УДК 519.816
DOI: 10.22213/2410-9304-2022-1-88-95

# Нечеткая модель принятия решений в условиях неопределенности, основанная на преобразовании FztoTriangle

*В. Г. Чернов,* доктор экономических наук, профессор, Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых (ВлГУ), Владимир, Россия

*Одной из задач исследования операций является задача выбора наилучшего решения из множества возможных альтернатив в условиях неопределенности, когда отсутствуют достоверные данные о ситуации, требующей принятия решения. Классические методы математического моделирования ориентированы на точечные, числовые оценки, характеризующие результаты возможного выбора. Кроме того, в ситуации существенной неопределенности эти методы не дают однозначных и математически строгих рекомендаций по выбору способа решения. Одним из вариантов преодоления указанных ограничений является применение аппарата теории нечетких множеств. Предлагается метод нахождения наилучшего решения на множестве нечетких элементов оценочной матрицы, когда неопределенности исходных данных представляются нечеткими множествами (числами) с различными функциями принадлежности, что позволяет представлять различный уровень неполноты информации о ситуации, требующей принятия решений. Выбор наилучшего решения в условиях, когда оценка возможных последствий представлена в форме нечетких множеств, основана на применении к этим оценкам преобразования FztoTriangle, которое позволяет получить интегральные значения для результатов возможных решений по всему множеству условий, характеризующих исследуемую ситуацию, в форме эквивалентного нечеткого множества с треугольной функцией принадлежности. Это позволяет упростить сравнение нечетких множеств, представляющих возможные решения. Выполнение таких преобразований не накладывает ограничений на вид функций принадлежности используемых оценок. Итоговым результатом будет получение оценок последствий выбранного решения, а также возможности его реализации. Предложенный метод не требует сложных математических преобразований, легко может быть реализован программно в качестве компоненты системы поддержки принятия решений.*

**Ключевые слова:** неопределенность, математическое моделирование, многокритериальный альтернативный выбор, нечеткое множество, функция принадлежности, преобразование FztoTriangle.

**Введение**

Среди задач, относящихся к исследованию операций, достаточно большое место занимают задачи, которые формулируются как принятие решений в условиях неопределенности. Их основным признаком является то, что рациональное лицо, заинтересованное в нахождении решения, по каким-то причинам не располагает достоверными данными о вероятностных характеристиках условий принятия решений (состояниях природы).

Ситуация, требующая принятия решений в условиях неопределенности, может быть представлена тройкой:

$$\mathrm{G} = \left\{ X, S, L(X,S) \right\},$$

где $X = \left\{ x_i : i = \overline{1,M} \right\}$ – множество возможных решений; $S = \left\{ s_j : j = \overline{1,N} \right\}$ – множество состояний природы; $L(X,S)$ – оценочная матрица, элементы которой – оценки последствий возможных решений.

Методы классической теории основаны на так называемом принципе общего знания [1], т. е. предполагается полнота множеств $X$ и $S$, а рациональный участник способен задать точечные, числовые значения элементов матрицы $L(X,S)$. Такое представление ситуации, требующей принятия решения, является приближенной моделью реальности.

Невозможно объективно доказать полноту множеств $X$ и $S$, в результате возможно возникновение какого-то состояния природы, не включенного в список, для которого может потребоваться решение, отсутствующее в подготовленном множестве. В результате возникает неопределенность в отношении значений элементов оценочной матрицы. Кроме того, существуют и другие обстоятельства, которые изначально приводят к неопределенности в определении этих элементов [2, 3]. Существенным фактором неопределенности являются субъективные представления лиц, заинтересованных в решении задачи (в дальнейшем для краткости будем обозначать ЛПР – лицо, принимающее решение). Следует отметить, что эти неопределенности не являются статистическими, что не позволяет корректно использовать для их описания вероятностно-статистические методы. В этих условиях применение аппарата теории нечетких множеств в полной мере соответствует специфике принятия решений в условиях неопределенности.

**Постановка задачи**

Наличие нестатистических факторов неопределенности обусловило достаточно большое количество исследований по применению аппарата теории нечетких множеств в задачах принятия решений, когда исходные данные могут быть представлены в матричной форме, а элементы оценочной матрицы рассматриваются как нечеткие. В то же время необходимо отметить, что эти исследования в большинстве случаев рассматривают антагонистические или биматричные игры [4, 5 и др.] или так называемые игры с природой, предполагая известным распределение вероятностей на пространстве ее состояний [6–8 и др.].

Несмотря на то, что задача принятия решений в условиях неопределенности имеет существенные отличия от антагонистических или биматричных игр, отдельные подходы к решению таких игр могут быть использованы и для нахождения наилучшего решения в рассматриваемой задаче, в частности, нахождение *maxmin*-го решения на множестве нечетких элементов оценочной матрицы. В то же время в этих работах функция принадлежности (ФП) нечетких данных рассматривается как объект различных весьма сложных математических преобразований и практически не представлен вопрос выбора типа ФП. Следует отметить, что вид ФП может ограничивать выбор математических преобразований, поэтому метод нахождения решения, описанный в работах [9, 10], применим только к трапецеидальным нечетким числам, в работе [11] – только к треугольным. Это означает, что при задании исходных данных в нечеткой форме должен использоваться только один тип ФП.

Использование разных вариантов ФП позволяет моделировать различные уровни неопределенности в оценке исходных данных, субъективных предпочтений участников решения задачи. Например, выбирая в качестве основного варианта треугольную ФП, большую или меньшую степень неопределенности в исходных данных можно моделировать возведением ФП в степень, соответственно, $\alpha > 1$ или $\alpha < 1$ (рис. 1).

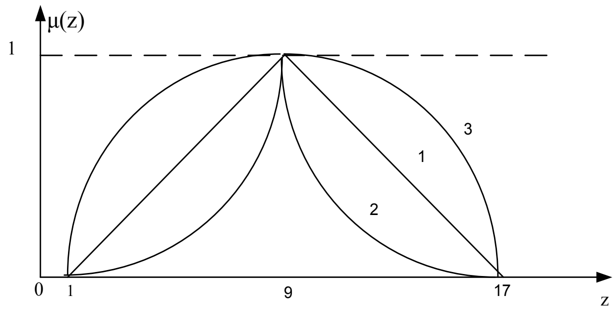


*Рис. 1.* Функции принадлежности нечеткого числа: *1* – треугольная функция; *2* – треугольная функция в степени $\alpha = 2$ (пик); *3* – треугольная функция в степени $\alpha = 1/2$ (тент)

*Fig. 1.* Membership functions of a fuzzy number: 1 is a triangular function; 2 is a triangular function of degree $\alpha = 2$ (peak); 3-triangular function in degree $\alpha = 1/2$ (tent)

Оценивая степень неопределенности через мощность нечеткого множества $W$ по формуле, предложенной Де Люка и Термини [12]:

$$|W| = \sum_{z \in Z} \mu(z), \qquad (1)$$

получим результаты, представленные в табл. 1, которые подтверждают возможность моделирования различного уровня неопределенности посредством выбора вида ФП.

*Таблица 1.* **Значения мощности для различных функций принадлежности**

*Table 1.* **Values of power for different membership functions**

| Вид функции принадлежности | Мощность нечеткого множества W |
|---|---|
| Пик (α=2) | 8,9 |
| Треугольник (α=1) | 12,8 |
| Тент ( α=1/2) | 14,1 |

Необходимо отметить, что числовые значения мощности, приведенные в табл. 1, соответствуют только функциям принадлежности с указанным на рис. 1 диапазоном значений аргумента. В данном случае важны не конкретные числовые значения, а то, что они зависят от вида функций принадлежности.

Другим способом моделирования различных уровней неопределенности в исходных данных может быть изменение величины отклонения от модального значения ФП. Нетрудно увидеть из рис. 2, что даже при одном и том же виде ФП получим различные значения мощности, рассчитанные по соотношению (1): $W(\tilde{A}) < W(\tilde{B})$.

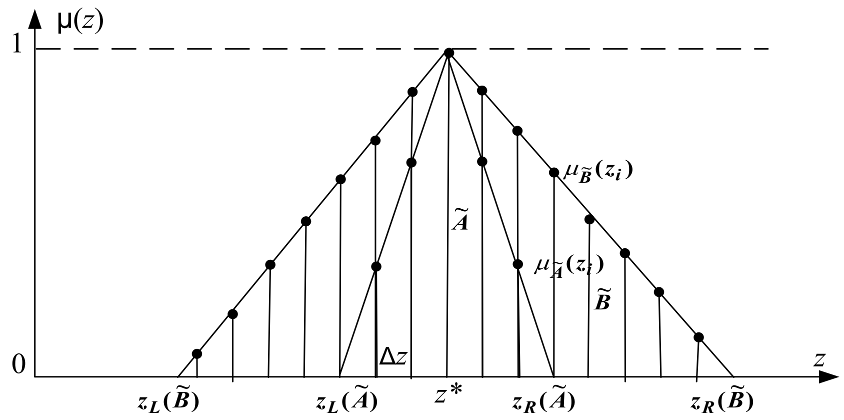


*Рис. 2.* Моделирование изменения неопределенности величиной отклонения от модального значения

*Fig. 2.* Modeling of the change in uncertainty by the value of deviation from the modal value

Отметим, что, как это следует из рис. 1 и 2, оценка уровня неопределенности нечетких оценок по соотношению (1) позволяет учесть влияние как вида ФП, так и величины отклонения от модального значения. В общем случае при нечетко-множественном представлении исходных данных могут быть использованы оба метода моделирования неопределенности в отдельности или совместно.

При моделировании различного уровня неопределенности, выбирая тот или иной вид ФП, необходимо иметь в виду, что алгоритм выполнения необходимых математических преобразований будет определяться видом ФП участвующих в преобразовании операндов. От этих ограничений в отношении математических преобразований свободен метод обобщения Заде, но он достаточно сложен в реализации. Поэтому возникает потребность в разработке метода нахождения решения в условиях неопределенности при нечетких исходных данных, не зависящего от вида их ФП.

**Метод решения**

Исходные данные в нечеткой формализации рассматриваемой задачи могут быть представлены в двух вариантах: 1) в виде нечетких чисел; 2) в виде нечетких вербальных утверждений. Далее будет рассмотрен вариант, когда значения оценочной матрицы представлены в виде нечетких чисел.

Неопределенность в проявлении состояний природы может быть представлена высказыванием: «возможно, возникнет состояние $s_1$, или $s_2$, или… или $s_N$». В оценочной матрице каждая строка – это совокупность оценок последствий выбранного решения $x_i$ при различных состояниях природы $s_j$. Обычной практикой нахождения наилучшего решения является вычисление интегральной оценки для каждого возможного решения по всему множеству состояний природы.

В случае нечетких исходных данных для получения интегральной оценки предлагается использовать объединение нечетких значений, чаще всего формализуемое операцией *max* [13].

К недостаткам такого решения можно отнести:

– состояния природы – это несовместные события, соответственно, результаты, получаемые от выбора возможного решения, также будут несовместными событиями. Поэтому интегральную оценку, получаемую через объединение несовместных событий, можно считать недостаточно корректной;

– операция *max* в случае пересекающихся ФП может привести к потере информации [14], а также к искажению исходных данных [15];

– в результате применения операции *max* получаются нечеткие множества с достаточно сложными ФП, что создает серьезные трудности при сравнении нечетких множеств, необходимом при выборе наилучшего решения.

В качестве альтернативы для вычисления интегральной оценки последствия выбранного решения предлагается использовать преобразование FztoTriangle, реализованное в достаточно давно разработанной фирмой FuziWare нечеткой электронной таблице FuziCalc. Результативность этого преобразования доказана при решении антагонистических игр и нечетких игр с природой.

Преобразование FztoTriangle заменяет нечеткое множество:

$$\tilde{A} = \left\{ \mu(z)_{\tilde{A}} / z \in [z_{\min}, z_{\max}] \right\},$$

где $[z_{\min}, z_{\max}]$ – область определения нечеткого множества $\mu_{\tilde{A}}(z_{\min}) = \mu_{\tilde{A}}(z_{\max}) = 0$, с произвольной ФП, эквивалентным нечетким множеством с треугольной ФП:

$$\mu_{\tilde{E}}(z), z \in [z_{\min}, z_{\max}], \mu_{\tilde{E}}(z_{\min}) = \mu_{\tilde{E}}(z_{\max}) = 0$$
$$\text{и } z_{CG}(\tilde{E}) = z_{CG}(\tilde{A}),$$

где $z_{CG}$ – координата центра тяжести множеств $\tilde{A}$ и $\tilde{E}$, соответственно, а $\max\{\mu_{\tilde{E}}(z)\} = \max\{\mu_{\tilde{A}}(z)\}$.

Для построения эквивалентного нечеткого множества необходимо определить координату центра тяжести исходного нечеткого множества, в качестве которого будут рассматриваться все нечеткие оценки $i$-й строки оценочной матрицы. В свою очередь эти оценки рассматриваются как множество материальных точек с массами, равными значениям соответствующих функций принадлежности, и координатами $z_i \in [z_{i\min}, z_{i\max}]$, где $z_{i\min}, z_{i\max}$ – границы значений $i$-й строки оценочной матрицы.

Обозначим $\tilde{l}_{ij} \in L(X,S)$ – нечеткую оценку результата применения $i$-й стратегии при $j$-м состоянии природы, $\mu_{\tilde{l}_{ij}}(z)$ – ФП нечеткого множества, формализующего эту оценку ($z \in D$, где $D$ – область определения значений оценочной матрицы),
$\tilde{M}_i(z) = \left\{\mu_{\tilde{l}_{ij}}(z) : j = \overline{1, N}, z \in [z_{i\min}, z_{i\max}]\right\}$. Тогда координату центра тяжести $i$-й строки оценочной матрицы можно представить формулой

$$CG_i = \frac{\sum\limits_{z \in [z_{i\min}, z_{i\max}]} \tilde{M}_i(z) * Z}{\sum\limits_{z \in [z_{i\min}, z_{i\max}]} \tilde{M}_i(z)}.$$

Кроме этих параметров для построения треугольной функции принадлежности эквивалентного нечеткого множества необходимо определить координату модального значения ФП, которое при представлении элементов оценочной матрицы нечеткими числами равно $\max\{\mu_{\tilde{E}}(z)\} = 1$.

Координата модального значения определяется из известного соотношения для расчета координаты центра тяжести треугольника:

$$z_{CG} = \frac{1}{3}(z_{\min} + z^* + z_{\max}),$$

где $z^*$ – координата модального значения треугольной ФП.

Тогда $z^* = 3z_{CG} - (z_{\min} + z_{\max})$.

При некоторых значениях $z_{i\min}$, $z_{i\max}$ может получиться, что $z^* < z_{i\min}$ или $z^* > z_{i\max}$, что недопустимо по условиям построения ФП. В этих случаях $z^* = z_{i\min}$ или $z^* > z_{i\max}$.

В результате применения преобразования FztoTriangle ко всем строкам (стратегиям) оценочной матрицы будет получен набор эквивалентных нечетких множеств с треугольными ФП, представляющими нечеткие оценки последствий выбора стратегий из множества возможных. Для выбора наилучшей необходимо сравнить эти множества. Поскольку ФП имеют треугольный вид, то сравнение будет выполняться более просто, используя, например, методы, описанные в [16, 17].

## Результат численной реализации нечеткой модели с использованием преобразования FztoTriangle

Для иллюстрации описанного способа нахождения наилучшего решения рассмотрим пример, в котором элементы оценочной матрицы заданы нечеткими числами с различными функциями принадлежности, которые моделируют различный уровень неопределенности нечетких оценок (табл. 2).

*Таблица 2.* **Нечеткая платежная матрица**

*Table 2.* **Fuzzy payment matrix**

| | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 (трапеция) | 4 (пик) | 5 (пик) | 7 (тент) |
| $x_2$ | 3 (пик) | 6 (тент) | 4 (пик) | 5 (пик) |
| $x_3$ | 4 (пик) | 6 (тент) | 8 (треугольник) | 3 (пик) |

В данном случае ЛПР, оценивая ситуацию, считает более реализуемыми оценки в середине диапазона значений (3, 4, 5), менее реализуемыми оценки, несколько отклоняющиеся от средних (6), и еще меньше для крайних оценок (1, 8).

Можно показать, что применение к этой оценочной матрице классических критериев принятия решений, как в четком, так и в нечетком варианте, не дают однозначного решения.

Дальнейшее решение задачи будем выполнять в двух вариантах;

– путем использования преобразования FztoTriangle;

– путем расчета точечных значений нечетких множеств [18, 19].

Такой подход объясняется следующим: во-первых, совпадение результатов позволит утверждать, что преобразование FztoTriangle не искажает логику решаемой задачи, во-вторых, согласно методологии теории устойчивости, совпадение результатов, полученных различными и независимыми методами свидетельствует об их корректности, в данном случае преобразования

FztoTriangle. На рис. 3 представлен результат преобразования FztoTriangle для стратегии $x_3$.

На рис. 4 приведены результаты для всех возможных стратегий.

Для выбора наилучшей стратегии необходимо сравнить нечеткие множества (числа) $\tilde{E}_i, i=\overline{1,M}$ (в данном случае $M$ = 3). Поскольку ФП пересекаются, то сравнение таких нечетких чисел – это отдельная задача [20–22]. В данном случае можно использовать метод сравнения, предложенный в [23], но он достаточно сложен в математическом отношении.

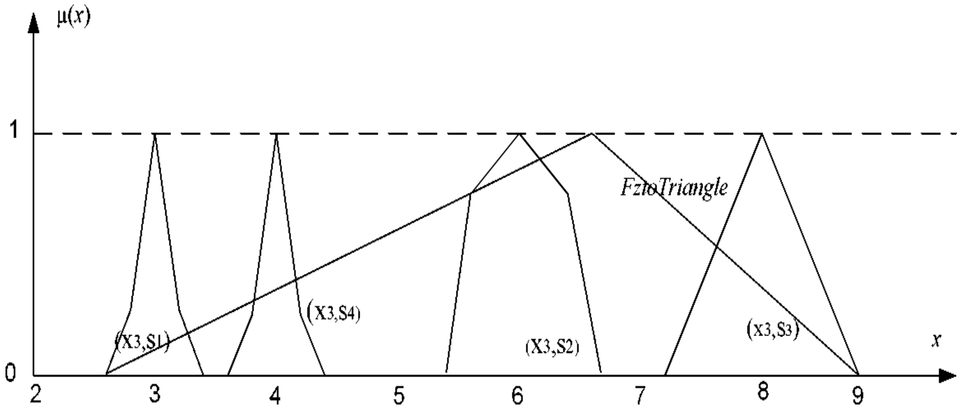


*Рис. 3.* Преобразование FztoTriangle данных стратегии $x_3$ для получения интегральной оценки

*Fig. 3.* FztoTriangle transformation of $x_3$ strategy data to obtain an integral estimate

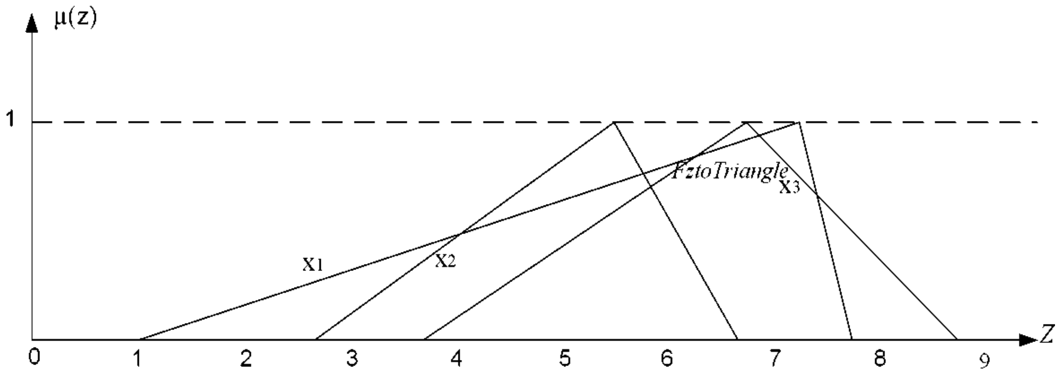


*Рис. 4.* Нечеткие, интегральные оценки возможных решений

*Fig. 4.* Fuzzy estimates of decisions

Для простоты изложения ограничимся процедурой, основанной на интегральной оценке, получаемой как произведение координаты центра тяжести соответствующей ФП и ее значения в этой точке:

$$\gamma_i = CG_{\tilde{E}_i}\mu_{\tilde{E}i}(CG_{\tilde{E}_i}),\ \gamma_i = CG_{\tilde{E}_i}\mu_{\tilde{E}i}(CG_{\tilde{E}_i}),$$

где $CG_{\tilde{E}i}$ – координата центра тяжести ФП нечеткого множества $\tilde{E}_i$, $\mu_{\tilde{E}_i}(CG_{\tilde{E}_i})$ – значение ФП нечеткого множества $\tilde{E}_i$ для $z = CG_{\tilde{E}_i}$.

В рассматриваемом примере (табл. 2) получены следующие результаты, которые указывают на предпочтительность решения $x_3$.

*Таблица 3.* **Значения интегральной оценки**

*Table 3.* **Values of the integral estimate**

| | $CG_{\tilde{E}}$ | $\mu_{\tilde{E}}(CG_{\tilde{E}})$ | γ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 3,268 | 0,752 | 2,459 |
| $x_2$ | 5,052 | 0,804 | 4,065 |
| $x_3$ | 6,07 | 0,880 | 5,348 |

Как уже отмечалось выше, метод точечных оценок может быть использован как контрольный для доказательства корректности использования преобразования FztoTriangle и для нахождения наилучшего решения. Обосновать это можно тем, что точечные оценки вычисляются для всей совокупности нечетких множеств, представляющих последствия некоторого возможного решения, т. е. для всех нечетких оценок $i$-й строки оценочной матрицы непосредственно.

Кроме того, на значение точечных оценок влияют положение ФП нечеткого множества в области определения, вид ФП, ширина носителя.

Для расчета на основе α-уровневого разбиения вычисляется среднее значение для элементов множества уровня α:

$$M(E_\alpha) = \sum_{z_i \in E_\alpha} z_i / n_\alpha \qquad (2)$$

для всех $z_i \in E_\alpha$ таких, что $\mu_{\tilde{E}}(z_i) \geq \alpha$.

Точечная оценка для множеств $\tilde{E}$ :

$$F(\tilde{E}) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int_0^{\alpha_{\max}} M(E_\alpha) d\alpha$$

для дискретного представления:

$$F(\tilde{E}) = \frac{1}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}} \sum_{\alpha_i} M(E_{\alpha_i}) d\alpha_i . \qquad (3)$$

Расчеты по соотношениям (2, 3) дали следующие результаты $F(x_1)$ = 2,66, $F(x_2)$ =2,807, $F(x_3)$ =3,27, ($F(x_i)$, $i$=1, 2, 3 – точечные оценки возможных решений), что позволяет говорить о предпочтительности выбора стратегии $x_3$.

В качестве дополнительного контроля были рассчитаны точечные оценки нечетких множеств, полученных в результате преобразования FztoTriangle $F(\tilde{E}_1) = 3{,}076, F(\tilde{E}_2) = 3{,}28,$ $F(\tilde{E}_3) = 3{,}709,$ которые опять же подтверждают предпочтительность стратегии $x_3 \succ x_2 \succ x_1$. Хотя использование точечных оценок позволяет установить предпочтительную стратегию, он требует значительно больших вычислительных затрат, чем использование преобразования FztoTriangle

Вывод о предпочтительности стратегии $x_3$, полученный различными и независимыми методами, позволяет говорить о корректности использования преобразования FztoTriangle для нахождения наилучшего решения в условиях неопределенности, а предложенный метод соответствует методологии теории устойчивости.

**Интерпретация результата**

Полученные в результате преобразования FztoTriangle нечеткие множества $\tilde{E}_1, \tilde{E}_2, \tilde{E}_3$ можно рассматривать как представление возможных результатов при выборе той или иной стратегии. Вместе с тем вряд ли стоит рассчитывать на обязательное получение результата, соответствующего точке максимума ФП нечеткого множества, соответствующего наилучшей стратегии (дефаззификация по максимуму). Более реально ожидать результат в некоторой окрестности точки максимума, которую можно построить, используя операцию клиппирования, позволяющую обрезать ФП на заданном уровне. Если использовать в качестве уровня ограничения значения $\mu_{\tilde{E}_i}(CG_{\tilde{E}_i})$, то получим нечеткие множества с трапецеидальными ФП (рис. 5). Верхние основания трапеций можно интерпретировать как области возможных результатов при использовании соответствующих решений.

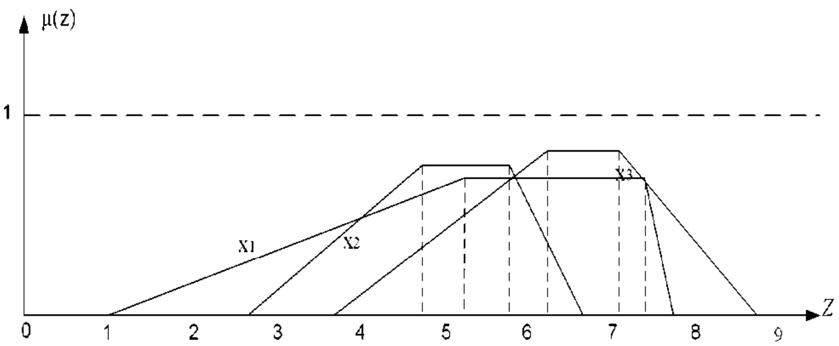


*Рис. 5.* Нечеткие оценки возможных результатов выбора стратегий после операции FzClip

*Fig. 5.* Fuzzy estimates of possible results of strategy selection after the FzClip operation

**Заключение**

Предложенная нечеткая модель принятия решений за счет представления элементов платежной матрицы в виде нечетких чисел и использования преобразования FztoTriangle позволяет отразить неопределенности субъективных представлений ЛПР о ситуации принятия решений. В отличие от известных, предложенный метод нахождения наилучшего решения не накладывает ограничений на характер функций принадлежности нечетких чисел, используемых при формировании нечеткой платежной матрицы. Кроме того, ЛПР получает не только рекомендации о выборе наилучшего решения, но и представление о непрерывном множестве его результатов с оценкой возможности их реализации.

**Библиографические ссылки**

1. *Myerson R.B.* Game theory: analysis of conflict. London. Harvard: Harvard University Press, 1997. 584 p.

2. *Сигал А. В.* Теоретико-игровая модель принятия инвестиционных решений // Ученые записки Таврического национального университета имени. В. И. Вернадского. серия «Экономика и управление». 2011. Т. 24 (63), № 1. С. 193–205.

3. *Шаталова О. М.* О методологических подходах к решению проблемы неопределенности в управлении технологическими инновациями на предприятии // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. 2018. Т. 21, № 3. С. 120–126. DOI 10.22213/2413-1172-2018-3-120-126.

4. *Вовк С. П.* Игра двух лиц с нечеткими стратегиями и предпочтениями // Альманах современной науки и образования. 2014. № 7 (85). С. 47–49.

5. *Черных А. К., Вилков В. Б.* Об одном подходе к решению матричных игр на основе теории нечетких множеств и нечеткой логики // Журнал исследований по управлению. 2019. Т. 5, № 3. С. 38–51.

6. *Парфенова В. Е.* Нечеткие модели принятия оптимальных решений в управлении аграрным производством // Инновации. 2018. № 10. С. 88–93.

7. *Sunanta O., Reinhard V.* Decision Making and Fuzzy Information. Journal of Advanced Statistics, June 2019.Vol. 4, No. 2, pp. 115-127.

8. *Бабушкина О. В., Слабинский С. В.* Нечетко-множественный подход при принятии управленческих решений с учетом факторов риска // Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. 2015. № 1. С. 52–63.

9. *Stalin T, Thirucheran M.* Solving Fuzzy Matrix Games Defuzzificated by Trapezoidal Parabolic Fuzzy Number. SRD-International Journal for Scientific Research& Development, 2015. Vol. 3, Issue10. Pp. 341-345.

10. *Verma T., Kumar A., Kacprzyk J.* A Novel Approach to the Solution of Matrix Games with Payoffs Expressed by Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, 2015. No. 3. Vol. 9. Pp. 25-46.

11. *Ghosh D. Chakravorty S.* On Solving Bimatrix Games with Triangular Fuzzy Payoffs. International Conference on Mathematics and Computing, 2018. Pp. 441-352.

12. *Dubois D., Prade H.* Theorie des Possibilites. Applications a la representation des connaissances en informatique. Masson, 1988. 288p.

13. *Погорелов А.С., Панфилов А.Н.* Применение теории нечетких множеств для задач выбора альтернатив в условиях неопределенности // Программные продукты и системы. 2013. №3. С.28-31.

14. *Piegat A*. Fuzzy modeling and control. Physica – Verlog, 2013, 804p.

15. *Чернов В. Г.* Нечеткая игра с «природой» как модель принятия экономических решений // Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. 2020. Т. 63, № 3. С. 42–53.

16. Там же.

17. *Piegat A*. Fuzzy modeling and control. Physica – Verlog, 2013, 804p.

18. *Yager R. R.* Multiple-objective decision – making using a fuzzy sets. International Journal. Man - Machine Studies, 1977. No. 4. Vol. 9. Pp. 75-382.

19. *Yager R. R.* Multicriteria decisions with soft: an application of fuzzy set and possibility theory. Fuzzy Mathematics,1982. No. 2. Vol. 2. Pt.1, pp.21-28; No. 3, Vol. 2, Pt.2, pp. 7-16.

20. *Rao P. P., Shankar, N. R.* Ranking generalized fuzzy numbers using area, mode, spread and weight. International Journal of Applied Science and Engineering, 2012. No. 10, Vol. 1. Pp. 41-57.

21. *Воронцов Я. А., Матвеев М. Г.* Методы параметризованного сравнения нечетких и трапециевидных чисел // Вестник ВГУ. Серия Системный анализ и информационные технологии. 2014. № 2. С. 90–97.

22. *Чернов В. Г.* Сравнение нечетких чисел на основе построения линейного отношения порядка // Динамика сложных систем – XXI век. 2018. № 2. С. 81–87.

23. *Ухоботов В. И., Стабулит И. С., Кудрявцев К. Н.* Сравнение нечетких чисел треугольного типа // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2019. Т. 29. Вып. 2. С. 197–210. Doi: 10.20537/vm190205.

**References**

1. Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London. Harvard: Harvard University Press, 1997. 584 p.

2. Sigal A.V. *Teoretiko-igrovaya model' prinyatiya investicionnyh reshenij* [Game-Theoretic Model for Making Investment Decisions]. *Uchenye zapiski Tavricheskogo nacional'nogo universiteta imeni. V.I. Vernadskogo, seriya «Ekonomika i upravlenie»*, 2011. Vol. 24. No. 1. Pp. 193-205 (in Ukr.).

3. Shatalova O.M. *O metodologicheskih podhodah k resheniyu problemy neopredelennosti v upravlenii tekhnologicheskimi innovaciyami na predpriyatii* [On methodological approaches to solving the problem of uncertainty in the management of technological innovations at the enterprise]. *Vestnik IzhGTU imeni M. T. Kalashnikova*, 2018. Vol. 21. No. 7. Pp. 120-126. DOI 10.22213/2413-1172-2018-3-120-126 (in Russ.).

4. Vovk S.P. *Igra dvuh lic s nechetkimi strategiyami i predpochteniyami* [Two-person game with fuzzy strategies and preferences]. *Al'manah sovremennoj nauki i obrazovaniya*, 2014. No. 7. Pp. 47-49 (in Russ.).

5. Chernykh A.K., Vilkov V.B. *About one approach to solving matrix games on the basis of the theory of fuzzy sets and fuzzy logs* [On one approach to solving matrix games based on the theory of fuzzy sets and fuzzy logic]. *Zhurnal issledovanij po upravleniyu*, 2019. No. 3. Vol. 5. Pp. 38-51 (in Russ.).

6. Parfenova V.E. *Nechetkie modeli prinyatiya optimal'nyh reshenij v upravlenii agrarnym proizvodstvom* [Fuzzy models for making optimal decisions in the management of agricultural production]. *Innovacii,* 2018. No.10. Pp. 88-93 (in Russ.).

7. Sunanta O., Reinhard V. Decision Making and Fuzzy Information. Journal of Advanced Statistics, June 2019.Vol. 4, no. 2, pp. 115-127.

8. Babushkina O.V., Slabinskij S.V. *Nechetko-mnozhestvennyj podhod pri prinyatii upravlencheskih*

*reshenij s uchetom faktorov riska* [Fuzzy-Multiple Approach in Making Management Decisions Taking into Account Risk Factors]. *Vestnik UrFU, Seriya ekonomika i upravlenie*, 2015. No. 1. Pp. 52-63 (in Russ.).

9. Stalin T., Thirucheran M. Solving Fuzzy Matrix Games Defuzzificated by Trapezoidal Parabolic Fuzzy Number. SRD-International Journal for Scientific Research& Development, 2015. Vol. 3, Issue10. Pp. 341-345.

10. Verma T., Kumar A., Kacprzyk J. A Novel Approach to the Solution of Matrix Games with Payoffs Expressed by Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, 2015. No. 3. Vol. 9. Pp. 25-46.

11. Ghosh D. Chakravorty S. On Solving Bimatrix Games with Triangular Fuzzy Payoffs. International Conference on Mathematics and Computing, 2018. Pp. 441-352.

12. Dubois D., Prade H. *Theorie des Possibilites* [Possibility Theory]. *Applications a la representation des connaissances en informatique*. Masson, 1988. 288 p.

13. Pogorelov A.S., PanfilovA.N. *Primenenie teorii nechetkih mnozhestv dlya zadach vybora al'ternativ v usloviyah neopredelennosti* [Application of the Fuzzy Sets Theory to the Decision making Problem under Condition of Uncertainty]. *Programmnye produkty i sistemy*, 2013. No. 3. Pp. 28-31 (in Russ.).

14. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Physica – Verlog, 2013, 804p.

15. Chernov V.G. *Nechetkaya igra s «prirodoj» kak model' prinyatiya ekonomicheskih reshenij* [A fuzzy game with «nature» as a model of economic decision – making]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii. Regional'noe prilozhenie*, 2020. Vol. 63. No. 3. Pp. 42-53 (in Russ.).

16. Ibid.

17. *Piegat A*. Fuzzy modeling and control. Physica – Verlog, 2013, 804p.

18. Yager R.R. Multiple-objective decision – making using a fuzzy sets. International Journal. Man - Machine Studies, 1977. No. 4. Vol. 9. Pp. 75-382.

19. Yager R.R. Multicriteria decisions with soft: an application of fuzzy set and possibility theory. Fuzzy Mathematics,1982. No. 2. Vol. 2. Pt.1, pp.21-28; No. 3, Vol. 2, Pt.2, pp. 7-16.

20. Rao P.P., Shankar, N.R. Ranking generalized fuzzy numbers using area, mode, spread and weight. International Journal of Applied Science and Engineering, 2012. No. 10, Vol. 1. Pp. 41-57.

21. Voroncov YA.A., Matveev M.G. *Metody parametrizovannogo sravneniya nechetkih i trapecievidnyh chisel* [Methods for parameterized comparison of fuzzy and trapezoidal numbers]. *Vestnik VGU, Seriya Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii*, 2014. No. 2. Pp. 90-97 (in Russ.).

22. Chernov V.G. *Sravnenie nechetkih chisel na osnove postroeniya linejnogo otnosheniya poryadka* [Comparison of fuzzy number on the basis of construction linear order relation]. *Dinamika slozhnyh sistem - XXI vek*.2018. No. 2. Pp. 81-87 (in Russ.).

23. Uhobotov V.I., Stabulit I.S., Kudryavcev K.N. *Sravnenie nechetkih chisel treugol'nogo tipa* [Comparison of triangular fuzzy numbers]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki*, 2019. Vol. 29, v.2, pp. 197-210. doi: 10.20537/vm190205 (in Russ.).

* * *

**Fuzzy Model for Decision Support under Uncertainty Based on the «Fztotriangle» Transformation**

*V. G. Chernov,* DSc in Economics, Professor, Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russia

*One of the problems of operations research is the problem of choosing the best solution from the set of possible solutions in conditions of uncertainty, when there is no reliable data about the situation requiring a decision.*

*Classical methods of mathematical modeling are focused on point, numerical estimates that characterize the results of possible choice. Moreover, in a situation of significant uncertainty, these methods do not provide unambiguous and mathematically rigorous recommendations for the choice of a solution method.*

*One of the options to overcome these limitations is the use of the apparatus of the theory of fuzzy sets. We propose the method of finding the best solution on the set of fuzzy elements of the evaluation matrix, when the uncertainties of initial data are represented by fuzzy sets (numbers) with different functions of affiliation, which allows you to represent different levels of incomplete information about the situation requiring a decision. The choice of the best decision in conditions when the assessment of possible consequences is represented in the form of fuzzy sets is based on the application to these assessments of FztoTriangle transformation, which allows to obtain integral values for the results of possible decisions on the whole set of conditions characterizing the situation under study, in the form of an equivalent fuzzy set with a triangular identity function. This simplifies the comparison of fuzzy sets representing possible solutions. Performing such transformations does not impose restrictions on the type of affiliation functions of the evaluations used. The final result will be estimates of the consequences of the chosen solution, as well as the possibility of its implementation. The proposed method does not require complex mathematical transformations and can be easily implemented in software as a component of decision support system.*

**Keywords:** uncertainty, mathematical modeling, multicriteria alternative choice, fuzzy set, membership function, FztoTriangle transformation.

Получено: 17.02.22