

УДК 533.6.011:004

DOI: 10.22213/2410-9304-2021-2-96-103

## Численное моделирование течения реального газа Ван-дер-Ваальса в ударной трубе\*

*В. А. Тенев*, доктор физико-математических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова;  
Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук,  
Ижевск, Россия

*М. Р. Королева*, кандидат физико-математических наук, доцент, Удмуртский федеральный исследовательский  
центр Уральского отделения Российской академии наук; ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*В работе проводится математическое моделирование течения реального газа в ударной трубе. Численное решение задачи выполняется на основе метода С. К. Годунова с использованием уравнения состояния Ван-дер-Ваальса. Газодинамические процессы исследуются как в областях классического поведения газа, так и в неклассической области, в которой фундаментальная производная отрицательна.*

*Проведенные расчеты для случаев формирования в идеальном газе двух волн разрежения, двух ударных волн, а также ударной волны и волны разрежения одновременно показали хорошее соответствие результатов аналогичным расчетам и известным теоретическим данным.*

*Для случая неклассического поведения газа исследовалось вещество с большой удельной теплоемкостью по отношению к ее молекулярной массе вблизи критической точки кривой насыщения. Рассматривались три варианта начальных состояний газа, в процессе развития течения в которых формировались области неклассического поведения вещества. Во всех исследуемых вариантах в газе формируется ударная волна, распространяющаяся в сторону меньшего значения давления и волны разрежения, двигающиеся в сторону большего давления в газе. Показано, что в неклассической области течения ударная волна сглаживается, в то время как волны разрежения при отрицательных значениях фундаментальной производной формируют скачок разрежения, и крутизна кривых параметров течения возрастает.*

**Ключевые слова:** задача Римана, реальный газ, критическая точка, уравнение состояния Ван-дер-Ваальса, метод Годунова.

### Введение

Модель реального газа Ван-дер-Ваальса в отличие от модели идеального газа построена с учетом взаимодействия между его молекулами [1]. Она учитывает их конечный собственный объем и притяжение между молекулами. В отличие от модели идеального газа, которая применима только к веществам, находящимся в газовой фазе, уравнение состояния Ван-дер-Ваальса позволяет качественно описать поведение веществ в диапазоне фаз газ – пар – жидкость. Изотермы газа Ван-дер-Ваальса, соответствующие высоким температурам, близки к изотермам идеального газа – гладкие кривые без экстремумов и точек перегиба (рис. 1). С ростом температуры они начинают менять кривизну, и при некотором ее значении на изотерме возникает точка перегиба. В этой точке состояние вещества называется критическим, т. е. исчезает различие между жидкостью и газом и отсутствует поверхность раздела фаз в точке. Здесь соединяются три области равновесных состояний вещества – газообразного,

жидкого и газожидкостного. Параметры среды в этой точке называются критическими. Критическая точка является максимумом кривой насыщения вещества. В окрестности этой кривой в зоне перегретого пара существует область неклассического поведения газа, определяемая отрицательными значениями фундаментальной производной  $G(S, v)$ :

$$G(S, v) = -\frac{1}{2}v \frac{\frac{\partial^2 p(S, v)}{\partial v^2}}{\frac{\partial p(S, v)}{\partial v}},$$

где  $S$  – энтропия;  $v = 1/\rho$  – удельный объем;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление газа. На рис. 1 область неклассического поведения газа выделена серым цветом и располагается между кривой насыщения вещества и линией, соответствующей нулевому значению производной  $G(S, v)$ .

Идеальный газ соответствует значениям фундаментальной производной больше единицы  $G(S, v) > 1$ . Область, где  $G(S, v) < 0$ , назы-

вается неклассической областью, т. к. в этом случае в среде будут возникать неклассические физические явления, например, скачки конденсации, являющиеся разновидностью скачков разрежения или ударных волн разрежения [2].

Особый интерес представляют физические процессы в средах, содержащих одновременно классические и неклассические области, – смешанной области.

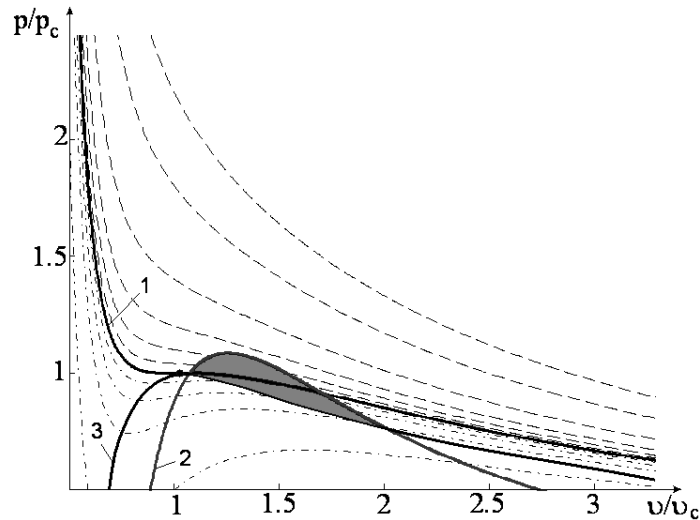


Рис. 1.  $(p-v)$ -диаграмма вещества: 1 – критическая изотерма Ван-дер-Ваальса; 2 – линия  $G=0$ ; 3 – кривая насыщения вещества

Моделирование поведения реальных газов имеет важное прикладное значение, поскольку большинство технических устройств, функционирующих от текучих рабочих сред, работают в условиях, приближенных к критическим состояниям вещества. К таким устройствам, в частности, можно отнести предохранительные клапана, паровые турбины, вакуумные системы (статья авторов в этом журнале, 2020, т. 18, № 3) [3–5] и т. д.

В работе решается задача Римана для реальных газов, описываемых с помощью уравнения состояния Ван-дер-Ваальса. Эта задача решается с помощью разностной схемы Годунова. Расчеты приведены для случаев классического, неклассического и смешанного поведения газа.

Целью работы является оценка применимости метода Годунова для решения задач формирования ударных волн и волн разрежения в реальных газах с уравнением состояния Ван-дер-Ваальса.

#### Математическая постановка

Система одномерных газодинамических уравнений Эйлера, описывающая нестационарное одномерное движение невязкого, нетеплопроводного газа, имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $x$  – координата. Векторы  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{F}$  определяются как

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (e + p)u \end{bmatrix}.$$

Система уравнений (1) решалась для бесконечной трубы с начальными условиями, определяющими разрыв газодинамических величин в точке  $x = 0$ :

$$\mathbf{q}(0, x) = \begin{cases} \mathbf{q}_1, & x < 0, \\ \mathbf{q}_2, & x > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Векторы  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{F}$  содержат искомые газодинамические характеристики газа:  $\rho$  – плотность газа;  $u$  – скорость;  $e = \rho \varepsilon + 0.5 \rho u^2$  – полная энергия единицы объема газа;  $\varepsilon(\rho, p)$  – внутренняя энергия единицы массы, заданная уравнением состояния Ван-дер-Ваальса [6]:

$$\varepsilon(\rho, p) = \frac{1 - B\rho}{d} \left( \frac{p}{\rho} + A\rho \right) - A\rho. \quad (3)$$

Размерные константы  $A$ ,  $B$  в уравнении (3) определяются свойствами конкретных веществ, а параметр  $d = R/C_v$  является отношением удельной газовой постоянной к удельной теплоемкости газа при постоянном объеме. Параметры  $A$ ,  $B$  могут быть выражены следующим образом [7]:

$$A = \frac{27 R^2 T_c^2}{64 p_c}, \quad B = \frac{1 R T_c}{8 p_c},$$

где  $T_c$ ,  $p_c$  – температура и давление в критической точке соответственно.

Фундаментальная производная для уравнения состояния Ван-дер-Ваальса примет вид [8]:

$$G(\rho, p) = \frac{1}{2} \frac{(d+1)(d+2)(p + A\rho^2)/(1 - B\rho)^2 - 6A\rho^2}{(d+1)(p + A\rho^2)/(1 - B\rho) - 2A\rho^2}. \quad (4)$$

Уравнения решались в безразмерной форме. В качестве характерных величин процедуры обезразмеривания использовались параметры газа (давление, плотность, температура) в критической точке –  $p_c$ ,  $\rho_c$ ,  $T_c$ :

$$p = \bar{p} p_c, \quad \rho = \bar{\rho} \rho_c, \quad T = \bar{T} T_c, \quad u = \bar{u} \sqrt{p_c / \rho_c}, \\ e = \bar{e} p_c / \rho_c.$$

В результате обезразмеривания система (1) не изменится, при этом безразмерное уравнение состояния (2) запишется так:

$$\bar{\varepsilon}(\bar{\rho}, \bar{p}) = \frac{1 - b\bar{p}}{d} \left( \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} + a\bar{\rho} \right) - a\bar{\rho},$$

где  $a = A / (p_c / \rho_c^2) = 3$ ,  $b = B p_c = 1/3$  – безразмерные коэффициенты, не зависящие от свойств конкретного рассматриваемого вещества. Формула для определения безразмерной фундаментальной производной будет аналогична выражению (4), при замене размерных параметров  $A, B$  на коэффициенты  $a, b$  соответственно.

#### Задача о распаде произвольного разрыва для реального газа

Структура течения газа, описываемая уравнениями (1) при начальных условиях (2), определяется сочетанием возникающих в среде волн разрежения и ударных волн с контактным разрывом либо областью вакуума. Характеристики течения описываются известными соотношениями на ударной волне и в волне разрежения. Для ударной волны скачок параметров определяется условиями Рэнкина – Гюгонно [9]:

$$[u] = \pm \frac{[p]}{m}, \quad (5)$$

$$\left[ \frac{1}{\rho} \right] = -\frac{[p]}{m^2}, \quad (6)$$

$$[\varepsilon] = -\frac{1}{2}(P + p) \left[ \frac{1}{\rho} \right], \quad (7)$$

где  $[u] = U - u$ ,  $[p] = P - p$ ,  $[\varepsilon] = E - \varepsilon$ ,  $[1/\rho] = 1/R - 1/\rho$ ,  $u, p, \varepsilon, \rho$  и  $U, P, E, R$  – скорость, давление, внутренняя энергия, плотность, соответственно, перед фронтом и за фронтом ударной волны;  $m$  – массовая скорость.

Для волны разрежения можно записать уравнения [10]:

$$\frac{dp}{d\rho} = c^2; \quad (8)$$

$$\frac{du}{dp} = \pm \frac{1}{\rho c}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} = \frac{p(\rho, \varepsilon)}{\rho^2}, \quad (10)$$

где  $c$  – скорость звука. Здесь (8) – это уравнение изэнтропы, (9) – уравнение постоянства инвариантов Римана, а выражение (10) – уравнение адиабаты Пуассона.

В дополнение используется условие непрерывности на контактном (тангенциальном) разрыве скорости и давления.

Из приведенных выше уравнений с учетом постоянства скорости и давления на контактном разрыве можно составить систему нелинейных уравнений для определения четырех неизвестных величин  $U, P, R_1, R_2$ .

$$f_1(P, R_1, R_2) = P \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) - \frac{p_1}{m_1} - \frac{p_2}{m_2} - u_1 + u_2 = 0, \quad (11)$$

$$f_2(P, R_1) = 0 = \begin{cases} E(P, R_1) + \frac{1}{2}(P + p_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{\rho_1} \right), & P > p_1, \\ P - p_s(p_1, \rho_1, R_1), & P < p_1; \end{cases} \quad (12)$$

$$f_3(P, R_2) = 0 = \begin{cases} E(P, R_2) + \frac{1}{2}(P + p_2) \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{\rho_2} \right), & P > p_2, \\ P - p_s(p_2, \rho_2, R_2), & P < p_2; \end{cases} \quad (13)$$

$$U = u_1 - \frac{P - p_1}{m_1} = u_2 + \frac{P - p_2}{m_2}, \quad (14)$$

которая решается при некотором начальном приближении  $(P, R_1, R_2)_0$  методом Ньютона. В уравнениях (11)–(14)  $p_s$  – давление в волне разрежения, а массовая скорость  $m_i$  находится по формуле

$$m_i = \begin{cases} \sqrt{R_i \rho_i \frac{P - p_i}{R_i - \rho_i}}, & P > p_i, \\ \frac{P - p_i}{\int_{p_i}^P \frac{dp}{\rho c}}, & P < p_i, \end{cases}$$

для  $i=1, 2$ .

Система уравнений (11)–(14) определяет точное решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва.

#### Численное решение задачи течения реального газа в ударной трубе

Для численного решения течения реального газа в трубе проводится дискретизация исходных уравнений (1) методом контрольных объемов. Согласно методу Годунова [11], в случае идеального газа, для определения параметров газа на границах дискретных ячеек используется аналитическое решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва. Для реального газа неизвестные параметры на контактном разрыве  $U, P, R_1, R_2$  находятся в результате решения системы уравнений (11)–(14). По полученным значениям определяются значения

потоков на гранях контрольных объемов  $F$ . После этого осуществляется расчет параметров газа на новом временном слое.

Численное решение уравнений Эйлера (1) с начальными условиями (2) проведено методом С. К. Годунова со вторым порядком точности [12] с применением уравнения состояния Ван-дер-Ваальса на сетке из 200 ячеек.

В начальный момент времени на левой половине трубы для  $x < 0$  задавались параметры  $p_1, u_1, \rho_1$ , на правой половине для  $x > 0$  –  $p_2, u_2, \rho_2$ . Рассматривались три варианта, для которых в работе [13] приведены значения параметров за фронтом волн, полученные решением уравнений на разрывах. Варианты соответствуют трем конфигурациям волн: RR – две волны разрежения; RS – слева волна разрежения, справа ударная волна; SS – две ударные волны. Диапазон изменения характеристик течения включает в себя область в окрестности критического состояния вещества с  $d = 0,329$ .

Начальные параметры газа в ударной трубе для всех трех вариантов приведены в табл. 1. Исходные данные для всех вариантов соответствуют классической области состояния реального газа ( $G > 1$ ).

Результаты расчетов в виде графиков распределения давления, скорости и плотности приведены на рис. 2 для момента времени  $t = 0,1$ . Точное решение показано сплошными линиями, численное – кружками.

Таблица 1. Начальные параметры в ударной трубе  $p_1$

Вариант	$p_1$	$u_1$	$\rho_1$	$G_1$	$p_2$	$u_2$	$\rho_2$	$G_2$
RR	0,75	-1	0,3	1,18	0,75	0,5	0,4	1,18
RS	1	0	0,5	1,28	0,75	0	0,125	1,19
SS	1	1	0,4	1,23	1	-0,5	0,8	1,82

В зависимости от рассматриваемого варианта в газе реализуются либо две волны разрежения (рис. 2, а), либо левая волна разрежения и правый скачок уплотнения (рис. 2, б), либо два скачка уплотнения (рис. 2, в) в дополнение к контактному разрыву, расположенному между ними. Значения давления  $P$ , скорости  $U$  и плотностей  $R_1, R_2$  на контактном разрыве между волнами приведены в табл. 2, где также показаны результаты точного решения задачи Римана и данные, полученные в работе [14]

при решении аналогичной задачи (Quartapelle). Максимальное отличие между данными расчета не превышает 0,00222.

Таким образом, все три рассчитанных варианта показали соответствие рассчитанных параметров величинам, приведенным в работе [15], что подтверждает возможность использования уравнения Ван-дер-Ваальса для исследования идеальных газов на основе численного метода Годунова.

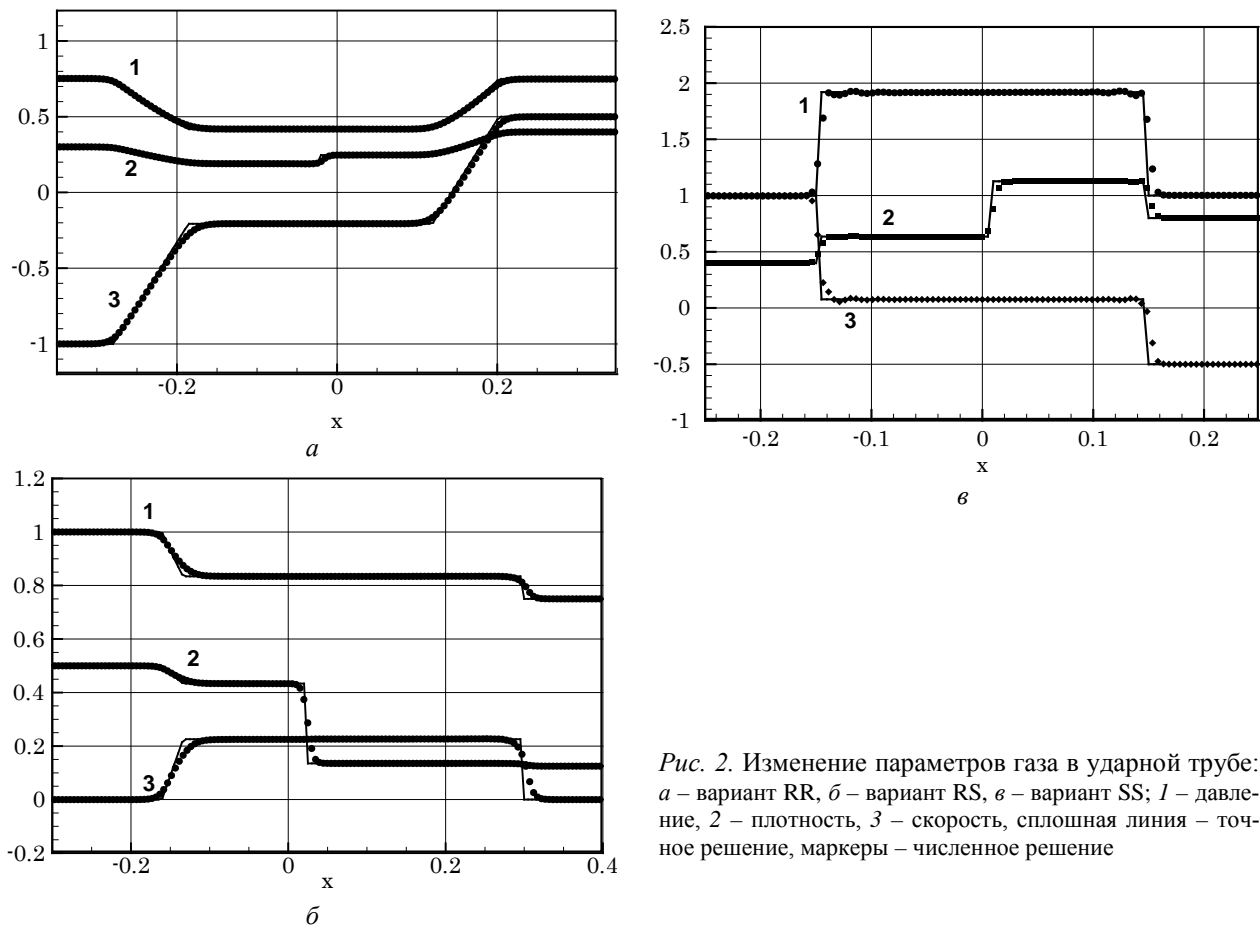


Рис. 2. Изменение параметров газа в ударной трубе: а – вариант RR, б – вариант RS, в – вариант SS; 1 – давление, 2 – плотность, 3 – скорость, сплошная линия – точное решение, маркеры – численное решение

Таблица 2. Параметры  $P$ ,  $U$ ,  $R_1$ ,  $R_2$

Вариант		$P$	$U$	$R_1$	$R_2$
RR	Quartapelle	0,41809	-0,20741	0,189734	0,247204
	Точное решение	0,41809	-0,20741	0,18973	0,2472
	Расчет	0,418548	-0,20608	0,189936	0,246837
RS	Quartapelle	0,83405	0,22551	0,433416	0,13522
	Точное решение	0,83405	0,22551	0,43342	0,13523
	Расчет	0,835005	0,22588	0,434137	0,135196
SS	Quartapelle	1,91913	0,077503	0,63527	1,1272
	Точное решение	1,91913	0,0775	0,63527	1,12721
	Расчет	1,916914	0,07606	0,634292	1,126308

Следующие три расчета (варианты DG1, DG2, DG3) были предложены в работах [16, 17] для исследования неклассического поведения газа Ван-дер-Ваальса вблизи критической точки. Рассматривается вещество с большой удельной теплоемкостью по отношению к ее молекулярной массе с  $d = 0,0128$ . Во всех вариантах исходные данные предполагают поведение газа, отличное от идеального при  $G < 1$  (табл. 3). Исходные состояния газа варианта DG1 соответст-

вуют классической зоне. Начальное состояние справа от разрыва в варианте DG2 находится в неклассической области, а в случае DG3 имеем смешанную задачу, когда слева от разрыва величина фундаментальной производной отрицательная, а справа – положительная.

Результаты расчетов в виде графиков распределения давления, скорости, плотности и величины фундаментальной производной приведены на рис. 3.

Таблица 3. Начальные параметры в ударной трубе

Вариант	$p_1$	$u_1$	$\rho_1$	$G_1$	$p_2$	$u_2$	$\rho_2$	$G_2$
DG1	3	0	1,818	4,118	0,575	0	0,275	0,704
DG2	1,09	0	0,879	-0,018	0,885	0	0,562	-0,037
DG3	1,09	0	0,879	-0,018	0,575	0	0,275	0,704

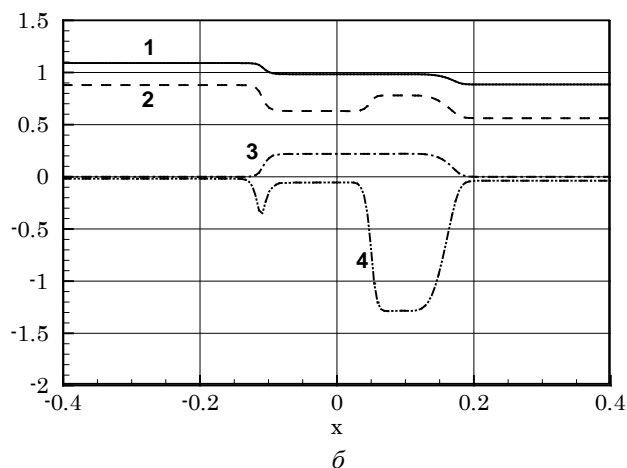
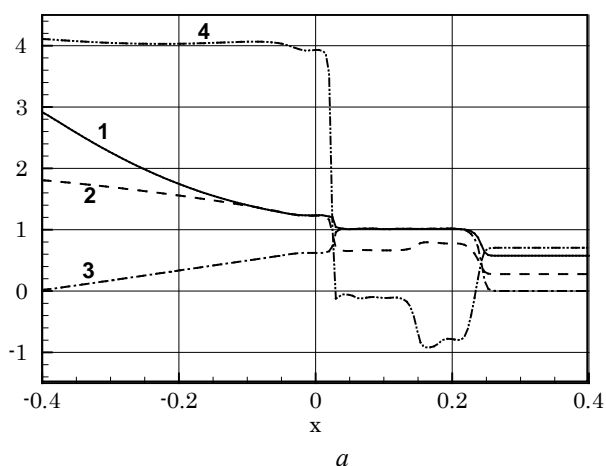
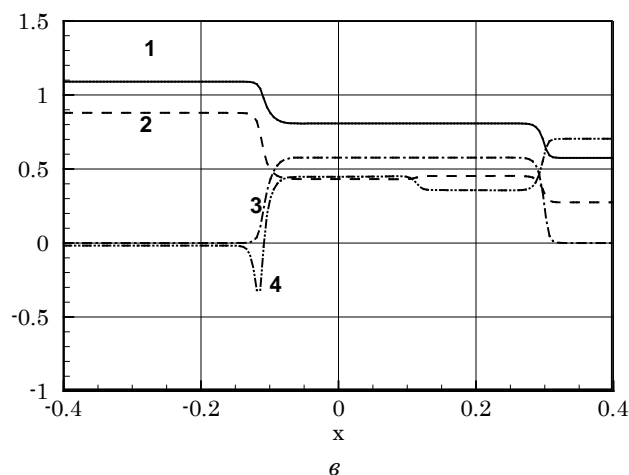


Рис. 3. Численное решение задачи Римана: *а* – вариант DG1, *б* – вариант DG2, *в* – вариант DG3; 1 – давление, 2 – плотность, 3 – скорость, 4 – фундаментальная производная  $G(S, v)$



Несмотря на начальное распределение параметров варианта DG1, когда оба состояния газа соответствовали классической зоне диаграммы  $(v-p)$ , в процессе решения в течении формируется участок неклассического поведения газа  $(0,02 < x < 0,25)$ . Зона отрицательных значений  $G(S, v)$  – область от скачка разрежения до фронта ударной волны.

В варианте DG2 неклассическое состояние газа наблюдается по всей трубе (рис. 3, б), а в третьем случае ей соответствует левая часть трубы до скачка разрежения.

Во всех вариантах в газе формируется ударная волна, распространяющаяся по трубе вправо в сторону меньшего значения давления и волны разрежения,двигающиеся влево в сторону большего давления в газе. На рис. 3, б видно, что в неклассической области течения ударная волна сглаживается, в то время как волны разрежения при отрицательных значениях  $G(S, v)$  формируют скачок разрежения, и крутизна кривых параметров течения возрастает.

#### Заключение

Полученные в работе результаты показывают, что численный метод С. К. Годунова совместно с уравнением состояния реального га-

за Ван-дер-Ваальса позволяет адекватно описывать газодинамические процессы в течениях с ударными волнами и волнами разрежения в средах с классическим и неклассическим поведением газа. Применение описанного в работе подхода позволило выявить неклассические физические явления, возникающие в среде, такие как скачки разрежения, формирующиеся в областях с отрицательными значениями фундаментальной производной.

#### Библиографические ссылки

1. Maxwell J. Van der Waals on the Continuity of the Gaseous and Liquid States // In W. Niven (Ed.), The Scientific Papers of James Clerk Maxwell (Cambridge Library Collection - Physical Sciences, pp. 407-415). Cambridge: Cambridge University Press. 2011. DOI:10.1017/CBO9780511710377.044.
2. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика: учебник для вузов. М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1953. 736 с.
3. Редер Т., Тенев В. А., Чернова А. А. Численное моделирование неустойчивых режимов работы предохранительного клапана // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 68. С. 141–157. DOI 10.17223/19988621/68/13.

4. Герасимов Ю. И., Ярыгин В. Н. Истечение струй идеального и реальных газов из осесимметричных сопел. Вопросы подобия 1. Истечение струй в вакуум // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2012. Т. 13, вып. 1. 22 с. URL: <https://chemphys.edu.ru/media/published/2012-07-13-001.pdf> (дата обращения: 12.02.2021).

5. Алёхина С. В., Симбирская О. А. Особенности исследования тепловых и газодинамических процессов в выходных патрубках паровых турбин // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. 2012. №9 (103). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-issledovaniya-teplovyyh-i-gazodinamicheskikh-protseessov-v-vygodnyh-patrubkah-parovykh-turbin> (дата обращения: 12.02.2021).

6. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics // Journal of Computational Physics, 2003. V. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.

7. Colonna P., Guardone A. Molecular Interpretation of Nonclassical Gasdynamics of Dense Vapors Under the Van Der Waals Model // Phys. Fluids, 2006, 18 (5), pp. 056101–056114. DOI:10.1063/1.2196095.

8. Guardone A., Vigevano L. Roe Linearization for the van der Waals Gas // Journal of Computational Physics 175, 50–78 (2002). DOI:10.1006/jcph.2001.6915.

9. Colella P., Glaz H. M. Efficient Solution Algorithms for the Riemann Problem for Real Gases // Journal of Computational Physics, 1985, 59, 264-289.

10. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics // Journal of Computational Physics, 2003. Vol. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.

11. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. М.: Наука, 1976. 400 с.

12. Редер Т., Тенев В. А., Чернова А. А. Численное моделирование неустойчивых режимов работы предохранительного клапана // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 68. С. 141–157. DOI 10.17223/19988621/68/13.

13. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics // Journal of Computational Physics, 2003. Vol. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.

14. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics // Journal of Computational Physics, 2003. V. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.

15. Редер Т., Тенев В. А., Чернова А. А. Численное моделирование неустойчивых режимов работы предохранительного клапана // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 68. С. 141–157. DOI 10.17223/19988621/68/13.

16. Guardone A., Vigevano L. Roe Linearization for the van der Waals Gas // Journal of Computational Physics 175, 50–78 (2002). DOI:10.1006/jcph.2001.6915.

17. Argrow B.M. Computational analysis of dense gas shock tube flow // Shock Waves. 1996. Vol.6. Pp. 241-248.

## References

1. Maxwell J. Van der Waals on the Continuity of the Gaseous and Liquid States. In W. Niven (Ed.), The Scientific Papers of James Clerk Maxwell (Cambridge Library Collection - Physical Sciences, pp. 407-415). Cambridge: Cambridge University Press. 2011. DOI:10.1017/CBO9780511710377.044

2. Abramovich G.N. *Prikladnaya gazovaya dinamika: uchebnyy dlya vtuzov* [Applied Gas Dynamics: a textbook for technical colleges.] Moscow, Gos. izd-vo tekhn.-teoret. lit., 1953. 736 p. (in Russ.).

3. Reder T., Tenenev V.A., Chernova A.A. [Numerical simulation of unstable operating modes of a safety valve]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2020. No. 68. Pp. 141-157. (in Russ.). DOI 10.17223/19988621/68/13.

4. Gerasimov Yu. I., Yarygin V. N. *Istecheniye strui ideal'nogo i real'nykh gazov iz osesimmetrichnykh sopel. Voprosy podobiya 1. Istecheniye strui v vakuum* [Outflow of jets of ideal and real gases from axisymmetric nozzles. Similarity issues 1. Outflow of jets into vacuum]. *Fiziko-khimicheskaya kinetika v gazovoi dinamike*. 2012. Vol. 13, vyp. 1. 22 p. Available at: <https://chemphys.edu.ru/media/published/2012-07-13-001.pdf> (accessed: 12.02.2021) (in Russ.).

5. Alekhina S.V., Simbirskaya O.A. [Features of the study of thermal and gas-dynamic processes in the outlet pipes of steam turbines]. *Energoberezhnie. Energetika. Energoaudit*. 2012. No. 9 (103). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-issledovaniya-teplovyyh-i-> (in Russ.).

6. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics. In Journal of Computational Physics, 2003. V. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.

7. Colonna P., Guardone A. Molecular Interpretation of Nonclassical Gasdynamics of Dense Vapors Under the Van Der Waals Model // Phys. Fluids, 2006, 18 (5), pp. 056101–056114. DOI:10.1063/1.2196095.

8. Guardone A., Vigevano L. Roe Linearization for the van der Waals Gas. In Journal of Computational Physics 175, 50–78 (2002). DOI:10.1006/jcph.2001.6915.

9. Colella P., Glaz H. M. Efficient Solution Algorithms for the Riemann Problem for Real Gases // Journal of Computational Physics, 1985, 59, pp. 264-289.

10. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics // Journal of Computational Physics, 2003. Vol. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.

11. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Kraiko A.N., Prokopov G.P. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki* [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 400 p. (in Russ.).
12. Reder T., Tenenev V.A., Chernova A.A. [Numerical simulation of unstable operating modes of a safety valve]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2020. No. 68. Pp. 141-157 (in Russ.). DOI 10.17223/19988621/68/13.
13. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics. In *Journal of Computational Physics*, 2003. Vol. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.
14. Quartapelle L., Castelletti L., Guardone A., Quaranta G. Solution of the Riemann problem of classical gasdynamics. In *Journal of Computational Physics*, 2003. Vol. 190. Pp. 118-140. DOI: 10.1016/S0021-9991(03)00267-5.
15. Reder T., Tenenev V.A., Chernova A.A. [Numerical simulation of unstable operating modes of a safety valve]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2020. No. 68. Pp. 141-157 (in Russ.). DOI 10.17223/19988621/68/13.
16. Guardone A., Vigevano L. Roe Linearization for the van der Waals Gas. In *Journal of Computational Physics* 175, pp. 50–78 (2002). DOI:10.1006/jcph.2001.6915.
17. Argrow B.M. Computational analysis of dense gas shock tube flow. In *Shock Waves*. 1996. Vol. 6. Pp. 241-248.

\*\*\*

### Numerical Modeling of the Real Van Der Waals Gas Flow in the Shock Tube

V. A. Tenenev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

M. R. Koroleva, PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, UdmFIC UB of RAS, Izhevsk, Russia

*Mathematical modeling of the real gas flow in the shock tube is carried out in the present paper. The Godunov method with the van der Waals equation of state is used to solve the problem numerically. Gas dynamic processes are studied either in the classical region or in the nonclassical region where the fundamental derivative is negative.*

*The performed calculations are in good agreement with the numerical and theoretical results. It was shown for three problems – two shock waves, two expansion waves, the shock wave and expansion wave at the same time.*

*The substance with a high specific heat with respect to its molecular mass near the critical point of the saturation curve is studied. We considered three cases of gas initial states. In the process of the flow evolution, nonclassical regions of the real gas behavior were formed. For all cases the shock wave is formed and extended to the low pressure side, and the rarefaction waves are extended to the high pressure side. It is shown, that the shock wave is smoothened in the nonclassical region, and expansion waves are forming the expanding shock wave when the wave steepness is increased.*

**Keywords:** Riemann problem, real gas, critical point, van der Waals equation of state, Godunov method.

Получено: 11.03.2021



УДК 621.7.044.2

DOI: 10.22213/2410-9304-2021-2-104-113

## Интегрированная оценка критичности основного энергоносителя в штамповке взрывом крупногабаритных деталей ракеты

*В. Ф. Уразбахтин*, Воткинский филиал ИЖГТУ имени М. Т. Калашникова, Воткинск, Россия

*Ф. А. Уразбахтин*, доктор технических наук, профессор,

Воткинский филиал ИЖГТУ имени М. Т. Калашникова, Воткинск, Россия

*К взрывчатым веществам промышленного назначения (ВВ ПН) предъявляются специальные требования, жесткое соблюдение которых обеспечивает расчетную работоспособность основного энергоносителя процесса штамповки взрывом.*

*В этих условиях неизменно возникают критичности. В состоянии критичности в ВВ ПН происходят изменения параметров, которые приводят к нерасчетному процессу штамповки взрывом и некачественному изготовлению крупногабаритных деталей ракеты сложной конфигурации. Например, критичность, связанная со снижением детонационных свойств взрывчатого вещества, приводит к существенному изменению параметров ударной волны, и размеры деформированных заготовок с двойной кривизной в этом случае изменить обычными технологическими методами не представляется возможным.*

*Изменения параметров ВВ ПН должны находиться в пределах, при которых не возникают предельные (неработоспособные) состояния ни по одному показателю критичности.*

*В статье рассматривается возможность количественной оценки критичности, возникающей при переходе взрывчатого вещества от рабочего в неработоспособное состояние. Каждая оценка критичности проводится по характеристикам, принимаемым за интенсивность проявления отдельного свойства рассматриваемого ВВ ПН. В данной математической многофакторной модели состояние объекта оценивается 12 показателями критичности.*

*Вычисленная с помощью математической модели интегрированная оценка позволяет определить состояние взрывчатого вещества при хранении и в ходе проведения штамповки взрывом крупногабаритной детали ракеты. Значение этой оценки указывает степень близости наступления неработоспособного состояния.*

**Ключевые слова:** сложная система, взрывчатые вещества промышленного назначения, интенсивность проявления свойства, состояния, параметры, показатели критичности.

### Актуальность исследования

В конструкциях многоступенчатых ракет используются крупногабаритные детали сложной формы, изготовленные из алюминиевых, жаростойких, нержавеющей и титановых сплавов. Создание таких деталей затруднено из-за сложности формы (например, днища баков жидкостных ракет имеют двоякую кривизну) и затруднений механической обработки. Большие габаритные размеры этих деталей и необходимость полного выполнения технических требований приводят к необходимости использования специального технологического оборудования и оснастки.

Наиболее подходящий с экономической точки зрения метод изготовления таких крупногабаритных деталей основан на обработке давлением, например, с помощью листовой штамповки.

Изготовление таких деталей ракет усложнено в силу действия следующих отрицательных факторов:

– процесс происходит на предприятиях опытного или единичного производства, отличающийся существенными экономическими затратами;

– при формообразовании крупногабаритных деталей штамповкой многократно возрастают необходимые усилия, которые должны создавать прессовое оборудование. В то же время на существующем оборудовании возможности создания таких усилий отсутствуют.

Преодоление этих факторов стандартными методами связано со значительным повышением себестоимости изготовления этих деталей. Необходимость обеспечения приемлемой точности при их изготовлении еще более ее увеличивает.

Рациональное изготовление крупногабаритных, высокоточных деталей ракетной техники достигается при применении высокоэнергетических процессов штамповки. Использование для формообразования деталей ракет энергии взрывчатых веществ промышленного назначе-

ния (ВВ ПН) позволяет небольшими партиями создавать крупногабаритные детали сложной конфигурации из высокопрочных и труднообрабатываемых материалов с низкими технологическими свойствами [1].

Штамповка взрывом позволяет получить крупногабаритные детали с помощью давления ударной волны, создаваемой в процессе быстротекущего химического превращения ВВ ПН. В этом методе ВВ ПН является *основным энергонесущим элементом* процесса штамповки. От его состояния и свойств зависит качество изготовления деталей ракет. В этом случае возникает задача построения математической модели интегрированной оценки состояния ВВ ПН для проведения технологической операции штамповки взрывом, решение которой и является *целью данной работы*.

#### Теоретические положения

ВВ ПН являются смесью химических элементов, которые под действием внешних возмущений осуществляют кратковременное выделение энергии, с помощью которой совершается механическая работа [2].

Считаем ВВ ПН сложной системой, которая проявляет свойства (особенности) за счет предварительного накопленного энергозапаса [3]. Обоснованность такого допущения подтверждается наличием в системе свойств [4, 5]: *целостности*, заключающейся в присутствии взаимодействующих химических элементов в ВВ ПН; *связности*, предполагающей наличие интегративных свойств в системе, образованных из особенностей составных элементов; *организованности*, состоящей в наличии механизма преобразования одного в другой вид собственной энергии (энергозапаса), и *интегративности*, согласно которой отсутствуют свойства у элементов, не определяющих интегративные свойства всей системы.

Интегративные свойства в выбранной сложной системе – ВВ ПН  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_{12}\}$  имеют различный физический характер. В данной работе интерес представляют следующие свойства [6–11].

1. *Детонация* ( $S_1$ ) – это способность ВВ ПН распространяться в ходе своего взрывчатого превращения, создавая фронт ударной волны, который двигается внутри ВВ ПН с максимально возможной и постоянной скоростью. Движение этой волны достигается за счет выполнения работы, совершаемой продуктами быстротекущей химической реакции в зоне превращения ВВ ПН.

2. *Бризантность* ( $S_2$ ) – это способность ВВ ПН к местному дроблению и деформированию материала заготовки с помощью действия ударной волны, создаваемой продуктами взрыва. В результате возникшего удара продуктов детонации на окружающую среду создается местное силовое поле.

3. *Чувствительностью* ( $S_3$ ) считается способность ВВ ПН к взрывным превращениям под воздействием начального импульса. ВВ ПН, обладающие таким свойством, создают опасность использования при штамповке взрывом. Наиболее существенными являются температурный и ударный импульсы.

4. Способность осуществлять взрывчатое превращение происходит в результате окислительной реакции химических элементов, входящих в состав ВВ ПН. «Окислительная» способность ВВ ПН непосредственно связана с количеством кислорода ( $S_4$ ).

5. ВВ ПН является объективной реальностью в виде материала, который занимает в окружающем мире определенный объем и обладает конечной массой. Способность *существования* ВВ ПН в виде материала характерна для рассматриваемой сложной системы ( $S_5$ ). Только при наличии этой реальности происходит детонационный процесс и создается мощность в виде и количестве, необходимом для выполнения взрывной штамповки.

6. *Теплотворность* ( $S_6$ ) характерна для ВВ ПН как свойство, связанное с образованием тепловой энергии в ходе взрывчатого превращения. Передача этой энергии в окружающую среду происходит с помощью газообразных продуктов сгорания.

7. ВВ ПН как система обладает термодинамическими свойствами, отражением которых является проявление способности *накапливать тепло* ( $S_7$ ). Эти свойства проявляются в виде теплового движения молекул газообразных продуктов сгорания ВВ ПН.

8. ВВ ПН при взрыве создает *детонационные (ударные) волны* ( $S_8$ ), движение которых происходит за счет скачкообразного изменения давления. Появление этих волн порождено самораспространяющимися химическими превращениями. Движение газообразных продуктов горения в виде скачков давления начинается от места взрыва.

9. *Работоспособность* ( $S_9$ ) отражает возможность ВВ ПН совершать механическую работу газообразными продуктами химического