждого $i = 1, 2, 3$.

Для улучшения обусловленности их численного решения рекомендуется по аналогии с (17) хотя бы выравнивать порядки искоемых величин.

Одновременно эффективным средством будет переход к центрированным функциям (20), позволяющим понизить порядок систем линейных уравнений с десяти до девяти:

$$\Sigma_{j=1}^9 A_{kj} x_j = B_k, \quad k = 1, 2, \dots, 9, \quad (24)$$

в которых $x_j = (c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}, c_{5i}, c_{6i}, c_{7i}, c_{8i}, c_{9i})$ для каждого $i = 1, 2, 3$.

Последующее выравнивание масштабов искоемых величин может быть выполнено по аналогии с (17) и тоже должно улучшить работу численной схемы.

В некоторых случаях также можно ограничиться приближенным решением задач (22). При этом сначала решаются рассмотренные в предыдущем пункте задачи нахождения линейных калибровочных функций. После этого, считая $(c_{0i}, c_{1i}, c_{2i}, c_{3i})$ известными, минимизируют остаточные ошибки по шести оставшимся неизвестным коэффициентам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i = \Sigma [g_X^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} c_{4i} + g_Y^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} c_{5i} + g_Z^{\text{ИЗМ}} g_X^{\text{ИЗМ}} c_{6i} + \\ + g_Y^{\text{ИЗМ}} g_Y^{\text{ИЗМ}} c_{7i} + g_Y^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} c_{8i} + g_Z^{\text{ИЗМ}} g_Z^{\text{ИЗМ}} c_{9i} - \\ - (g_i - c_{0i} - g_X^{\text{ИЗМ}} c_{1i} - g_Y^{\text{ИЗМ}} c_{2i} - g_Z^{\text{ИЗМ}} c_{3i})]^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \min (c_{4i}, c_{5i}, c_{6i}, c_{7i}, c_{8i}, c_{9i}); \quad i = 1, 2, 3. \quad (25) \end{aligned}$$

В результате будем иметь три дополнительные системы уже по шесть линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^6 A_{kj} x_j = B_k, \quad k = 1, 2, \dots, 6, \quad (26)$$

в которых $x_j = (c_{4i}, c_{5i}, c_{6i}, c_{7i}, c_{8i}, c_{9i})$ для каждого $i = 1, 2, 3$.

Выбор предпочтительного варианта калибровочных функций (линейных или нелинейных) производится путем анализа остаточных ошибок погрешностей $\sqrt{\varepsilon_i}$, измеряемых в долях g . При этом надо учитывать ограничения по точности выставки углов в калибровочном стенде. Такие остаточные угловые погрешности стенда можно по формулам (6) пересчитать в погрешности стенда по измерению ускорений. Альтернативным вариантом является сравнение рассчитанных по формулам (8) углов с установленными на стенде углами.

6. Методики серийной калибровки триэдров акселерометров

Рассмотренные ранее в пунктах 4 и 5 алгоритмы линейной и нелинейной калибровки были построены по критериям наиболее точного пересчета измерительных сигналов триэдра акселерометров в «правильные» ортогональные оси, являющиеся выбранными осями БИНС или инклинометров.

Однако при этом для каждого запуска процедуры калибровки (нового варианта калибруемого блока акселерометров или измененного значения внешней температуры) требуется заново формировать и пересчитывать соответствующие системы линейных алгебраических уравнений, так как элементы их матриц A рассчитываются по измеренным сигналам акселерометров на выбранной угловой сетке.

Для уменьшения производственной трудоемкости проведения серии калибровок триэдров акселерометров желательно всемерно сократить текущий объем вычислений. Для этого можно выбрать другие критерии минимизации погрешностей ошибок, но при этом точность калибровки с точки зрения прежних критериев может стать чуть хуже. Рассмотрим построение таких модифицированных алгоритмов, ориентированных на их частое использование в производственном цикле выпуска серийной продукции.

На основе преобразований (9) переразложим измеряемые акселерометрами сигналы по «правильной» ортогональной системе координат:

$$\begin{aligned} g_X^{\text{изм}} &= g_X d_{11} + g_Y d_{12} + g_Z d_{13}, \\ g_Y^{\text{изм}} &= g_X d_{21} + g_Y d_{22} + g_Z d_{23}, \\ g_Z^{\text{изм}} &= g_X d_{31} + g_Y d_{32} + g_Z d_{33}, \end{aligned} \quad (27)$$

где коэффициенты $d_{1j} = v_{1j} / K_X^{\text{изм}}$, $d_{2j} = v_{2j} / K_Y^{\text{изм}}$, $d_{3j} = v_{3j} / K_Z^{\text{изм}}$ ($j = 1, 2, 3$) также будут дополнительно корректировать остаточные погрешности масштабирования сигналов акселерометров (4).

Следовательно, в этом случае ищем разложение показаний акселерометров вдоль осей «искаженной» системы координат на оси «правильной» ортогональной системы координат. При этом, в отличие от (11), функции в правой части будут уже рассчитываться по формулам (6) в единицах g .

Чтобы учесть возможные остаточные ошибки в выставке нулей отсчета в сигналах акселерометров, можно перейти к системе уравнений типа (12), вводя корректирующие аддитивные постоянные (d_{10}, d_{20}, d_{30}):

$$\begin{aligned} g_X^{\text{изм}} &= d_{10} + g_X d_{11} + g_Y d_{12} + g_Z d_{13}, \\ g_Y^{\text{изм}} &= d_{20} + g_X d_{21} + g_Y d_{22} + g_Z d_{23}, \\ g_Z^{\text{изм}} &= d_{30} + g_X d_{31} + g_Y d_{32} + g_Z d_{33}. \end{aligned} \quad (28)$$

А для учета нелинейных зависимостей сигналов акселерометров от измеряемых ускорений следует расширить правые части (27) по аналогии с выражениями (13):

$$\begin{aligned} g_i^{\text{изм}} &= d_{i0} + g_X d_{i1} + g_Y d_{i2} + g_Z d_{i3} + g_X g_X d_{i4} + \\ &+ g_Y g_X d_{i5} + g_Z g_X d_{i6} + g_Y g_Y d_{i7} + \\ &+ g_Y g_Z d_{i8} + g_Z g_Z d_{i9}; \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (29)$$

где $g_1^{\text{изм}} = g_X^{\text{изм}}$, $g_2^{\text{изм}} = g_Y^{\text{изм}}$, $g_3^{\text{изм}} = g_Z^{\text{изм}}$.

В результате, при проведении линейной калибровки три задачи (14) заменятся на следующие с отличающимся смыслом критериев минимизации:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= \Sigma [d_{i0} + g_X d_{i1} + g_Y d_{i2} + g_Z d_{i3} - g_i^{\text{изм}}]^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \min (d_{i0}, d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}); \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (30)$$

Отсюда по методу наименьших квадратов получим три системы линейных алгебраических уравнений типа (16) с решениями вида:

$$x_k = \sum_{j=1}^4 A_{kj}^{-1} B_j; \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (31)$$

где $x_1 = d_{i0}$, $x_2 = d_{i1}$, $x_3 = d_{i2}$, $x_4 = d_{i3}$, а элементы обратной матрицы A^{-1} для разных серий измерений будут уже рассчитываться всего один раз с использованием формул (6) на выбранной сетке углов.

Заметим, что для улучшения расчетной обусловленности вычислительных операций нахождения обратной матрицы можно использовать выравнивание масштабов промежуточных вычислительных операций, используя замену, аналогичную переходу от (16) к (17).

Для понижения размерности обратной матрицы в (31) рекомендуется учесть, что при решении (30) получается:

$$d_{i0} = \{\Sigma g_i^{изм} - d_{i1} \Sigma g_X - d_{i2} \Sigma g_Y - d_{i3} \Sigma g_Z\} / N, \\ \Sigma 1 = N. \quad (32)$$

А по аналогии с (20) рекомендуется переходить к следующим центрированным функциям:

$$g_{Xц} = g_X - \Sigma g_X / N, \quad g_{Yц} = g_Y - \Sigma g_Y / N, \\ g_{Zц} = g_Z - \Sigma g_Z^{изм} / N, \quad g_{iц}^{изм} = g_i^{изм} - \Sigma g_i^{изм} / N. \quad (33)$$

Заметим, учитывая вид функций (6), что для наземных БИНС в случае симметричных относительно нулей сеток выбранных углов тангажа и крена будем иметь упрощение (33):

$$g_{Xц} = g_X, \quad g_{Yц} = g_Y, \quad g_{Zц} = g_Z, \\ g_{iц}^{изм} = g_i^{изм} - \Sigma g_i^{изм} / N.$$

После перехода к (33) размерность задач (30) уменьшится:

$$\varepsilon_i = \Sigma [g_{Xц} d_{i1} + g_{Yц} d_{i2} + g_{Zц} d_{i3} - g_{iц}^{изм}]^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \min (d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}); \quad i = 1, 2, 3. \quad (34)$$

В итоге получим три системы уравнений типа (21) с решениями:

$$x_k = \Sigma_{j=1}^3 A_{kj}^{-1} B_j; \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (35)$$

в которых $x_1 = d_{i1}$, $x_2 = d_{i2}$, $x_3 = d_{i3}$.

При проведении нелинейной калибровки (29), по аналогии с (22), (23), получим решения типа (31) или (35) с размерностями 10 или 9.

После нахождения $\{d_{ij}\}$ через один раз вычисленную обратную матрицу размерности 10×10 или 9×9 (в центрированных переменных), на практике с учетом подстановки $g_X^{изм} \approx g_X$, $g_Y^{изм} \approx g_Y$, $g_Z^{изм} \approx g_Z$ обычно можно приближенно заменить нелинейные уравнения (29) на следующие линейные:

$$g_X d_{i1} + g_Y d_{i2} + g_Z d_{i3} \approx \Delta g_i^{изм}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (36)$$

$$\text{где } \Delta g_i^{изм} = g_i^{изм} - d_{i0} - g_X^{изм} g_X^{изм} d_{i4} - g_Y^{изм} g_X^{изм} d_{i5} - \\ - g_Z^{изм} g_X^{изм} d_{i6} - g_Y^{изм} g_Y^{изм} d_{i7} - g_Y^{изм} g_Z^{изм} d_{i8} - \\ - g_Z^{изм} g_Z^{изм} d_{i9};$$

Для получения калибровочных функций полученную систему

$$g_X d_{11} + g_Y d_{12} + g_Z d_{13} = \Delta g_X^{изм}, \\ g_X d_{21} + g_Y d_{22} + g_Z d_{23} = \Delta g_Y^{изм}, \\ g_X d_{31} + g_Y d_{32} + g_Z d_{33} = \Delta g_Z^{изм} \quad (37)$$

требуется решить относительно (g_X, g_Y, g_Z) .

Чтобы повысить точность такой нелинейной калибровки, в выражениях для расчета $\Delta g_i^{изм}$, входящих в (36), (37), следует заменить:

$$g_i^{изм} \leftrightarrow g_i^{лин}, \quad g_X^{изм} \leftrightarrow g_X^{лин}, \\ g_Y^{изм} \leftrightarrow g_Y^{лин}, \quad g_Z^{изм} \leftrightarrow g_Z^{лин},$$

где $g_X^{лин}$, $g_Y^{лин}$, $g_Z^{лин}$ являются решением линейной задачи калибровки (28).

Также заметим, что решение систем уравнений (28), (37) сильно упрощается при отсутствии нарушения масштабирования измерительных сигналов: $K_X^{изм} \approx 1$, $K_Y^{изм} \approx 1$, $K_Z^{изм} \approx 1$. В этом случае из сравнения (11) и (27) получаем $d_{ij} \approx v_{ij} \approx c_{ij}$ то есть решение системы уравнений (37) будет следующим:

$$g_X = \Delta g_X^{изм} d_{11} + \Delta g_Y^{изм} d_{21} + \Delta g_Z^{изм} d_{31}, \\ g_Y = \Delta g_X^{изм} d_{12} + \Delta g_Y^{изм} d_{22} + \Delta g_Z^{изм} d_{32}, \quad (38) \\ g_Z = \Delta g_X^{изм} d_{13} + \Delta g_Y^{изм} d_{23} + \Delta g_Z^{изм} d_{33}.$$

Заметим, что в случае линейной калибровки здесь надо принять: $\Delta g_i^{изм} = g_i^{изм} - d_{i0}$, а в центрированных переменных: $\Delta g_i^{изм} = g_{iц}^{изм}$.

Очевидно, что построение калибровочных функций по этой методике потребует значительно меньших вычислительных по сравнению с методиками из пунктов 4 и 5.

7. Сравнение результатов линейной и нелинейной калибровки блока из трех акселерометров АК-15 на стенде

Расчеты проведем в соответствии с последней методикой из пункта 6 в самолетных углах для триэдра акселерометров, предназначенного для БИНС наземных подвижных объектов. Сами акселерометры имели следующие характеристики: смещение нулевого сигнала для температур $(-60 \text{ }^\circ\text{C}, +70 \text{ }^\circ\text{C})$ не превышает $\pm 10^{-2} \text{ g}$, а после воздействия дестабилизирующих факторов – не более $\pm 30 \cdot 10^{-6} \text{ g}$; температурный коэффициент смещения нулевого сигнала – не более $\pm 45 \cdot 10^{-6} \text{ g/}^\circ\text{C}$ с нестабильностью $\pm 3 \cdot 10^{-6} \text{ g/}^\circ\text{C}$; погрешность базы для температур $(-60 \text{ }^\circ\text{C}, +70 \text{ }^\circ\text{C})$ не превышает $\pm 2 \cdot 10^{-3} \text{ g}$, а ее нестабильность после воздействия дестабилизирующих факторов – не более $\pm 30 \cdot 10^{-6} \text{ g}$.

Так как углы тангажа и крена являются обычно небольшими для наземных БИНС, поэтому для проведения калибровки были выбраны следующие 25 разных комбинаций этих углов в диапазоне от -30 до 30 угл. градусов с шагом 15 угл. градусов (табл. 1).

Таблица 1

Угол тангажа μ Угол крена ν	- 30 угл. град.	- 15 угл. град.	0 угл. град.	+15 угл. град.	+ 30 угл. град.
-30 угл. град.					
-15 угл. град.					
0 угл. град.					
+ 15 угл. град.					
+ 30 угл. град.					

Их установка выполнялась на двусосном прецизионном стенде. Негоризонтальность планшайбы доводили до 40 угловых секунд (можно и меньше, но это не влияло на получаемые результаты). При этом точность задания углового положения составляла 4 угл. секунды по обеим

осям вращения стенда. А неортогональность осей вращения – не превышала 4 угл. секунд.

Полученные результаты линейной и нелинейной калибровки варианта блока акселерометров серии АК-15 показаны на рис. 2. Длительность съема данных для каждого значения температуры составляла около 13 минут.

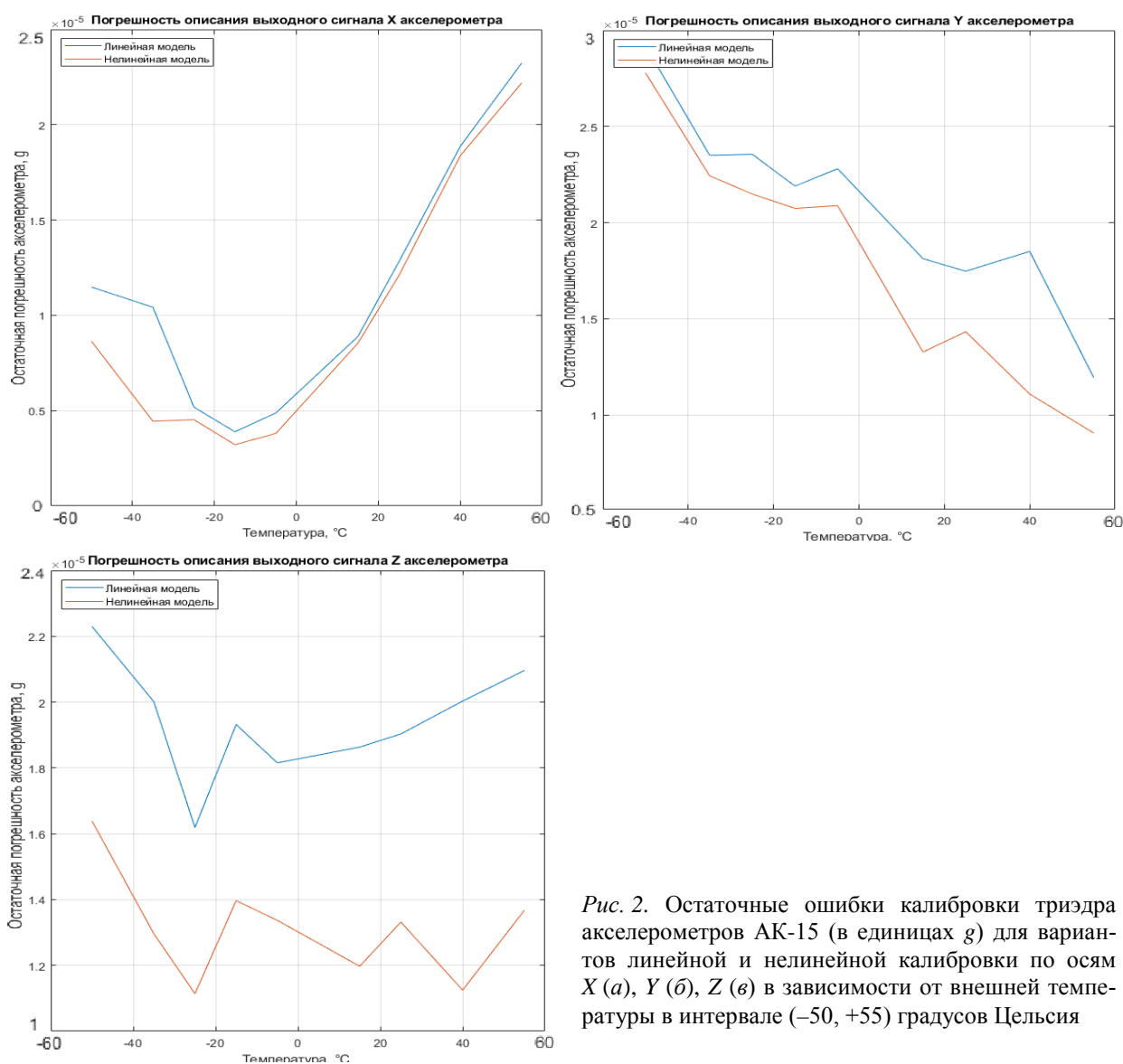


Рис. 2. Остаточные ошибки калибровки триэдра акселерометров АК-15 (в единицах g) для вариантов линейной и нелинейной калибровки по осям X (а), Y (б), Z (в) в зависимости от внешней температуры в интервале $(-50, +55)$ градусов Цельсия

Дополнительно в качестве примера приведем найденные коэффициенты линейной калибровки $\{d_{ij}\}$ при температуре $(-25)^\circ\text{C}$ (табл. 2).

Таблица 2

Ось	Смещение нуля	Масштабный коэффициент	Перекрестная связь с X	Перекрестная связь с Y	Перекрестная связь с Z
X	-0,166049	12,848906	–	0,010372	0,005943
Y	0,047870	12,811360	-0,001534	–	0,014688
Z	0,738719	12,845083	-0,001269	-0,006453	–

В свою очередь, при выполнении нелинейной калибровки при той же температуре коэффициенты $\{d_{ij}\}$ линейной части остались прежними, а вклады нелинейных частей $\Delta g_{нл}$ по осям X, Y, Z, соответственно, составили: 0,000312, -0,000114, 0,000452. Как и следовало ожидать, вклад нелинейных составляющих получился примерно на порядок меньше вклада линейной части калибровочных функций.

Заключение

Выбранное и доведенное до практической реализации алгоритмическое обеспечение контроля, диагностики и калибровки блока-триэдра акселерометров является частью автоматизированной системы контроля и испытаний акселерометров в составе БИНС. Разработанный и отлаженный производственный стенд калибровки позволяет выполнять эффективную статическую калибровку конструктивно выполненных автономных блоков из трех ортогонально расположенных акселерометров, предназначенных для повышения точности определения проекций ускорений на координаты связанной с объектами пространственно-ортогональной системы координат. Он укомплектован программно-алгоритмическим обеспечением, предназначенным для калибровки как высокоточных акселерометров, так и среднеточных акселерометров с проявлением нелинейности их измерений. В качестве примера приведены результаты калибровки прецизионных акселерометров повышенной точности серии АК-15. Для них использование методик линейной и нелинейной калибровки привело к примерно одинаковым результатам, что показало достаточность более простой линейной калибровки для данного типа акселерометров.

Библиографические ссылки

1. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб. : ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2009. 280 с.
2. Исаченко В. Х. Инклинометрия скважин. М. : Недра, 1987. 216 с.
3. Капля В. И., Савицкий И. В., Мاستиков Д. А. Калибровка трехосного акселерометра по данным ряда измерений с различной ориентацией // Инженерный вестник Дона. 2018. № 2. 7 с. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/4963.
4. Устюгов М. Н., Щипицына М. А. Калибровка акселерометра бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Вестник ЮУрГУ. 2006. № 14. С. 140–143.
5. Абрамов О. К. Устройство для калибровки акселерометров в поле земного тяготения // Вестник РГРТУ. 2008. № 4 (выпуск 26).
6. Мьинт Хтун Хаинг. Метод калибровки блока акселерометров инерциальной навигационной системы на испытательном стенде // Электронный научно-технический журнал «Наука и образование», МГТУ им. Н. Э. Баумана, № 1 (январь) 2014, С. 38–54. URL: technomag.bmstu.ru/doc/691573.html. DOI: 10.7463/0114.0691573.
7. Лакоза С. Л., Мелешко В. В. Скалярная калибровка акселерометров низкой и средней точности // Радиооптика, МГТУ им. Н.Э. Баумана : электрон. журн. 2015. № 01. С. 9–28. DOI: 10.7463/rdopt.0115.0779996.
8. Аврутов В. В., Мазена Т. Ю. Влияние погрешности поворота стенда на точность калибровки блока гироскопов и акселерометров // Вестник НТУУ «КПИ». Сер. Приборостроение. 2012. № 43. С. 5–10.
9. Егоров Ю. Г., Мьинт Х. Н. Синтез программ калибровки блока акселерометров бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Системы и приборы управления : труды ФГУП «НППЦАП». 2014. № 4 (30). С. 79–86.
10. Шаврин В. В., Конаков А. С., Тисленко В. И. Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений // Доклады ТУСУРа. 2012. № 1 (25). Ч. 2. С. 265–269.
11. Шишаков К. В. Твердотельные волновые гироскопы: волновые процессы, управление, системная интеграция. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2018. 264 с.
12. Измайлов А. Е. Исследование точности прецизионных акселерометров и повышение их качества : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.14. М., 2003. 164 с.
13. Лене С. Н. Разработка и исследование метода калибровки избыточных измерителей ускорения с целью повышения точности БИНС : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.14. М., 2008. 129 с.
14. Егоров Ю. Г., Мьинт Х. Н. Инвариантность уравнений процесса калибровки блока акселерометров инерциальной навигационной системы относительно ошибок испытательного стенда // Системы и приборы управления : труды ФГУП «НППЦАП». 2013. № 2 (25). С. 33–37. Радиооптика. МГТУ им. Н.Э. Баумана
15. Аврутов В. В., Головач С. В. Скалярный метод контроля и диагностики инерциально-измерительного модуля // Вестник НТУУ «КПИ». Сер. Приборостроение. 2014. № 2. С. 14–20.

16. Gietzelt Matthias et al. Performance comparison of accelerometer calibration algorithms based on 3D-ellipsoid fitting methods. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2013. Vol. 111, issue 1. pp. 62-71.
17. Vadym Avrutov. On scalar calibration of an inertial instrument cluster. *Innovations and Technologies New*, 2011, no. 2(11), pp. 22-30.

References

1. Matveyev V.V., Raspopov V.Y. *Osnovy postroeniya besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh sistem* [The basics of building free-to-air inertial navigation systems]. St. Petersburg: SNC of the Russian Federation "Electropribor Concern," 2009. 280 p. (in Russ.).
2. Isachenko V.H. *Inklinometriya skvazhin* [Inclination of wells]. Moscow: Nedra publ., 1987. 216 p. (in Russ.).
3. Kaplia V.I., Savitsky I.V., Mastikov D.A. [Calibration of the three-axis accelerometer according to a number of measurements with different orientations]. Electronic scientific journal "Engineer's Gazette of the Don". 2018. No. 2, 7 p. Available at: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2018/4963 (in Russ.).
4. Ustyugov M.N., Shypitsyn A. M.A. [Calibration accelerometer of the free-for-me inertial navigation system]. *Vestnik SUGU*. 2006. No. 14, pp. 140-143 (in Russ.).
5. Abramov O.K. [Device for calibrating accelerometers in the field of gravity]. *Vestnik RGRTU*. 2008. No. 4 (issue 26) (in Russ.).
6. Myint Htun Naing. [[Method of calibration of the block of accelerometers of inertial navigation system on the test stand]. Electronic scientific and technical journal "Science and Education", MGTU by N.E. Bauman. 2014. No. 1 (January), pp. 38-54. Available at: technomag.bmstu.ru/doc/691573.html. DOI: 10.7463/0114.0691573 (in Russ.).
7. Lacosa S.L., Meleshko V.V. [Scalar calibration of low- and medium-precision accelerometers]. *Radiooptics, MGTU by N.E. Bauman, Electron. Journ.*, 2015. № 01. Pp. 9-28. DOI: 10.7463/rdopt.0115.0779996 (in Russ.).
8. Avrutov V.V., Mazepa T.Y. [Effect of the error of the turn of the stand on the accuracy of calibration of the gyroscope and accelerometers]. *Vestnik NTUU "KPI", Priborostroenie*. 2012. No. 43. Pp. 5-10 (in Russ.).
9. Yegorov Y.G., Myint H. N. [Synthesis of the programs of calibration of the block of accelerometers of the free-platform inertial navigation system]. *Proceedings of FGUP "NPCAP". Systems and control devices*. 2014. No. 4 (30). Pp. 79-86 (in Russ.).
10. Shavrin V.V., Konakov A.S., Tislenko V.I. [Calibration of microelectromechanical acceleration sensors]. *TUSUR reports*. 2012. No. 1 (25). Part 2, pp. 265-269 (in Russ.).
11. Shishakov K.V. *Tverdotel'nye volnovye giroskopy: volnovye protsessy, upravlenie, sistemnaya integratsiya* [Solid wave gyroscopes: wave processes, control, system integration]. Izhevsk: Izd-vo IzhGTU, 2018. 264 p. (in Russ.).
12. Izmaylov A. E. *Issledovanie tochnosti pretsizionnykh akselerometrov i povyshenie ikh kachestva* [Study of precision precision accelerometers and their quality improvement]. PhD thesis. 05.11.14. Moscow, 2003. 164 p. (in Russ.).
13. Lepe S.N. *Razrabotka i issledovanie metoda kalibrovki izbytochnykh izmeritelei uskoreniya s tsel'yu povysheniya tochnosti BINS* [Develop and research the method of calibrating excess acceleration measures to improve the accuracy of BINS]. PhD thesis. 05.11.14. Moscow, 2008. 129 p. (in Russ.).
14. Egorov Y.G., Myint H.N. [Invariance of equations of the process of calibration of the block of accelerometers of the inertial navigation system relative to the errors of the test stand]. *Proceedings of the FGUP "NPCAP". Systems and control devices*. 2013. No. 2 (25). Pp. 33-37. *Radiooptics. MGTU by N.E. Bauman* (in Russ.).
15. Avrutov V.V., Golovach S.V. [Scalar method of control and diagnosis of inertial-measuring module]. *Vestnik KPI NTU, Priborostroenie*. 2014. No. 2. Pp. 14-20 (in Russ.).
16. Gietzelt Matthias et al. Performance comparison of accelerometer calibration algorithms based on 3D-ellipsoid fitting methods. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2013. Vol. 111, issue 1. pp. 62-71.
17. Vadym Avrutov. On scalar calibration of an inertial instrument cluster. *Innovations and Technologies New*, 2011, no. 2(11), pp. 22-30.

Building Calibration Functions for Angular Position of the Trihedron of Accelerometers

I. P. Kazakov, Post-graduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

K. V. Shishakov, DSc in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

The paper is devoted to the construction of the calibration functions of the angular purpose of constructively executed autonomous blocks of three orthogonally located accelerometers within the technological procedure of their static calibration to improve the accuracy of the definition of gravity projections on the coordinates associated with the objects of the space-orthogonal coordinate system. To do this, two variants of angular transformations of coordinate axes are used: in the Euler angles and in the plane angles. When monitoring and diagnosing the accuracy of accelerometer readings in the trihedron, it is recommended to take measurements of the gravity vector, performing full turns at any of the angles.

The mathematical basis for constructing the functions of the system calibration of trihedron accelerometers is described as part of the procedures for re-projection of measuring signals on the "correct" orthogonal axis. The resulting linear and non-linear calibration functions are presented. Options to improve the conditioning of computational algorithms to identify linear and non-linear calibration functions of the angular position of the trihedron accelerometers are considered.

The computationally lightweight techniques designed for the serial calibration of the trihedrons of accelerometers are presented. They use the decomposition of accelerometer readings along the axes of the "distorted" system of coordinates on the axis of the "correct" orthogonal coordinate system.

An example is a comparison of the results of linear and non-linear calibration of a block of three accelerometers of AK-15 on the stand. It is shown that it is enough to use a linear calibration technique for the selected precision accelerometers.

Keywords: accelerometer, calibration, control, diagnostics, stand, software and algorithmic software, methodology.

Получено: 10.02.2021