

УДК 531.383

DOI: 10.22213/2410-9304-2022-1-29-42

## Исследование алгоритмов идентификации волновых параметров в твердотельных волновых гироскопах без настройки вычислений на периодичность сигналов

*Р. И. Мингазов*, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*К. В. Шишаков*, доктор технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*Для повышения эффективности производственных операций диагностики, настройки и контроля при изготовлении интегрирующих твердотельных волновых гироскопов рассмотрены алгоритмы повышения точности идентификации волновых параметров из измерительных сигналов без их дополнительной настройки на периодичность сигналов.*

*В первом алгоритме для обработки результатов измерений введен виртуальный переход к подвижным осям стоячих волн без учета влияния квадратурной стоячей волны. Характеризуется наименьшей потенциальной точностью, однако удобен для формирования начальных приближений в задачах уточняющей оптимизации функционалов идентификации в остальных алгоритмах. Второй алгоритм основан на непосредственной пятипараметрической численной минимизации функционала ошибки методом сопряженного градиента. Чтобы избежать локальных экстремумов, его рекомендуется применять в роли уточняющего. При этом начальные точки поиска вычисляются другими алгоритмами и поэтому выбираются вблизи экстремума. Данный алгоритм позволяет проводить идентификацию на наиболее коротких временных интервалах, что может потребоваться при измерениях высоких угловых скоростей. В третьем алгоритме улучшена вычислительная обусловленность на коротких интервалах идентификации для работы при повышенном уровне шумов измерений. В четвертом алгоритме обработка результатов измерений производится с использованием численных процедур цифровой демодуляции в условиях шумов.*

*Сравнение точности алгоритмов идентификации выполнено методами имитационного моделирования для теоретически задаваемых исходных сигналов. Это позволило непосредственно сравнить исходные и идентифицированные характеристики волновых процессов: амплитуды основной и квадратурной стоячих волн, угол нахождения основной стоячей волны и ее частоту. Для рассмотренных четырех алгоритмов приведены результаты моделирования при отсутствии и наличии шумов в измерительных сигналах. В первом случае проанализированы графики ошибок идентификации в зависимости от длины интервала при фиксированной и переменной пропорции частот цифровой дискретизации и колебаний резонатора. Во втором случае – среднеквадратические ошибки идентификации в зависимости от уровня шума в измерительных сигналах (до 20 процентов от основной амплитуды колебаний).*

*Полученные результаты показали в сравнении преимущества и недостатки соответствующих алгоритмов, что важно для их практической настройки при работе с реальными образцами гироскопов.*

**Ключевые слова:** твердотельный волновой гироскоп, резонансные колебания, волновая картина, идентификация, методики, измерения, вычислительный алгоритм.

### Введение

Повышение точности измерительных сигналов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов (ТВГ) на практике связано с углубленной проработкой множества тонких технологических [1–3] и алгоритмических [4–6] факторов. При этом диагностика этих факторов не теряет свою актуальность в современном высокоточном производстве ТВГ [7–9]. Также важны задачи высококачественной настройки измерителей внутренних сигналов и алгоритмов их обработки для внутренних контуров управления волновыми процессами в интегрирующих гироскопах [10–12].

Одним из первых этапов повышения эффективности производственных операций диагностики, настройки и контроля при изготовлении ТВГ является повышение точности идентификации волновых параметров во внутренних измерительных сигналах интегрирующего гироскопа [13–15]. Проработке этих вопросов были посвящены более ранние статьи авторов в этом журнале («Интеллектуальные системы в производстве»): «Методики исследования свободного выбега стоячих волн в твердотельном волновом гироскопе» (2020, № 3); «Имитационное моделирование точности идентификации характеристик твердотельного волнового гироскопа с настройкой вычислительных алгоритмов на пе-

риодичность сигналов» (2021, № 3) и «Алгоритмы обработки измерительных сигналов в интегрирующем твердотельном волновом гироскопе» (2021, № 4).

Данная статья является продолжением перечисленных статей, развивая приведенные в них вычислительные алгоритмы на более общий случай произвольных длин интервалов идентификации волновых характеристик гироскопов. Заметим, что снятие в алгоритмах специальных ограничений на выбор длины интервала идентификации важно на практике, особенно для малых времен замороженности идентифицируемых волновых параметров. Особенно это относится к применению рассматриваемых ниже алгоритмов в задачах повышения точности измерения сигналов ТВГ при его рабочей эксплуатации. Так, при использовании идентифицируемых волновых характеристик во внутренних контурах обратных связей настройки внутренних систем управления гироскопов интервалы идентификации может потребоваться уменьшить до нецелых нескольких периодов колебаний резонатора (с учетом необходимости уменьшения шумов измерений).

#### Математическая постановка задачи идентификации

Исследование точности алгоритмов идентификации выполним методами имитационного моделирования. Подробности обоснования и вывода используемых ниже формул можно найти в ранее отмеченных статьях авторов в этом журнале («Интеллектуальные системы в производстве»: 2020, №3; 2021, № 3; 2021, № 4), а общую характеристику волновых процессов – в работе [16].

Идентифицируемыми характеристиками выберем волновые параметры, извлекаемые из измеряемой емкостными датчиками функции  $W(\theta, t)$  деформации кромки полусферического резонатора. Это амплитуда  $a_A$  основной (рабочей) стоячей волны, амплитуда  $a_B$  квадратурной стоячей волны, угол расположения основной стоячей волны  $\theta_A$  (относительно осей измерительного устройства), начальная фаза  $\alpha$  и текущая частота  $\omega$ :

$$W(\theta, t) = A(t) \cdot \cos 2(\theta - \theta_A(t)) + B(t) \cdot \sin 2(\theta - \theta_A(t)); \quad (1)$$

$$A(t) = a_A(t) \cdot \cos [\omega(t) \cdot t - \alpha(t)],$$

$$B(t) = a_B(t) \cdot \sin [\omega(t) \cdot t - \alpha(t)].$$

Здесь и везде далее принимаем  $a_A(t) > 0$ , а знак  $a_B$  условно будем считать произвольным:  $a_B(t) := \pm a_B(t)$  (чтобы не усложнять формулы,

вводя скачок фазы на  $\pi$  для другого знака квадратуры  $B(t)$ ).

Общее время наблюдения за волновыми процессами разделяется на относительно короткие интервалы «замороженности» параметров, внутри которых восстанавливаемые величины  $\{a_A, a_B, \theta_A, \omega, \alpha\}$  можно считать условно постоянными. При этом анализ на таких интервалах с точки зрения вычислительного алгоритма удобнее проводить независимо.

Из-за того что задачи дискретной идентификации будут решаться независимо, временную координату  $t$  можно выбирать локальной. А так как не вводятся специальные требования на выбор начального временного отсчета для каждого интервала идентификации, поэтому фаза станет некоторой вспомогательной функцией сквозного времени  $\alpha(t)$ . Так как начальная фаза  $\alpha$  явной информации о волновом процессе не несет, поэтому в результатах исследования ее приводить не будем.

Исходными измеряемыми величинами являются сигналы  $S_C(t)$  и  $S_D(t)$  емкостного устройства в измерительных осях гироскопа:

$$S_C(t) = C(t) + \varepsilon_C(t), S_D(t) = D(t) + \varepsilon_D(t); \quad (2)$$

$$C(t) = A(t) \cos 2\theta_A(t) - B(t) \sin 2\theta_A(t) = \\ = a_C(t) \cos [\omega(t) \cdot t - \varphi_C(t)], \quad (3)$$

$$D(t) = A(t) \sin 2\theta_A(t) + B(t) \cos 2\theta_A(t) = \\ = a_D(t) \cos [\omega(t) \cdot t - \varphi_D(t)],$$

где  $\varepsilon_C$  и  $\varepsilon_D$  – шумы измерений;  $a_C(t)$ ,  $a_D(t)$  и  $\varphi_C(t)$ ,  $\varphi_D(t)$  – соответственно медленно изменяющиеся (по сравнению с частотой  $\omega$ ) амплитуды и фазы внутренних измерительных сигналов; очень слабая зависимость частоты  $\omega(t)$  от времени появляется при остаточной разночастотности резонатора.

При этом будем считать, что данные сигналы (2), (3) уже являются результатом некоторой предварительной обработки физически измеряемых сигналов, которая включает их центрирование и начальную фильтрацию аналоговыми и цифровыми фильтрами низких частот.

Для удобства и упрощения последующих формул, по аналогии со снятием ограничений на знак  $a_B(t) := \pm a_B(t)$ , в выражениях (3) будем условно принимать произвольные знаки и амплитуд  $a_C := \pm a_C$ ,  $a_D := \pm a_D$ .

В то же время везде принимаем  $a_A > 0$ , так как это физически понятное требование задает в соответствии с (1) начальную фазу  $\alpha$ . Нахождение же других амплитуд  $a_B$ ,  $a_C$ ,  $a_D$  для удоб-

ства часто будем заменять идентификацией их квадратов:  $a_B^2, a_C^2, a_D^2$ , то есть вычислять с точностью до знака. При этом обычно имеет место:  $\varphi_C, \varphi_D \rightarrow \alpha$ .

В конце, на этапе интерпретации полученных результатов, несложно будет уточнить знаки указанных амплитуд и полупериоды расположения фаз из проверки соответствий:

$$\begin{aligned} S_C(t) &\approx a_C \cos [\omega \cdot t - \varphi_C], \\ S_D(t) &\approx a_D \cos [\omega \cdot t - \varphi_D]; \\ S_A(t) &= S_C(t) \cos 2\theta_A + S_D(t) \sin 2\theta_A \approx a_A \cos [\omega \cdot t - \alpha], \\ S_B(t) &= -S_C(t) \sin 2\theta_A + S_D(t) \cos 2\theta_A \approx \\ &\approx a_B \sin [\omega \cdot t - \alpha]. \end{aligned} \quad (4)$$

Так, если для какой либо из фаз  $\varphi_C, \varphi_D$  сигналов  $S_C, S_D$  получится отрицательная амплитуда, тогда к соответствующей фазе надо будет добавить  $\pi$  и поменять знак амплитуды на положительный. То же самое относится и к сигналу  $S_B$ .

Основным критерием точности идентификации примем усредненный по ансамблю измерений функционал ошибки измерительных сигналов с учетом внутренних структур зависимостей (1)–(3):

$$J = \langle \{ [S_C(t) - C(t)]^2 + [S_D(t) - D(t)]^2 \} \rangle \Rightarrow \min, \quad (5)$$

где угловыми скобками здесь и далее обозначается усреднение по дискретному времени измерительного устройства:  $\langle f \rangle \equiv \sum_i^m f / m$ .

Проведем сравнение точности разных методик идентификации волновых характеристик для теоретически задаваемых исходных сигналов на достаточно коротких интервалах, когда их параметры  $\{a_A, a_B, \theta_A, \omega, \alpha\}$  можно считать постоянными величинами:

$$\begin{aligned} A(t) &= a_A \cos [\omega \cdot t - \alpha], B(t) = \\ &= a_B \sin [\omega \cdot t - \alpha]. \end{aligned} \quad (6)$$

Среди исследуемых на точность методик идентификации выберем следующие. В первой методике для обработки результатов измерений введем виртуальный переход к подвижным осям стоячих волн. Она характеризуется наименьшей потенциальной точностью, но может быть востребована для формирования начальных приближений в задачах уточняющей оптимизации нелинейных функционалов идентификации в алгоритмически более сложных методиках, включая следующую. Вторая методика основана на непосредственной пятипараметрической численной минимизации функционала ошибки методом сопряженного градиента. Чтобы избе-

жать локальных экстремумов нелинейного функционала, ее рекомендуется применять в роли уточняющей. При этом начальные точки поиска вычисляются другими методиками и поэтому выбираются вблизи экстремума. Данная методика позволяет проводить идентификацию на наиболее коротких временных интервалах. В третьей методике попробуем улучшить обусловленность алгоритма на коротких интервалах идентификации при работе с повышенным уровнем шумов измерений. В четвертой методике обработку результатов измерений выполним с использованием численных процедур цифровой демодуляции.

В качестве вычислительной основы этих четырех методик выбраны рассматриваемые ниже алгоритмы.

При этом будем считать, что начальная оценка  $\omega_0$  частоты  $\omega$  известна:  $\omega_0 \approx \omega$ . На практике ее можно измерить на специальном стендах или рассчитать с помощью БПФ для оцифрованного сигнала на всем интервале времени наблюдения. Кроме этого, выполнить оценку частоты  $\omega_0 \approx 2\pi / T$  можно и через решение задачи минимизации на одном периоде:

$$\begin{aligned} \Sigma \{ [S_C(t) - S_C(t - T)]^2 + [S_D(t) - S_D(t - T)]^2 \} \Rightarrow \\ \Rightarrow \min(T). \end{aligned} \quad (7)$$

Еще один метод связан с интегрированием гармонического сигнала следующего общего вида:

$$\begin{aligned} S(t) &= a \cdot \cos(\omega t - \varphi); S_1(t) = \\ &= \int S(t) dt = (a / \omega) \cdot \sin(\omega t - \varphi) \Rightarrow \\ &\Rightarrow S_1(t) / S(t) = (a / \omega) \cdot \operatorname{tg}(\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь по частоте появления «стробов» (разрывов) такой функции можно сделать оценку частоты  $\omega_0$ , а по их сдвигу – оценку фазы  $\varphi$ .

Поэтому в приводимых ниже алгоритмах будут рассмотрены возможности только уточнения этой начальной оценки  $\omega_0$ . Это может оказаться важным также при измерении слабых изменений частоты  $\omega(t)$  в пределах остаточной разночастотности или из-за изменения внутренних эксплуатационных условий (при изменении температуры и т. п.).

#### Алгоритм 1. Алгоритм обработки результатов измерений с переходом к подвижным осям стоячих волн (А, В)

Здесь сначала вычисляется угол  $\theta_A$  из условия, что вклад квадратурной волны пренебрежимо мал:  $a_B/a_A \rightarrow 0$ . Тогда из формул (2), (3) получаем:

$$\operatorname{tg} 2\theta_A \approx \langle S_D / S_C \rangle. \quad (9)$$

Заметим, что для повышения точности (9) рекомендуется по возможности исключать из усреднения точки дискретизации с малыми значениями  $S_C$  (сравнимыми с уровнями шумов).

Далее по известному углу  $\theta_A$  с помощью формул (4) пересчитываются измерительные сигналы:  $(S_C, S_D) \rightarrow (S_A, S_B)$ .

После этого можно попробовать решить задачу идентификации по единому критерию – через минимизацию функционала ошибки  $J$  в стоячих волнах по  $a_A, a_B$ :

$$J = \langle [S_A - a_A \cos(\omega t - \alpha)]^2 + [S_B - a_B \sin(\omega t - \alpha)]^2 \rangle; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \partial J / \partial a_A = 0 &\Rightarrow a_A = \langle S_A(t) \cdot \cos(\omega t - \alpha) \rangle / \\ & / \langle \cos^2(\omega t - \alpha) \rangle = 2 [AC \cos \alpha + AS \sin \alpha] / \\ & / [1 + \langle \cos 2\omega t \rangle \cos 2\alpha + \langle \sin 2\omega t \rangle \sin 2\alpha]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial J / \partial a_B = 0 &\Rightarrow a_B = \\ & = \langle S_B(t) \cdot \sin(\omega t - \alpha) \rangle / \langle \sin^2(\omega t - \alpha) \rangle = \\ & = 2 [BS \cos \alpha - BC \sin \alpha] / \\ & / [1 - \langle \cos 2\omega t \rangle \cos 2\alpha - \langle \sin 2\omega t \rangle \sin 2\alpha], \quad (11) \end{aligned}$$

где обозначены:  $AS \equiv \langle S_A(t) \cdot \sin \omega t \rangle$ ,  
 $AC \equiv \langle S_A(t) \cdot \cos \omega t \rangle$ ;  $BS \equiv \langle S_B(t) \cdot \sin \omega t \rangle$ ,  
 $BC \equiv \langle S_B(t) \cdot \cos \omega t \rangle$ .

Аналогично минимизируется функционал (10) и по начальной фазе  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \partial J / \partial \alpha = 0 &\Rightarrow (a_A^2 - a_B^2) \langle \sin 2(\omega t - \alpha) \rangle = \\ & = 2a_A \langle S_A(t) \cdot \sin(\omega t - \alpha) \rangle - \\ & - 2a_B \langle S_B(t) \cdot \cos(\omega t - \alpha) \rangle \Rightarrow \\ & \Rightarrow 2a_A [AS \cos \alpha - AC \sin \alpha] - \\ & - 2a_B [BC \cos \alpha + BS \sin \alpha] - (a_A^2 - a_B^2) \times \\ & \times [\langle \sin 2\omega t \rangle \cos 2\alpha - \langle \cos 2\omega t \rangle \sin 2\alpha] \rightarrow 0. \quad (12) \end{aligned}$$

Заметим, что из-за своей нелинейности решение (12) наиболее просто находить численно, например обычным перебором.

Однако на практике такой алгоритм (11), (12) показал не очень хорошие результаты. Это можно объяснить сильно отличающимся весом первого и второго слагаемых в (10) (до двух порядков).

Для улучшения его вычислительной обусловленности ввели отдельную минимизацию сильно отличающихся по весу компонентов функционала (10), допуская понижение точности расчета фазы  $\alpha$ :

$$J_A = \langle [S_A - ac \cdot \cos \omega t - as \cdot \sin \omega t]^2 \rangle \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min(ac, as), \quad (13)$$

$$J_B = \langle [S_B - bc \cdot \sin \omega t - bs \cdot \cos \omega t]^2 \rangle \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min(bc, bs),$$

где  $ac = a_A \cos \alpha$ ,  $as = a_A \sin \alpha$ ,  $bc = a_B \cos \alpha$ ,  
 $bs = -a_B \sin \alpha$ .

Находя производные от (13) по соответствующим параметрам и приравнивая их нулю, получаем две системы по два уравнения:

$$\begin{aligned} AC &= ac \cdot \langle \cos^2 \omega t \rangle + as \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2, \\ AS &= ac \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2 + as \cdot \langle \sin^2 \omega t \rangle; \quad (14) \end{aligned}$$

$$BC = bc \cdot \langle \sin^2 \omega t \rangle + bs \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2,$$

$$BS = bc \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2 + bs \cdot \langle \cos^2 \omega t \rangle.$$

После их решения вычисляем:

$$a_A^2 = ac^2 + as^2, \quad a_B^2 = bc^2 + bs^2; \quad \operatorname{tg} \alpha = as / ac, \quad (15)$$

где для расчета фазы  $\alpha$  взят только первый функционал в (13), вносящий наибольший вклад в полный функционал (10).

Далее при необходимости можно выполнить уточнение частоты  $\omega_0$  через внешнюю минимизацию функционала (10), например, простым перебором  $\omega$  с шагом 1 Гц в малой окрестности.

Так как в расчетах данный вариант показал лучшие результаты по сравнению с предыдущим вариантом, поэтому в дальнейшем будем использовать только его.

#### Алгоритм 2. Применение метода сопряженного градиента для одновременной численной пятипараметрической идентификации

Здесь сначала детализируем функционал (5) с учетом (3), (6):

$$\begin{aligned} J = \langle \{ [S_C(t) - (a_A \cos t \cos 2\theta_A - a_B \sin t \sin 2\theta_A)]^2 + \\ + [S_D(t) - (a_A \cos t \sin 2\theta_A + a_B \sin t \cos 2\theta_A)]^2 \} \rangle; \quad (16) \end{aligned}$$

$$\tau \equiv \omega t - \alpha.$$

Далее задача минимизации функционала (16) ошибки выполняется численно сразу по всем пяти параметрам  $\{a_A, a_B, \theta_A, \alpha, \omega\}$  выбранным стандартным градиентным методом.

Заметим, что на практике в общем случае для нелинейного функционала (16) могут проявиться локальные экстремумы. Поэтому, чтобы исключить «застревание» поискового градиентного алгоритма оптимизации на одном из таких локальных экстремумов (для неправильно выбранных начальных условий), требуется его комбинирование с другими рассматриваемыми в статье алгоритмами. Последние, во-первых,

помогут расположить начальную точку поиска в малой окрестности глобального экстремума. Во-вторых, они нужны, чтобы отличить глобальный и локальный экстремумы.

В итоге данный алгоритм наиболее рационально применять как уточняющий, например, результаты предыдущего алгоритма. А также требуется дополнительная осторожность при его использовании с сильно зашумленными измерительными сигналами.

**Алгоритм 3. Повышение помехоустойчивости вычислительного алгоритма на небольших интервалах идентификации**

По сравнению с предыдущим алгоритмом здесь попробуем улучшить обусловленность вычислительной схемы, что может оказаться важным при значительных шумах измерений.

Для этого задачу идентификации будем решать в два этапа. На первом этапе восстановим характеристики измерительных сигналов. С учетом (3), (5) на временном интервале  $T$  решим задачу минимизации функционала ошибки:

$$J = \langle \{ [S_C(t) - a_C \cos(\omega t - \varphi_C)]^2 + [S_D(t) - a_D \cos(\omega t - \varphi_D)]^2 \} \rangle. \quad (17)$$

Здесь тоже возможны два варианта построения вычислительного алгоритма идентификации.

В первом варианте можно попробовать минимизировать (17) непосредственно. Для этого вычисляем по отдельности для каждого канала ( $C, D$ ):

$$\partial J / \partial a_{C,D} = 0 \Rightarrow a_{C,D} = \langle S_{C,D}(t) \cdot \cos(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle / \langle \cos^2(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle; \quad (18)$$

$$\partial J / \partial \varphi_{C,D} = 0 \Rightarrow a_{C,D} = 2 \langle S_{C,D}(t) \cdot \sin(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle / \langle \sin 2(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle. \quad (19)$$

После соответствующих делений (19) на (18) получим:

$$2 \langle S_{C,D}(t) \cdot \sin(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle / \langle S_{C,D}(t) \cdot \cos(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle = \langle \sin 2(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle / \langle \cos^2(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle. \quad (20)$$

В итоге задача минимизации  $J \Rightarrow \min(\omega, \varphi_C, \varphi_D, a_C, a_D)$  может быть решена в следующей последовательности. В некоторой области вокруг  $\omega_0$  выполняется перебор частот  $\omega$  с малым шагом. И для каждого значения частоты вычисляются фазы  $\varphi_C, \varphi_D$  из решения нелинейных уравнений (20):

$$\langle S_{C,D}(t) \cdot \sin(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle \cdot (1 + \langle \cos 2(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle) = \langle S_{C,D}(t) \cdot \cos(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle \cdot \langle \sin 2(\omega t - \varphi_{C,D}) \rangle.$$

Последние для упрощения вычислений удобно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} & (CS \cdot \cos \varphi_C - CC \cdot \sin \varphi_C) \times \\ & \times (1 + C2 \cdot \cos 2\varphi_C + S2 \cdot \sin 2\varphi_C) = \\ & = (CC \cdot \cos \varphi_C + CS \cdot \sin \varphi_C) \times \\ & \times (S2 \cdot \cos 2\varphi_C - C2 \cdot \sin 2\varphi_C), \quad (21) \\ & (DS \cdot \cos \varphi_D - DC \cdot \sin \varphi_D) \times \\ & \times (1 + C2 \cdot \cos 2\varphi_D + S2 \cdot \sin 2\varphi_D) = \\ & = (DC \cdot \cos \varphi_D + DS \cdot \sin \varphi_D) \times \\ & \times (S2 \cdot \cos 2\varphi_D - C2 \cdot \sin 2\varphi_D), \end{aligned}$$

где обозначены:  $C2 = \langle \cos 2\omega t \rangle, S2 = \langle \sin 2\omega t \rangle;$

$$CC = \langle S_C \cos \omega t \rangle, CS = \langle S_C \sin \omega t \rangle, DC = \langle S_D \cos \omega t \rangle, DS = \langle S_D \sin \omega t \rangle.$$

После нахождения из (20) фаз ( $\varphi_C, \varphi_D$ ) по формулам (17) вычисляются амплитуды  $a_C, a_D$ . Далее выполняется переход к следующему шагу по частоте до тех пор, пока не получим наименьшее значение критерия (16).

Однако на практике приведенный алгоритм (18)–(21) из-за излишней нелинейности показал не очень высокую точность. И поэтому он был заменен на следующий, лучше вычислительно обусловленный второй вариант алгоритма численной реализации.

Для этого по аналогии с (13) функционал (17) преобразуем к виду:

$$J = \langle [ S_C - cc \cdot \cos \omega t - cs \cdot \sin \omega t ]^2 + [ S_D - dc \cdot \cos \omega t - ds \cdot \sin \omega t ]^2 \rangle, \quad (22)$$

где  $cc = a_C \cos \varphi_C, cs = a_C \sin \varphi_C, dc = a_D \cos \varphi_D, ds = a_D \sin \varphi_D$ .

Находя производные от (22) по ( $cc, cs, dc, ds$ ) и приравнявая их нулю, получаем две системы по два уравнения:

$$\begin{aligned} CC &= cc \cdot \langle \cos^2 \omega t \rangle + cs \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2, \\ CS &= cc \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2 + cs \cdot \langle \sin^2 \omega t \rangle; \quad (23) \\ DC &= dc \cdot \langle \cos^2 \omega t \rangle + ds \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2, \\ DS &= dc \cdot \langle \sin 2\omega t \rangle / 2 + ds \cdot \langle \sin^2 \omega t \rangle. \end{aligned}$$

После решения (23) вычисляем:

$$\begin{aligned} a_C^2 &= cc^2 + cs^2, \operatorname{tg} \varphi_C = cs / cc, \\ a_D^2 &= dc^2 + ds^2, \operatorname{tg} \varphi_D = ds / dc. \quad (24) \end{aligned}$$

Таким образом, на первом этапе алгоритма для оценки частоты  $\omega_0$  по формулам (24) вычисляем параметры ( $a_C, \varphi_C; a_D, \varphi_D$ ) измерительных

сигналов. Далее выполняем перебор частот  $\omega$  с малым шагом в выбранной небольшой области, решая (24). Переходим к следующему шагу по частоте до тех пор, пока не получим наименьшее значение критерия (22).

Так как здесь выполняется поиск экстремума ошибок идентификации простым методом однопараметрического перебора по частоте, поэтому он не должен быть критичен к присутствию локальных экстремумов в условиях увеличенных шумов измерений.

На втором этапе алгоритма выполняется переход к волновым характеристикам с учетом обратных преобразований (3):

$$A(t) = C(t) \cos 2\theta_A + D(t) \sin 2\theta_A, \quad (25)$$

$$B(t) = -C(t) \sin 2\theta_A + D(t) \cos 2\theta_A.$$

Для этого по найденным на первом этапе алгоритма значениям ( $a_C$ ,  $a_D$ ,  $\varphi_C$ ,  $\varphi_D$ ) вычисляются:

$$\begin{aligned} E^2 &\equiv a_C^2 + a_D^2 + 2a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD}, \\ F^2 &\equiv a_C^2 + a_D^2 - 2a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD}; \\ a_A &= (E + F) / 2, \quad a_B = (E - F) / 2; \quad (26) \\ \operatorname{tg} 4\theta_A &= 2 a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} / (a_C^2 - a_D^2). \end{aligned}$$

Также можно расчет проводить по следующим, чуть менее точным формулам:

$$\begin{aligned} a_A &\approx [a_C^2 + a_D^2]^{1/2}, \\ a_B &= a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD} / a_A; \quad \operatorname{tg} 2\theta_A = a_C / a_D. \quad (27) \end{aligned}$$

Таким образом, основу данного алгоритма составляют выражения (23), (24) и (26) или (27). С помощью последних идентифицируются параметры  $\{a_A, a_B, \theta_A\}$ . Параллельно с помощью (24) оцениваются фазы:  $\varphi_C \approx \alpha$ ;  $\varphi_D \approx \alpha$ . При необходимости также можно выполнить уточнение частоты через внешнюю минимизацию функционала (22) по  $\omega$  с малым шагом, например, не более 1 Гц.

#### Алгоритм 4. Алгоритм обработки результатов измерений с использованием численных процедур цифровой демодуляции

Рассмотрим данный алгоритм на примере обобщенного представления сигнала  $S(t)$  с амплитудой  $a$  и фазой  $\varphi$ :

$$S(t) = a \cdot \cos(\omega t - \varphi). \quad (28)$$

В этой роли могут выступать измерительные сигналы ( $S_C$ ,  $S_D$ ) или выделяемый сигнал  $S_A$  рабочей стоячей волны:

$$S_C(t) \approx a_C \cos[\omega_C t - \varphi_C], \quad S_D(t) \approx a_D \cos[\omega_D t - \varphi_D];$$

$$S_A(t) \approx a_A \cos[\omega t - \alpha].$$

Смешаем (28) с гармоническими сигналами  $\cos \omega_C t$  и  $\sin \omega_C t$ , а результаты пропустим через цифровые фильтры низких частот (ФНЧ):

$$\text{ФНЧ} \{2S(t) \cdot \cos(\omega_C t)\} \equiv I(t) = a \cdot \cos(\Delta\omega t - \varphi), \quad (29)$$

$$\text{ФНЧ} \{2S(t) \cdot \sin(\omega_C t)\} \equiv Q(t) = -a \cdot \sin(\Delta\omega t - \varphi),$$

где  $\omega_C = \omega_0 + \Delta\omega_C$ ,  $\Delta\omega \equiv \omega - \omega_C \rightarrow 0$ .

Отсюда сразу вычисляется квадрат амплитуды сигнала:  $a^2 = I^2 + Q^2$ .

Далее подбираем такое значение  $\Delta\omega_C$ , при котором функции (29) будут почти постоянными (не будут изменяться во времени). Это можно выполнить простым перебором или градиентным методом через минимизацию критерия средней квадратичной ошибки отклонения функций (29) от своих средних значений на выбранном временном интервале.

В качестве критерия для выбора  $\omega_C$  можно для каждого канала использовать следующее выражение:

$$\begin{aligned} &[\max(I(t)) - \min(I(t))] + \\ &+ [\max(Q(t)) - \min(Q(t))] \rightarrow 0, \quad (30) \end{aligned}$$

а также можно рассматривать каналы вместе, тем самым уменьшая влияние погрешностей измерения на вычисление частоты:

$$\begin{aligned} &[\max(I_C(t)) - \min(I_C(t))] + \\ &+ [\max(Q_C(t)) - \min(Q_C(t))] + \\ &+ [\max(I_D(t)) - \min(I_D(t))] + \\ &+ [\max(Q_D(t)) - \min(Q_D(t))] \rightarrow 0. \quad (31) \end{aligned}$$

Отсюда получим частоту  $\omega \approx \omega_0 + \Delta\omega_C$  и фазу:

$$\operatorname{tg} \varphi \approx Q / I, \quad a^2 = I^2 + Q^2, \quad (32)$$

где в качестве  $Q$  и  $I$  выбираются средние за отрезок идентификации значения.

Выбирая в качестве  $S(t)$  сигналы ( $S_C$ ,  $S_D$ ), последовательно вычислим параметры ( $a_C$ ,  $\omega_C$ ,  $\varphi_C$ ) и ( $a_D$ ,  $\omega_D$ ,  $\varphi_D$ ).

После этого по формулам (26) или (27) трудно вычислить  $\{a_A, a_B, \theta_A\}$ . В них обычно имеет место  $\Delta\varphi_{CD} \approx 0$  для всех углов  $\theta_A$ , когда рабочая стоячая волна  $A$  находится вне измерительных осей ( $C$ ,  $D$ ). В последнем же случае будет измерена временная ортогональность стоячих волн и  $\Delta\varphi_{CD} \rightarrow \pm \pi/2$ .

При вычислении частоты  $\omega$  рабочей стоячей волны с использованием (30) рекомендуется принять взвешенное среднее:

$$\begin{aligned}\omega &\approx \omega_C \cdot \cos^2 2\theta_A + \omega_D \cdot \sin^2 2\theta_A, \\ \alpha &\approx \varphi_C \cdot \cos^2 2\theta_A + \varphi_D \cdot \sin^2 2\theta_A.\end{aligned}\quad (33)$$

Заметим, что можно предложить также другие варианты и модификации приведенных алгоритмов. Однако в данной статье ограничимся этими четырьмя описанными алгоритмами, исследование эффективности которых методами моделирования рассмотрим ниже.

#### Анализ полученных результатов

Проведем сравнение точности выбранных разных методик идентификации волновых характеристик для теоретически задаваемых исходных сигналов (1), преобразуемых в измерительные сигналы по формулам (2), (3). При этом ограничимся не слишком большими интервалами идентификации, когда значения искоемых параметров сигналов можно считать постоянными величинами.

В расчетах с учетом накопленного опыта для определенности задавались следующие исходные данные:  $a_A = 2$  (нормированная безразмерная величина),  $a_B = 0,1$  (нормированная безразмерная величина),  $\alpha = \pi / 6 = 0,5236$  рад,  $\omega / 2\pi = 5332$  Гц,  $2\theta_A = \pi / 6 = 60$  угл. град. При этом частота дискретизации (частота АЦП) принималась  $10^5$ , то есть примерно 19 точек на период колебаний резонатора.

При применении второй методики с функционалом (16) в качестве начального приближения использовались значения параметров, вычисленные по первой методике (13)–(15). Приведенные ниже на графиках результаты соответствуют десятому шагу метода сопряженных градиентов.

Во всех других алгоритмах при настройке частоты перебирались ее значения с шагом 1 Гц в диапазоне от 5200 до 5400 Гц.

При реализации четвертой методики в (29) был выбран фильтр Баттерворта второго порядка с частотой среза 1500 Гц. Показанные ниже на графиках результаты соответствуют окончанию переходного процесса после включения алгоритма.

Сначала было проведено сравнение по точности приведенных выше четырех алгоритмов для идеализированного случая – при отсутствии шумов измерений (когда в наибольшей мере проявляются свойства вычислительных алгоритмов и вносимые ими погрешности). На приведенных рис. 1, 2 показаны результаты сравне-

ния точных значений  $\{a_A, a_B, 2\theta_A, \omega\}$  (сплошные линии) и идентифицированных значений (пунктирные линии). Так как фаза  $\alpha$  везде выступала в роли вспомогательного параметра, она на графиках не представлена. Заметим также, что приведенные графики косвенно могут характеризовать задачи идентификации со специальным предварительным сглаживанием зашумленных сигналов измерительных устройств. В этих случаях в качестве сигналов (2) следует считать сглаженные сигналы (4), прошедшие через дополнительные фильтры низких частот (ФНЧ).

Результаты на рис. 1 соответствуют расчетам для разной длины интервалов идентификации при фиксированной частоте выдачи измерительных сигналов. При этом на периоде колебаний резонатора число точек дискретизации не изменялось – примерно 19 точек на период одного колебания резонатора. Графики приведены в зависимости от выбираемой длины интервала усредненной идентификации волновых параметров, которая соотносена с количеством периодов колебаний резонатора. На рис. 1,  $\delta$  отдельно показаны имеющие место в расчетах отклонения длины интервала идентификации от полного числа периодов колебаний резонатора.

Заметим, что идентификация по первым трем алгоритмам проводилась независимо для каждого интервала идентификации. В то же время в четвертом алгоритме для эффективной работы выбранного фильтра низких частот в (29) требуется использование достаточной предыстории измерительных сигналов. То есть здесь идентификация выполнялась также на выбранных временных интервалах, но в (29) использовались измерительные сигналы на всем предыдущем интервале времени.

Поэтому на первых четырех графиках рис. 1 видно, что ошибки четвертого метода выходят на свои наилучшие значения только после накопления семи периодов усреднения (идентификации) после старта алгоритма. При этом накапливается достаточное количество дискретных значений для эффективной работы выбранного фильтра низких частот в (29). Чтобы уменьшить этот период настройки алгоритма, можно повысить частоту среза в ФНЧ. Но в этом случае может потребоваться введение дополнительного усреднения для уменьшения влияния высокочастотной компоненты.

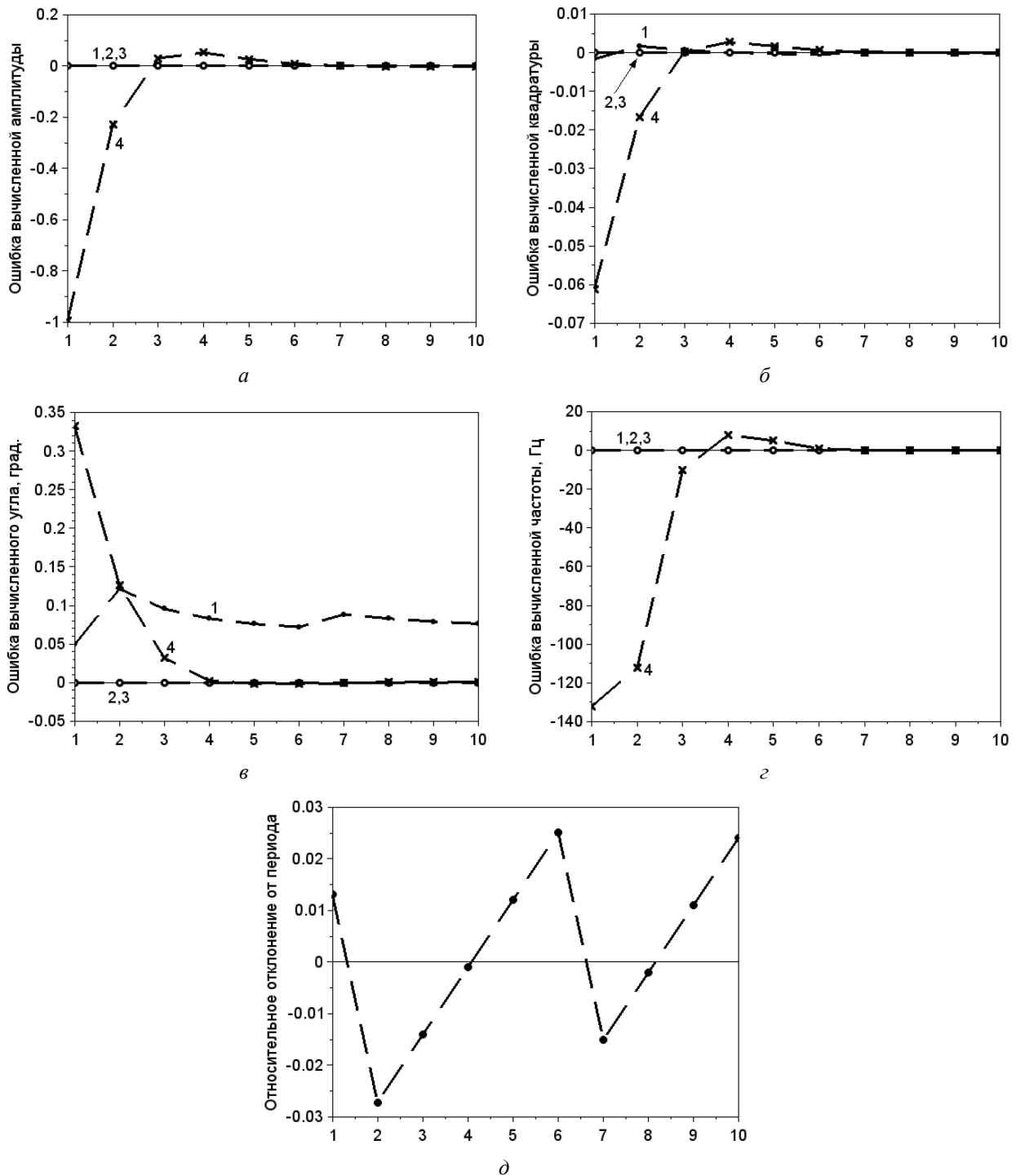


Рис. 1. Ошибки идентификации для алгоритмов с номерами 1–4 в зависимости от длины интервала в количествах периодов колебаний резонатора: а –  $a_A$ ; б –  $a_B$ ; в –  $2\theta_A$ ; г –  $\omega$ ; д – отклонение длины интервала идентификации от полного числа периодов колебаний резонатора

Fig. 1. Identification errors for algorithms with numbers 1–4 depending on the length of the interval in the number of resonator oscillation periods: а –  $a_A$ ; б –  $a_B$ ; в –  $2\theta_A$ ; г –  $\omega$ ; д – deviation of the length of the identification interval from the total number of resonator oscillation periods



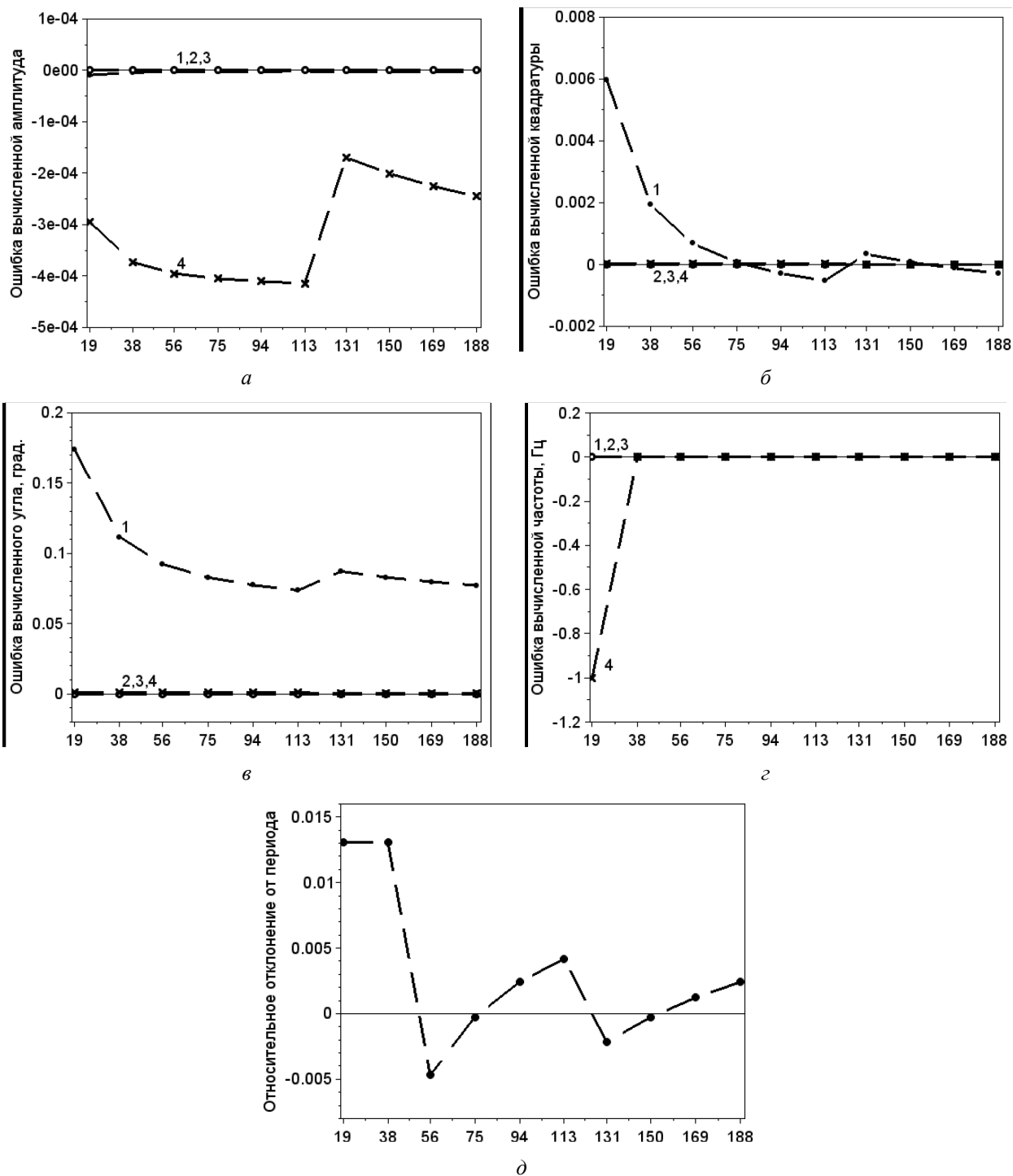


Рис. 2. Ошибки идентификации для алгоритмов с номерами 1–4 в зависимости от количества точек дискретизации на периоде: а –  $a_A$ ; б –  $a_B$ ; в –  $2\theta_A$ ; г –  $\omega$ ; д – отклонение длины интервала идентификации от одного периода колебаний резонатора

Fig. 2. Identification errors for algorithms with numbers 1–4 depending on the number of sampling points on the period: а –  $a_A$ ; б –  $a_B$ ; в –  $2\theta$ ; г –  $\omega$ ; д – deviation of the length of the identification interval from one period of resonator oscillation

Результаты на рис. 2 получены при разной частоте дискретизации на уменьшенной фиксированной длине интервалов идентификации – всего в одно колебание резонатора. На графиках показано, сколько точек дискретизации было выбрано на одном периоде колебаний резонатора (равном периоду идентификации). При этом частота дискретизации по сравнению с графиками рис. 1 возрастала примерно от одного до десяти раз. На рис. 2,  $d$  дополнительно приведены получившиеся в расчетах отклонения длины интервала идентификации от одного периода колебаний резонатора.

Так как применение четвертого алгоритма требует использования предыстории наблюдений для работы ФНЧ в (29), поэтому при его моделировании выбирался интервал наблюдения в десять колебаний резонатора. Однако сама идентификация волновых параметров проводилась только на одном последнем периоде (десятом периоде). При этом измерительные сигналы с предыдущих девяти периодов колебаний резонатора требовались в (29) только для эффективной работы фильтра.

Также заметим, что при работе четвертого алгоритма получился сдвиг нуля при идентификации амплитуды рабочей стоячей волны (рис. 2,  $a$ ). Это явилось следствием несогласованного выбора частоты среза ФНЧ в (29) с длиной интервала идентификации. Для уменьшения этой ошибки следует отдельно проанализировать условия согласованности частоты среза в выбираемых цифровых ФНЧ фильтрах с длиной интервала идентификации.

При вычислениях была также отмечена зависимость точности первого и четвертого алгоритмов от выполнения условия ортогональности используемых в них синусных и косинусных сигналов одной частоты на дискретных отсчетах времени. Причиной этому явилось принятие некоторых упрощений в алгоритмах, предполагающих кратность периода цифровой дискретизации с периодом колебаний резонатора. Кроме этого, в первом алгоритме присутствует допущение на отсутствие квадратурной составляющей волны при вычислении угла  $\theta_d$ .

В целом, при идентификации частоты колебаний все четыре алгоритма показали близкие результаты (рис. 1, 2). При этом чуть более точные значения имели место у второй методики, основанной на методе сопряженных градиентов. Это в первую очередь объясняется фиксирован-

ным шагом в 1 Гц при переборе частоты в других трех алгоритмах.

После исследования свойств рассмотренных четырех алгоритмов идентификации в отсутствие шумов измерений отдельно было выполнено имитационное моделирование влияния шумов измерений в (2) на полученные результаты. На рис. 3 показаны получившиеся графики распределений среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок идентифицируемых волновых параметров в зависимости от величины белых шумов в измерительных сигналах (2), задаваемых в процентах от основной амплитуды колебаний  $a_d$  (в диапазоне от 0 до 20 %). При этом период идентификации также был по-прежнему выбран малым и равным одному колебанию резонатора гироскопа. Кроме этого, фиксировались количества дискретно снимаемых значений сигнала на нем (на одном колебании резонатора), которое принималось равным 19 (как и для рис. 1).

Заметим, что для получения равномерных графиков в рассматриваемой многопараметрической задаче были выбраны средние значения на выборке с запасом – после обработки 100 000 независимых выборок в ходе имитационного моделирования процессов идентификации.

При моделировании четвертого алгоритма, как и ранее, наблюдались измерительные сигналы (2) с белыми шумами на десяти периодах колебаний резонатора. А идентификация волновых параметров выполнялась только на десятом периоде с тем, чтобы для эффективной работы ФНЧ в (29) было достаточно предыстории измерений (на предыдущих девяти периодах).

Приведенные результаты в целом показывают существенное влияние шумовой составляющей сигнала на идентификацию волновых параметров. Для уменьшения ее влияния рекомендуется использовать более высокую частоту дискретизации измерительных сигналов или же выбирать большее количество периодов колебаний резонатора на интервале идентификации.

Заметим, что повышенные шумы измерительных сигналов заметно сказывались на работе второго алгоритма (из-за усиления проявлений локальных минимумов в ходе градиентной оптимизации нелинейного функционала ошибки). Даже первый алгоритм при таких больших шумах измерений ведет себя лучше, так как менее чувствителен к искажениям в сигналах.

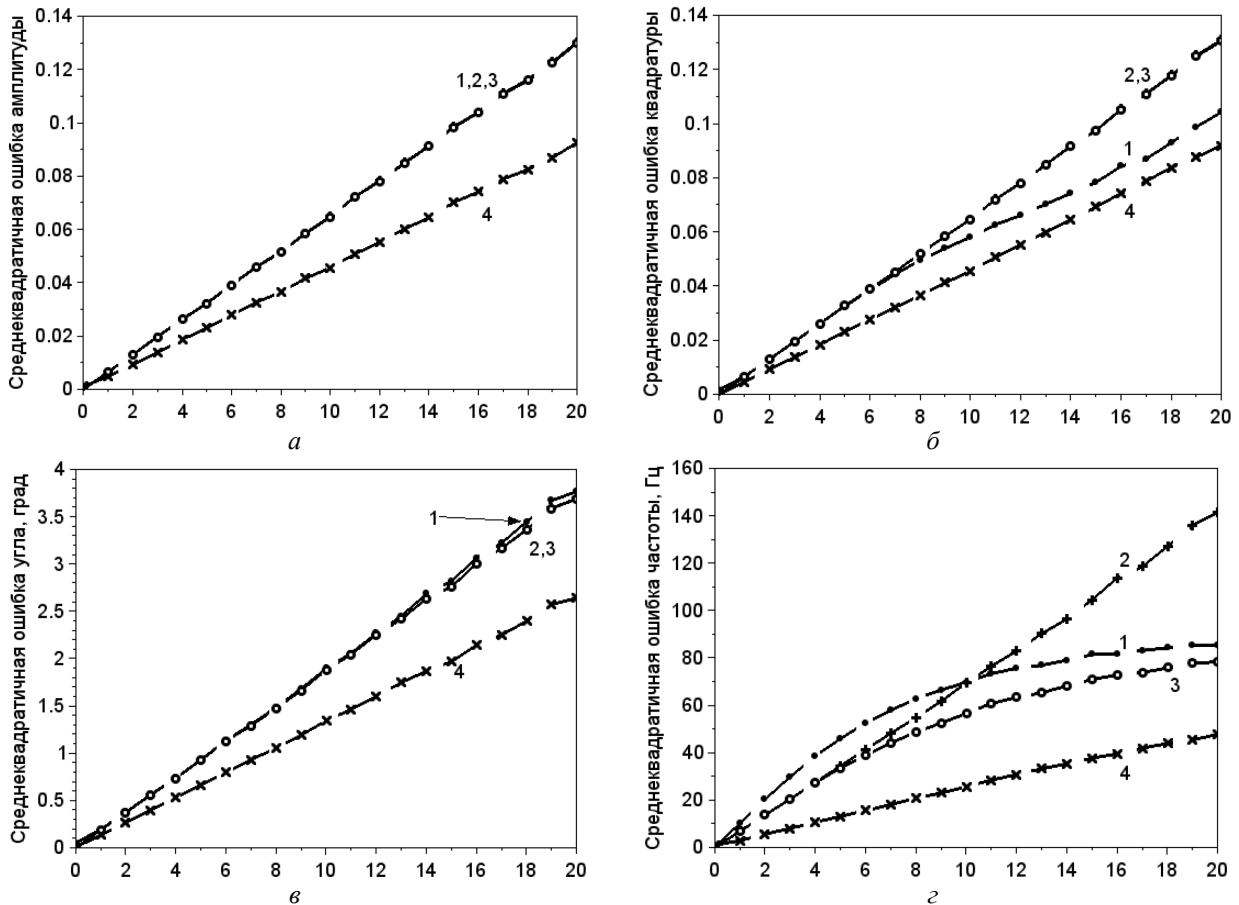


Рис. 3. Ошибки идентификации (СКО) для алгоритмов с номерами 1–4 в зависимости от уровня шума в измерительных сигналах (в процентах от основной амплитуды колебаний): а –  $a_A$ ; б –  $a_B$ ; в –  $2\theta_A$ ; з –  $\omega$   
 Fig. 3. Identification errors for algorithms with numbers 1-4 depending on the noise level in the measuring signals (as a percentage of the main amplitude of the oscillations): а -  $a_A$ ; б -  $a_B$ ; в -  $2\theta_A$ ; д -  $\omega$

Среди рассмотренных четырех алгоритмов наилучшие результаты при работе в условиях повышенных шумов измеряемых сигналов показал четвертый алгоритм. Это объясняется в первую очередь присутствием в нем дополнительного фильтра низких частот (29), дополнительно сглаживающего измерительные сигналы. Для него при вычислении частоты рекомендуется использовать формулу (31).

Из приведенных результатов можно составить общее представление об условиях и требованиях по применению разных алгоритмов и методик идентификации волновых параметров твердотельных волновых гироскопов.

В целом, все они достаточно хорошо работают на длинных интервалах идентификации (длительностью около 10 периодов колебаний резонатора и более). В этом случае предпочтением будет зависеть от формы представления сигналов, выдаваемых измерительным устройством, а также от удобства физической интерпретации промежуточных результатов идентификации.

Заметим, что на сверхкоротких временных интервалах идентификации (меньше одного периода колебаний резонатора) наилучшую точность при малых шумах измерений показывала вторая методика идентификации с использованием стандартных процедур одновременной многопараметрической численной минимизации функционала ошибки идентификации (сразу по всем пяти медленно изменяемым во времени функциям стоячих волн). Однако с ростом шумов измерений проявления локальных экстремумов сильно нелинейного функционала начинали значительно ухудшать ее работоспособность. Поэтому в таких условиях более предпочтительными становились другие методики с более лучшей вычислительной обусловленностью.

В результате, основной альтернативой для пятипараметрической оптимизации во второй методике явились третий и четвертый алгоритмы, которые показали схожую точность при идентификации параметров волновой картины. Критическим условием здесь был выбор частоты с задан-

ным шагом дискретизации. Использование ее подбора с уменьшенным шагом позволит несколько повысить точность указанных методик.

Таким образом, в статье выполнены подробное описание особенностей вычислительных алгоритмов и сравнение точности четырех методик идентификации волновых параметров в резонаторе интегрирующего твердотельного волнового гироскопа по сигналам его измерительного устройства на произвольных интервалах идентификации (не связанных с дополнительными условиями их выбора).

После проведенного детального анализа становятся понятными условия и требования к корректному применению рассмотренных методик для исследования волновых свойств гироскопов в технологических операциях контроля эксплуатационной точности при их изготовлении.

В некоторых случаях отдельный интерес могут представлять задачи идентификации волновых характеристик ТВГ с повышенной разрешающей способностью во времени (при измерении высоких угловых скоростей вращения). Для этого выделена задача идентификации на коротких временных интервалах, в общем случае не согласованных с периодом колебаний резонатора. Для ее решения дополнительно разработана и отлажена методика применения алгоритма сопряженного градиента применительно к численной пятипараметрической идентификации функционала погрешности.

В целом, описанная вычислительная настройка алгоритмов всех рассмотренных методик позволила получить приемлемые для практического использования результаты.

По мнению авторов, в производственном цикле изготовления твердотельных волновых гироскопов рекомендуется параллельно выполнять вычисления сразу по всем методикам с разными рангами приоритетности. Так как в них применяются разные алгоритмы обработки шумов измерительных сигналов, поэтому выводимые оператору результаты позволят более полно и разносторонне интерпретировать и характеризовать волновые показатели твердотельных волновых гироскопов на соответствующих технологических стендах их отладки и настройки.

#### Библиографические ссылки

1. Климов Д. М., Журавлев В. Ф., Жбанов Ю. К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М. : Ким Л.А., 2017. 194 с.
2. Лунин Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технологии. М. : Радиотехника, 2014. – 176 с.

3. Басараб М. А., Лунин Б. С., Чуманкин Е. А. Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов общего применения // Динамика сложных систем – XXI век. 2021. Т. 15, № 1. С. 58–68.

4. Журавлёв В. Ф. Пространственный осциллятор Ван-дер-Поля. Технические приложения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 1. С. 158–164.

5. Теория двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Технические приложения в новых волновых твердотельных гироскопах / С. Е. Переляев, В. Ф. Журавлев, Б. П. Бодунов, С. Б. Бодунов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб., 2021. С. 307–311.

6. Басараб М. А., Лунин Б. С., Колесников А. В. Численно-аналитическое решение дифференциального уравнения свободных колебаний упругого кольца при произвольном законе поворота основания // Динамика сложных систем – XXI век. 2020. Т. 14, № 2. С. 5–15.

7. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 25–36.

8. Маслов Д. А., Меркурьев И. В. Влияние нелинейных свойств электростатических датчиков управления на динамику цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 6. С. 88–110.

9. Исследование нелинейных высокоинтенсивных динамических процессов в неидеальном резонаторе волнового твердотельного гироскопа / М. А. Басараб, Д. С. Вахлярский, Б. С. Лунин, Е. А. Чуманкин // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб., 2020. С. 276–279.

10. Трутнев Г. А., Назаров С. Б., Перевозчиков К. К. Система съема и способы измерения колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 2020. № 1 (130). С. 20–63.

11. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 2 (109). С. 25–36.

12. Журавлёв В. Ф. О формировании обратных связей в пространственном осцилляторе Ван-дер-Поля // Прикладная математика и механика. 2020. Т. 84, № 2. С. 151–157.

13. Определение параметров резонатора твердотельного волнового гироскопа и моделирование по экспериментальным данным / А. В. Кривов, Р. В. Мельников, Ф. И. Спиридонов, Г. А. Трутнев // Вестник

Казанского государственного технического университета им. А. Н. Туполева. 2019. № 2, вып. 1. С. 22.

14. Басараб М. А., Иванов И. П., Лунин Б. С. Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа на основе нейросетевого авторегрессионного алгоритма прогнозирования временных рядов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб., 2021. С. 291–293.

15. Разработка методов идентификации параметров нелинейной математической модели волнового твердотельного гироскопа / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб., 2020. С. 244–247.

16. Шиишаков К. В. Твердотельные волновые гироскопы: волновые процессы, управление, системная интеграция. Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2018. 264 с.

### References

1. Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhanov Yu.K. *Kvartsevyi polusfericheskiy rezonator (Volnovoi tverdotel'nyi giroskop)* [Quartz hemispherical resonator (Wave solid-state gyroscope)]. Moscow: Kim L.A. Publ. 2017. 194 p. (in Russ.).

2. Lunin B. S., Matveev V. A., Basarab M. A. *Volnovoi tverdotel'nyi giroskop. Teoriya i tekhnologii* [Wave solid-state gyroscope. Theory and technology]. Moscow: Radiotekhnika Publ., 2014. 176 p. (in Russ.).

3. Basarab M.A., Lunin B.S., Chumankin E.A. [Balancing of metal resonators of wave solid-state gyroscopes of general application]. *Dinamika slozhnykh sistem – XXI vek*. 2021. Vol. 15, no. 1. Pp. 58-68 (in Russ.).

4. Zhuravlev V.F. [Spatial oscillator Van der Pola. Technical appendices]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 2020. No. 1. Pp. 158-164 (in Russ.).

5. Perelyaev S.E., Zhuravlev V.F., Bodunov B.P., Bodunov S.B. *Teoriya dvumernogo ostsillyatora Vander-Polya. Tekhnicheskie prilozheniya v novykh volnovykh tverdotel'nykh giroskopakh* [Theory of the two-dimensional oscillator van der Pol. Technical applications in new wave solid-state gyroscopes]. *XXVIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proc. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg. 2021. Pp. 307-311 (in Russ.).

6. Basarab M.A., Lunin B.S., Kolesnikov A.V. [Numerical-analytical solution of the differential equation of free oscillations of the elastic ring at an arbitrary law of rotation of the base]. *Dinamika slozhnykh sistem – XXI vek*. 2020. Vol. 14, no. 2. Pp. 5-15 (in Russ.).

7. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkur'yev I.V., Podalkov V.V. [Compensation for the departures of the wave solid-state gyroscope caused by anisotropy of the elast]. Vol. 28, no. 2. Pp. 25-36 (in Russ.).

8. Maslov D.A., Merkur'yev I.V. [Vlinnie nelinear properties of electrostatic control sensors on the dynam-

ics of a cylindrical resonator of a wave solid-state gyroscope]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 2021. No. 6. Pp. 88-110 (in Russ.).

9. Basarab M.A., Vakhlyarsky D.S., Lunin B.S., Chumankin E.A. *Issledovanie nelineinykh vysokointensivnykh dinamicheskikh protsessov v neideal'nom rezonatore volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Investigation of nonlinear high-intensity dynamic processes in an imperfect resonator of a wave solid-state gyroscope]. *XXVII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proc. XXVII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg. 2020. Pp. 276-279 (in Russ.).

10. Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K. [Removal system and methods of measuring the oscillations of the resonator of a solid-state wave gyroscope]. *Vestnik MGTU. Ser. Priborostroenie*. 2020. No. 1. Pp. 20-63 (in Russ.).

11. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkur'yev I.V., Podalkov V.V. [Compensation for the departures of the wave solid-state gyroscope caused by anisotropy of the elastic properties of the monocrystalline resonator]. *Giroskopiya i navigatsiya*. 2020. Vol. 28, no. 2. Pp. 25-36 (in Russ.).

12. Zhuravlev V.F. [On the formation of feedbacks in the spatial oscillator of Van der Pol]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 2020. Vol. 84, no. 2. Pp. 151-157 (in Russ.).

13. Krivov A.V., Melnikov R.V., Spiridonov F.I., Trutnev G.A. [Determination of the parameters of the resonator of a solid-state wave gyroscope and modeling according to experimental data]. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A. N. Tupoleva*. 2019. No. 2, issue 1, p. 22 (in Russ.).

14. Basarab M.A., Ivanov I.P., Lunin B.S. *Identifikatsiya parametrov volnovogo tverdotel'nogo giroskopa na osnove neirosetevogo avtoregressionnogo algoritma prognozirovaniya vremennykh ryadov* [Identification of parameters of a wave solid-state gyroscope based on a neural network autoregression algorithm for predicting time series]. *XXVIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proc. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg. 2021. Pp. 291-293 (in Russ.).

15. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkur'yev I.V., Podalkov V.V. *Razrabotka metodov identifikatsii parametrov nelineinoy matematicheskoy modeli volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Development of methods for identifying parameters of a nonlinear mathematical model of a wave solid-state gyroscope]. *XXVII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proc. XXVII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg. 2020. Pp. 244-247 (in Russ.).

16. Shishakov K.V. *Tverdotel'nye volnovye giroskopy: volnovye protsessy, upravlenie, sistemnaya integratsiya* [Solid wave gyroscopes: wave processes, control, system integration]. Izhevsk: Izd-vo IzhGTU. 2018. 264 p. (in Russ.).

\* \* \*

### **Investigation of Algorithms for Identification of Wave Parameters in Solid-State Wave Gyroscopes without Adjusting Calculations to the Frequency of Signals**

*R. I. Mingazov*, Post-graduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

*K. V. Shishakov*, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

*To improve the efficiency of production operations of diagnostics, adjustment and control in the manufacture of integrating solid-state wave gyroscopes, algorithms for improving the accuracy of identification of wave parameters from measuring signals without their additional adjustment to the frequency of signals are considered.*

*In the first algorithm for processing measurement results, a virtual transition to the moving axes of standing waves was introduced without taking into account the influence of a quadrature standing wave. It is characterized by the lowest potential accuracy, but it is convenient for the formation of initial approximations in the problems of clarifying optimization of identification functions in other algorithms. The second algorithm is based on direct five-parameter numerical minimization of the error feature by the conjugate gradient method. To avoid local extremes, it is recommended to use it as a clarifier. In this case, the initial search points are calculated by other algorithms and therefore selected near extremum. This algorithm allows identification at the shortest time intervals, which may be required when measuring high angular velocities. In the third algorithm, computational conditionality is improved at short identification intervals for increased level of measurement noise. In the fourth algorithm, the measurement results are processed using numerical procedures of digital demodulation under noise conditions.*

*Comparison of the identification algorithms accuracy was carried out by methods of simulation modeling for theoretically set initial signals. This made possible direct comparison of initial and identified characteristics of wave processes: amplitudes of the main and quadrature standing waves, the angle of the main standing wave and its frequency. For the four algorithms considered, the results of simulation in the absence and presence of noise in the measuring signals are given. In the first case, diagrams of identification errors are analyzed depending on the length of the interval with a fixed and variable proportion of digital sampling frequencies and resonator oscillations. In the second case, there are standard identification errors depending on the noise level in the measuring signals (up to 20 percent of the basic amplitude of oscillations).*

*Comparison of the results obtained showed the advantages and disadvantages of the corresponding algorithms, which is important for their practical adjustment when working with real samples of gyroscopes.*

**Keywords:** solid-state wave gyroscope, resonant oscillations, wave pattern, identification, methods, measurements, computational algorithm.

Получено: 17.02.22