

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 531.383

DOI: 10.22213/2410-9304-2022-2-4-19

Идентификация механических погрешностей резонаторов твердотельных волновых гироскопов в режиме свободного выбега стоячих волн

Р. И. Мингазов, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Ф. И. Спиридонов, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

К. В. Шишаков, доктор технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Для повышения точности выходных сигналов твердотельных волновых интегрирующих гироскопов рассмотрены разные варианты алгоритмов идентификации механических погрешностей их резонаторов в режиме периодически включаемого режима свободного выбега стоячих волн. Измеряемыми физическими параметрами выбраны: разночастотность, добротность и разнодобротность, оси вязкости и оси жесткости резонаторов гироскопов.

Большинство алгоритмов предназначены для методик производственного контроля механических погрешностей резонаторов, включающих в себя следующие этапы: раскачку стоячей волны в выбранном угловом направлении; отключение контура ее активного возбуждения; регистрацию и анализ сигналов в двух осях измерительного устройства; идентификацию параметров математической модели для стоячих волн, записанной в их медленно изменяемых амплитудах. Дополнительно для поиска осей жесткости приведена методика с настраиваемым поворотом оси резонатора гироскопа.

В качестве математической основы для вывода и обоснования предложенных алгоритмов идентификации приведены необходимые теоретические зависимости, поясняющие процессы формирования и обработки внутренних измерительных сигналов в твердотельных волновых гироскопах.

В качестве практической апробации наиболее общей методики идентификации выполнено лабораторное исследование одного технологического экземпляра кварцевого полусферического резонатора гироскопа. Для измерения его свободных колебаний использовалась измерительная система стенда балансировки, имеющая погрешность измерений не более 1 % и средство измерения аналоговых сигналов, имеющая погрешность 0,05 % при измерении напряжения постоянного тока 10 В.

В проведенном эксперименте была показана эффективность использования электродных линий возбуждения стоячей волны в четырех углах $\{0^\circ, 22,5^\circ, 45^\circ, 67,5^\circ\}$. При этом время измерения в каждом угловом положении составляло 60 с, а частота дискретизации на отдельном измерительном канале – 33333 Гц. При этом каждое значение волновых переменных идентифицировались на 340 периодах резонансных колебаний.

Ключевые слова: твердотельный волновой гироскоп, резонансные колебания, волновая картина, идентификация, свободный выбег стоячих волн, механические погрешности, методики, измерения.

Введение

При длительном использовании интегрирующих волновых твердотельных гироскопов [1, 2] из-за «эксплуатационного старения» заводские настройки точности их выходных измерительных сигналов могут сбиваться. Это, в свою очередь, может приводить к значительному ухудшению технических характеристик систем инерциальной навигации и пространственной ориентации, построенных с использованием таких гироскопов.

На практике настройки точности твердотельных волновых гироскопов (ТВГ \equiv ВТГ) принято разделять на внутренние и внешние. Так, внутренние настройки, в первую очередь, свя-

заны с настройкой внутренних контуров управления волновыми процессами [3–6], а также с цифровой калибровкой измерительного устройства [7]. Для повышения их точности продолжают исследования по теории погрешностей [8–10] с выходом на технологические операции повышения точности гироскопов [11–12]. При этом в производственном цикле гироскопов не теряет своей актуальности задача идентификации их механических параметров [13–15].

В свою очередь, внешние настройки обычно предполагают введение функций дополнительной алгоритмической калибровки выходного сигнала ТВГ после его формирования в измерительном устройстве. В первую очередь, это спе-

циально измеряемая в лабораторных условиях «функция антидрейфа», которая идентифицируется регрессионно [16]. Она призвана компенсировать в выходном сигнале ТВГ неучтенные при его формировании наиболее сильно выраженные систематические зависимости от определяющих параметров и условий.

Характерной чертой таких функций алгоритмической калибровки является их сильная зависимость от углового положения осей жесткости и осей добротности резонатора ТВГ. Кроме этого, они также зависят от величины разностотности рабочих резонансных мод колебаний (по второй угловой гармонике) [17, 18] и от величины разностотности.

Важно отметить, что с ростом технологичности производства и точности изготовления ТВГ отмеченные факторы разностотности и разностотности обычно уменьшаются. При этом роль дополнительных калибровочных функций для выходного сигнала гироскопа тоже будет постепенно понижаться. А если они все же используются, то будет уменьшаться мера их грубости. В таких условиях небольшие изменения термонапряженного состояния механической конструкции гироскопов могут потребовать структурно-параметрической перенастройки калибровочных функций.

Все это указывает на то, что значимость эксплуатационного самотестирования интегрирующих ТВГ по мере повышения требований к их точности должна возрастать.

Целью статьи является рассмотрение разных подходов и алгоритмов для построения методик идентификации механических погрешностей резонаторов конструктивно собранных интегрирующих твердотельных волновых гироскопов. В качестве таких механических погрешностей неидеальности резонаторов выбраны угловые неравномерности их жесткостных и вязкостных свойств, включая угловые положение осей жесткости и добротности, средние жесткость и добротность, а также угловые разностотность (проявляется в виде разностотности) и разностотность.

Практическая реализация изучаемых вариантов процедур идентификации перечисленных механических параметров предполагается в рамках режима периодически возобновляемого свободного выбега стоячих волн. Для перехода к свободным колебаниям гироскопа временно отключается работа всех внутренних контуров управления колебательными процессами в резонаторе, в первую очередь контура активной параметрической подкачки резонанс-

ных колебаний. Такой переход от модели вынужденных колебаний резонатора гироскопа к модели его свободных колебаний позволяет уменьшить количество анализируемых и наблюдаемых факторов для идентификации выбранных механических погрешностей.

При этом наблюдение выбранного режима свободного выбега волновой картины выполняется собственным емкостным измерительным устройством гироскопа, входящим в состав его собранной конструкции. А для идентификации механических погрешностей резонаторов обрабатываются измеренные сигналы, полученные при разных начальных угловых положениях рабочей стоячей волны в моменты запуска режимов свободных колебаний.

В статье ставится задача рассмотреть разные потенциально возможные алгоритмы идентификации механических погрешностей резонаторов для последующей разработки соответствующих методик их контроля и диагностики при производстве твердотельных волновых гироскопов.

Отметим, что в книге [19] приведены широко применяемые на практике другие методики идентификации механических погрешностей резонаторов волновых твердотельных гироскопов. В одной из них с помощью последовательного повышения частоты возбуждения анализируются амплитудно-частотная и фазово-частотная характеристики резонатора для разных угловых положений рабочей стоячей волны. Во второй популярной методике анализируется фазово-угловая характеристика резонатора в таком активном режиме. Однако для практического применения этих методик требуются специальные лабораторные варианты измерительного устройства.

При изложении материала статьи часто будут использоваться уже готовые формулы, полученные и более подробно описанные в работе [20].

1. Внутренняя структура сигналов измерительного устройства

Приведем необходимые математические зависимости для последующего описания разных вариантов алгоритмов идентификации механических погрешностей резонаторов интегрирующих ТВГ.

В режиме свободных колебаний гироскопа (режим свободного выбега волновой картины) деформация кромки его полусферического резонатора описывается линейной суперпозицией двух рабочих резонансных гармоник:

$$W(\theta, t) = p(t) \cdot \cos 2(\theta - \theta_0) + q(t) \cdot \sin 2(\theta - \theta_0); \quad (2)$$
$$p(t) = a_p(t) \cos [\omega_p t - \varphi_{p0}], \quad q(t) = a_q(t) \cos [\omega_q t - \varphi_{q0}],$$

где $\theta_0 = \text{const}$ – угол ориентации одной из резонансных мод относительно приборных осей (x, y) измерительного устройства или угловое положение оси жесткости; $p(t), q(t)$ – резонансные переменные с постоянными и почти совпадающими частотами $\omega_p \approx \omega_q$ ($\omega_p < \omega_q$); (a_p, a_q) – их амплитуды в процессе свободных колебаний; $(\varphi_{p0}, \varphi_{q0})$ – остаточные близкие постоянные фазы на момент отключения системы активной подкачки колебаний резонатора.

Такой колебательный процесс (1) раскладывается на ортогональные во времени и в пространстве две стоячие волны, имеющие дополнительно наибольшую разницу амплитуд колебаний. Это основная (рабочая) $A(t)$ и квадратурная (паразитная) $B(t)$ волны:

$$W(\theta, t) = A(t) \cdot \cos 2(\theta - \theta_A(t)) + B(t) \cdot \sin 2(\theta - \theta_A(t));$$

$$A(t) = a_A(t) \cos [\omega(t) \cdot t - \alpha(t)], \quad (2)$$

$$B(t) = a_B(t) \sin [\omega(t) \cdot t - \alpha(t)],$$

где $\theta_A(t)$ – угловое положение рабочей волны A в приборной системе координат (x, y) ; $\alpha(t)$ – медленно изменяемая фаза стоячих волн; частоты $\omega(t)$ этих стоячих волн (A, B) совпадают и располагаются между близкими постоянными резонансными частотами (ω_p, ω_q) в зависимости от

приближения угла θ_A к соответствующей оси жесткости: $\omega^2 = \omega_p^2 \cos^2 \Psi + \omega_q^2 \sin^2 \Psi$, $\Psi \equiv 2(\theta_A - \theta_0)$.

Главной причиной появления почти незаметной квадратурной волны (с малой амплитудой $a_B / a_A \rightarrow 0$) является остаточная разночастотность рабочих резонансных мод (1). При этом одновременно будет проявляться медленный дрейф рабочей стоячей волны.

В силу малости квадратурной волны наблюдение колебательного процесса (1) фактически заменяется на наблюдение волнового процесса (2) на частоте $\omega(t)$. Оно выполняется в проекциях на приборные оси (x, y) через формирование двух измерительных сигналов $S_C(t)$ и $S_D(t)$ (рис. 1) со своими шумами измерений ε_C и ε_D :

$$S_C(t) = C(t) + \varepsilon_C, \quad S_D(t) = D(t) + \varepsilon_D,$$

$$W(\theta, t) = C(t) \cdot \cos 2\theta + D(t) \cdot \sin 2\theta; \quad (3)$$

$$C(t) = a_C(t) \cos [\omega(t) \cdot t - \varphi_C(t)],$$

$$D(t) = a_D(t) \cos [\omega(t) \cdot t - \varphi_D(t)],$$

где $a_C(t), a_D(t)$ и $\varphi_C(t), \varphi_D(t)$ – соответственно медленно изменяющиеся амплитуды и фазы непосредственно измеряемых сигналов; причем:

$$\alpha \approx \varphi_C \cdot \cos^2 2\theta_A + \varphi_D \cdot \sin^2 2\theta_A.$$

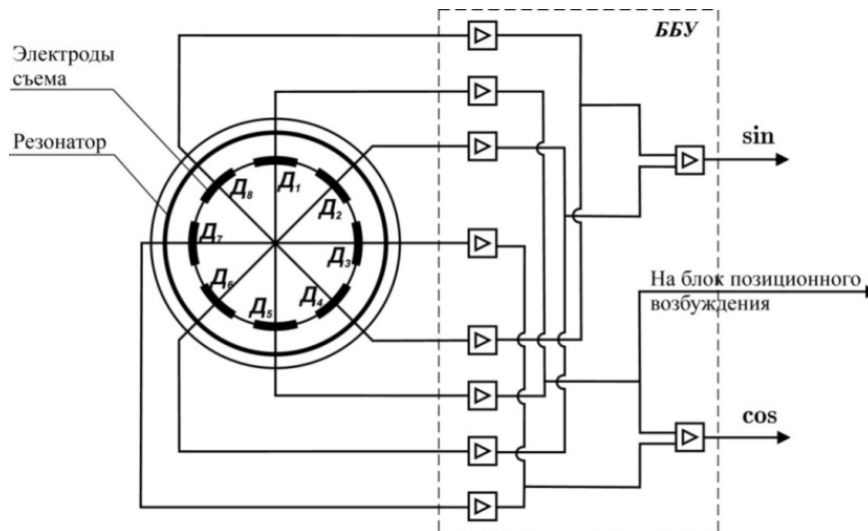


Рис. 1. Формирование сигналов (S_C, S_D) в измерительном устройстве
Fig. 1. Signal generation (S_C, S_D) in the measuring device

Так как сигналы (3) непосредственно физически не наглядны, поэтому на практике их обычно преобразуют обратно в сигналы (2), описывающие ортогональные во времени и в пространстве стоячие волны. При этом взаимные связи характеристик измеряемых (C, D), волновых (A, B) и резонансных (p, q) функций определяются зависимостями, вытекающими из (1)–(3):

$$C \cos 2\theta + D \sin 2\theta =$$

$$= A \cos 2(\theta - \theta_A) + B \sin 2(\theta - \theta_A) =$$

$$= p \cos 2(\theta - \theta_0) + q \sin 2(\theta - \theta_0).$$

Отсюда имеем:

$$C = A \cos 2\theta_A - B \sin 2\theta_A,$$

$$\begin{aligned}
 D &= A \sin 2\theta_A + B \cos 2\theta_A; \\
 A &= C \cos 2\theta_A + D \sin 2\theta_A, \\
 B &= -C \sin 2\theta_A + D \cos 2\theta_A; \\
 p &= A \cos \Psi - B \sin \Psi, \\
 q &= A \sin \Psi + B \cos \Psi, \Psi \equiv 2(\theta_A - \theta_0); \quad (4) \\
 p &= C \cos 2\theta_0 + D \sin 2\theta_0, \\
 q &= -C \sin 2\theta_0 + D \cos 2\theta_0; \\
 C^2 + D^2 &= A^2 + B^2 = p^2 + q^2.
 \end{aligned}$$

Эти выражения можно записать и в развернутом виде. Так, в частности, раскрытые зависимости в первой строчке (4) будут следующими:

$$\begin{aligned}
 C(t) &= a_C \cos \tau_C = a_A \cos \tau \cos 2\theta_A - a_B \sin \tau \sin 2\theta_A, \\
 D(t) &= a_D \cos \tau_D = a_A \cos \tau \sin 2\theta_A + a_B \sin \tau \cos 2\theta_A;
 \end{aligned}$$

и обратно:

$$\begin{aligned}
 A(t) &= a_A \cos \tau = \\
 &= a_C \cos \tau_C \cos 2\theta_A + a_D \cos \tau_D \sin 2\theta_A, \\
 B(t) &= a_B \sin \tau = \\
 &= -a_C \cos \tau_C \sin 2\theta_A + a_D \cos \tau_D \cos 2\theta_A,
 \end{aligned}$$

где обозначены: $\tau \equiv \omega t - \alpha$, $\tau_C \equiv \omega t - \varphi_C$, $\tau_D \equiv \omega t - \varphi_D$.

Кроме этого, из (4) получаются следующие важные для обработки сигналов взаимосвязи измеряемых и волновых переменных:

$$\begin{aligned}
 0 &= 4 \langle A(t) B(t) \rangle = \\
 &= -(a_C^2 - a_D^2) \sin 4\theta_A + 2 a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} \cos 4\theta_A; \\
 a_A^2 - a_B^2 &= (a_C^2 - a_D^2) \cos 4\theta_A + \\
 &+ 2 a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} \sin 4\theta_A = \max(\theta_A) \Rightarrow \\
 \Rightarrow \operatorname{tg} 4\theta_A &= 2 a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} / (a_C^2 - a_D^2) \approx \\
 &\approx 2 \langle C \cdot D \rangle / [\langle C^2 \rangle - \langle D^2 \rangle]; \\
 (a_A^2 - a_B^2) \sin 4\theta_A &= 2 a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD}; \\
 (a_A^2 - a_B^2) \cos 4\theta_A &= a_C^2 - a_D^2; \quad (5) \\
 a_A a_B &= a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD})^2 &= a_C^2 a_D^2 - a_A^2 a_B^2; \\
 a_A^2 &= a_C^2 \cos^2 2\theta_A + a_D^2 \sin^2 2\theta_A + \\
 &+ a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} \sin 4\theta_A, \\
 a_B^2 &= a_C^2 \sin^2 2\theta_A + a_D^2 \cos^2 2\theta_A - \\
 &- a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} \sin 4\theta_A; \\
 2 \langle A^2 \rangle &= a_A^2, 2 \langle B^2 \rangle = a_B^2; a_A^2 + a_B^2 = \\
 &= a_C^2 + a_D^2,
 \end{aligned}$$

где $\Delta\varphi_{CD} \equiv \varphi_C - \varphi_D$; $\langle f \rangle \equiv (1/T) \int_0^T f(t) dt \approx \approx \sum_i^n f/n$; n – число тактов усреднения; причем усреднение во времени выполняется с контролем периодичности $\langle \cos \tau \cdot \sin \tau \rangle = 0$.

Добавим к ним полезные зависимости, непосредственно формируемые измерительными сигналами (3):

$$\begin{aligned}
 2 \langle C(t) \cdot D(t) \rangle &= a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD}; \\
 2 \langle C(t) \cdot D(t - t_3) \rangle &= a_C a_D \sin \Delta\varphi_{CD} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \operatorname{tg} \Delta\varphi_{CD} &= \langle C(t) \cdot D(t - t_3) \rangle / \langle C(t) \cdot D(t) \rangle; \\
 (\omega t_3 &= \pi/2). \\
 2 \langle C^2 \rangle &= a_C^2, 2 \langle D^2 \rangle = a_D^2; \quad (6) \\
 a_C^2 - a_D^2 &= (a_A^2 - a_B^2) \cos 4\theta_A; \\
 a_C^2 + a_D^2 &= a_A^2 + a_B^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow a_C^2 &= a_A^2 \cos^2 2\theta_A + a_B^2 \sin^2 2\theta_A; \\
 a_D^2 &= a_A^2 \sin^2 2\theta_A + a_B^2 \cos^2 2\theta_A.
 \end{aligned}$$

Разные алгоритмы для идентификации медленно изменяющихся во времени характеристик $\{\theta_A(t), a_A(t), a_B(t), \alpha(t), \omega(t)\}$ стоячих волн подробно рассмотрены в предыдущих статьях авторов в этом журнале («Интеллектуальные системы в производстве»): «Методики исследования свободного выбега стоячих волн в твердотельном волновом гироскопе» (2020, № 3); «Имитационное моделирование точности идентификации характеристик твердотельного волнового гироскопа с настройкой вычислительных алгоритмов на периодичность сигналов» (2021, № 3); «Алгоритмы обработки измерительных сигналов в интегрирующем твердотельном волновом гироскопе» (2021, № 4) и «Исследование алгоритмов идентификации волновых параметров в твердотельных волновых гироскопах без настройки вычислений на периодичность сигналов» (2022, № 2).

Все они соответствуют разным математическим путям минимизации функционала ошибки:

$$\begin{aligned}
 J &= \langle [S_C(t) - C(t)]^2 + [S_D(t) - D(t)]^2 \rangle \rightarrow \\
 &\rightarrow \min \{a_A, a_B, \theta_A, \alpha, \omega\}.
 \end{aligned}$$

2. Знаки комплексных амплитуд колебательных процессов

Отдельно остановимся на выборе знаков амплитудных функций в выражениях (1)–(3). Так как наблюдаемый колебательный процесс представляет собой ярко выраженные проекции рабочей стоячей волны A на оси приборной системы координат, поэтому в выражениях (2)

и везде далее амплитуду a_A традиционно считаем положительной (что соответствует физическим измерениям).

Так как при $B \rightarrow 0$ из (4) имеем $C \approx A \cos 2\theta_A$, $D \approx A \sin 2\theta_A$, поэтому при выборе знаков амплитудных функций измеряемых переменных (C, D) возможны два пути. С физической точки зрения амплитуды a_C и a_D должны быть положительными. В этом случае создаваемая смена знака какой-либо функции C или D при пересечении рабочей стоячей волной A соответствующей измерительной оси будет отражаться в скачке их фаз на величину π .

Однако с математической точки зрения удобнее работать с непрерывными фазовыми и амплитудными функциями. В этом случае для упрощения последующих выкладок знакам амплитудных функций a_C, a_D разрешим быть произвольными. При этом фазовое рассогласование $\Delta\varphi_{CD}$ везде будет являться непрерывной малой величиной, кроме моментов пересечения стоячими волнами измерительных осей (здесь будут наблюдаться локальные всплески разнофазности $\Delta\varphi_{CD} \rightarrow \pm \pi/2$).

Поэтому в дальнейших математических зависимостях физически наблюдаемые скачки фаз измерительных сигналов на величину π будем условно переносить в изменение знака амплитудных функций a_C, a_D .

Аналогично поступим и с амплитудной функцией a_B квадратурной волны. В соответствии с (2), (4) имеем:

$$A = p \cos \Psi + q \sin \Psi, B = -p \sin \Psi + q \cos \Psi,$$

$$\Psi \equiv 2(\theta_A - \theta_0);$$

$$p(t) = a_p(t) \cos [\omega_p t - \varphi_{p0}],$$

$$q(t) = a_q(t) \cos [\omega_q t - \varphi_{q0}],$$

где $\omega_q \approx \omega_p$, $\varphi_{p0} \approx \varphi_{q0}$; $a_p \geq 0$, $a_q \geq 0$; положительность a_A обеспечивается синхронизацией резонансных колебаний в угловом положении θ_A .

Так как в общем случае функция B может иметь произвольный знак (смена знака возникает при пересечении рабочей стоячей волной A , соответствующей оси жесткости), поэтому для удобства записи последующих формул знак амплитуды a_B будем принимать тоже произвольным.

При этом, если в расчетах знак a_B получился отрицательным, тогда для перехода к физически положительной амплитуде квадратурной волны потребуется к фазе волны B добавить π .

Таким образом, из угловых соответствий (4) для разных переменных всегда можно уточнить знаки амплитудных функций a_B, a_C, a_D , а на эта-

пе физической интерпретации получаемых результатов считать эти амплитуды положительными, «переносить» их знаки в соответствующие скачки фаз на величину π .

3. Наблюдение волновых процессов в других осях

Для поиска и анализа осей жесткости резонатора, а также для общего случая наблюдения за волновыми процессами может оказаться удобным ввести некоторые виртуальные оси (X, Y) (условно их можно назвать осями специального наблюдения), развернутые относительно приборных осей (C, D) на некоторый выбираемый угол θ_x по аналогии с (4).

Нахождения амплитуд и фаз таких сигналов (X, Y) выполним в два шага. Сначала в приборной системе координат (x, y) вычислим ортогональные волновые функции (A, B), а потом от них через угол $\Psi_x \equiv 2(\theta_A - \theta_x)$ вернемся к виртуальным измерительным осям (X, Y). При этом будут справедливы все соотношения типа (5) и (6), в которых следует формально заменить (C, D) на (X, Y), а угол $2\theta_A$ – на $\Psi_x \equiv 2(\theta_A - \theta_x)$. Выпишем некоторые из них:

$$X = C \cos 2\theta_x + D \sin 2\theta_x;$$

$$Y = -C \sin 2\theta_x + D \cos 2\theta_x;$$

$$X = A \cos \Psi_x - B \sin \Psi_x; Y = A \sin \Psi_x + B \cos \Psi_x;$$

$$a_X^2 = a_A^2 \cos^2 \Psi_x + a_B^2 \sin^2 \Psi_x;$$

$$a_Y^2 = a_A^2 \sin^2 \Psi_x + a_B^2 \cos^2 \Psi_x; \quad (7)$$

$$a_X^2 + a_Y^2 = a_A^2 + a_B^2 = a_C^2 + a_D^2;$$

$$a_X a_Y \sin \Delta\varphi_{XY} = a_A a_B = a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD}.$$

Заметим, что частоты этих новых сигналов будут изменяться в зависимости от углового положения Ψ_x по формулам

$$\omega_x^2 = \omega_p^2 \cos^2 \Psi_x + \omega_q^2 \sin^2 \Psi_x,$$

$$\omega_y^2 = \omega_p^2 \sin^2 \Psi_x + \omega_q^2 \cos^2 \Psi_x.$$

Частным случаем можно рассмотреть совпадение осей (X, Y) с осями жесткости резонатора (p, q), что эквивалентно: (X, Y) := (p, q); $\theta_x := \theta_0$, $\Psi_x := \Psi$, где $\Psi \equiv 2(\theta_A - \theta_0)$. При этом в (5) следует заменить (C, D) на (p, q), а угол $2\theta_A$ – на угол Ψ :

$$a_A^2 = a_p^2 \cos^2 \Psi + a_q^2 \sin^2 \Psi + a_p a_q \cos \Delta\varphi_{pq} \sin 2\Psi,$$

$$a_B^2 = a_p^2 \sin^2 \Psi + a_q^2 \cos^2 \Psi - a_p a_q \cos \Delta\varphi_{pq} \sin 2\Psi;$$

$$a_A^2 + a_B^2 = a_p^2 + a_q^2, \quad (8)$$

$$(a_A^2 - a_B^2) \cos 2\Psi = a_p^2 - a_q^2,$$

$$(a_A^2 - a_B^2) \sin 2\Psi = 2a_p a_q \cos \Delta\varphi_{pq},$$

$$a_A a_B = a_p a_q \sin \Delta\varphi_{pq};$$

$$\sin 2\Psi = 2 a_A a_B \operatorname{ctg} \Delta\varphi_{pq} / (a_A^2 - a_B^2),$$

где $\Delta\varphi_{pq}(t) \equiv \Delta\omega_{qp} t + \Delta\varphi_{pq0}$; $\Delta\omega_{qp0} \equiv \omega_q - \omega_p = \text{const}$; $\Delta\varphi_{pq0} \equiv \varphi_{p0} - \varphi_{q0} = \text{const}$.

Выписанные соотношения важны для анализа режима свободных колебаний резонатора, в котором стоячие волны (A, B) являются суперпозицией независимых резонансных колебаний (p, q).

При этом из последнего соотношения в (8) для $\sin 2\Psi$ подтверждается, что совмещение рабочей стоячей волны A с одной из осей жесткости ($\Psi = 0$) возможно только в случае отсутствия ортогональной ей во времени квадратурной волны: $a_B = 0$ (так как в общем случае $\operatorname{ctg} \Delta\varphi_{pq} \neq 0$). Причем при пересечении волной A этой оси жесткости знак Ψ меняется, а значит, и знак введенной амплитудной функции a_B квадратурной волны тоже должен измениться. Напомним, что в эксперименте при работе с наблюдаемой положительной амплитудой a_B будет иметь место «скачок» фазы на ступеньку π .

4. Идентификация и контроль сохранности жесткостных свойств резонатора гироскопа

Рассмотрим конструктивно собранный твердотельный волновой гироскоп (в своем рабочем состоянии) в режиме свободного выбега стоячих волн с выбранным начальным угловым положением θ_A рабочей стоячей волны. Для этого периодически возобновляется активная раскачка резонатора в рабочем режиме и одновременно поворотом основания выполняется установка рабочей стоячей волны в требуемое угловое начальное положение. После достижения требуемой амплитуды рабочей стоячей волны A активное возбуждение резонатора прекращается. Далее резонатор после некоторого переходного процесса наблюдается в режиме собственных свободных колебаний на своих двух близких резонансных модах по второй угловой гармонике. Такой режим продолжается до тех пор, пока амплитуда рабочей стоячей волны A не опустится ниже критической. Это будет являться сигналом к возобновлению режима активной параметрической раскачки резонатора гироскопа.

Так как современные полусферические кварцевые резонаторы имеют высокую добротность (более 10^6), поэтому режим свободных колебаний получается достаточно продолжительным, что обычно позволяет измерить интересующие нас характеристики резонансных колебаний. В то же время отметим, что его длительности для резонаторов с малой разночастотностью будет недостаточно, чтобы проявилась стати-

стическая независимость рассматриваемых двух резонансных мод (p, q).

Напомним, что в рассматриваемом режиме свободных колебаний уравнения резонатора в его осях жесткости имеют следующий известный вид:

$$\begin{aligned} \ddot{p} + 2\nu_p \dot{p} + \omega_p^2 p + 2(\nu_{pq} - \Omega K)\dot{q} &= 0, \\ \ddot{q} + 2\nu_q \dot{q} + \omega_q^2 q + 2(\nu_{qp} + \Omega K)\dot{p} &= 0; \end{aligned} \quad (9)$$

где $2\nu_p = (\mu_0 + \Delta\mu \cdot \cos 4\theta_\mu) \cdot \omega_p^2$; $2\nu_{pq} = \Delta\mu \times \sin 4\theta_\mu \cdot \omega_q^2$; $2\nu_q = (\mu_0 - \Delta\mu \cdot \cos 4\theta_\mu) \cdot \omega_q^2$; $2\nu_{qp} = \Delta\mu \cdot \sin 4\theta_\mu \cdot \omega_p^2$; Ω – угловая скорость вращения гироскопа вокруг его оси симметрии; K – масштабный коэффициент; угловое распределение коэффициента демпфирования в общем случае может иметь свои оси добротности, расположенные под углом θ_μ к приборным осям (и не совпадающие с осями жесткости):

$$\mu(\theta) = \mu_0 + 2\Delta\mu \cdot \cos 4(\theta - \theta_\mu), \quad |\Delta\mu|/\mu_0 \ll 1.$$

Из (9) видно, что для неподвижного гироскопа ($\Omega = 0$) с учетом малости вклада $\Delta\mu$ имеем почти независимость резонансных переменных (1). В то же время при наличии вращения гироскопа ($\Omega \neq 0$) связанность колебаний по резонансным осям становится значимой, что приводит к перераспределению амплитуд (a_p, a_q). Заметим, что при этом временное изменение разнофазности $\Delta\varphi_{pq}(t) \equiv \Delta\omega_{qp} t + \Delta\varphi_{pq0}$ не должно претерпевать дополнительных изменений (так как резонансные частоты сохраняются неизменными).

Тогда при умеренно медленном вращении гироскопа с некоторой угловой скоростью Ω (чтобы не создавать дополнительные переходные процессы под действием побочных инерционных нагрузок) рабочая стоячая волна A будет в процессе своего углового перемещения последовательно проходить оси измерительного устройства и оси жесткости.

Так, в моменты прохождения приборных осей измерительного устройства (x, y) будет наблюдаться локальный всплеск разнофазности $\Delta\varphi_{CD} = \pm \pi/2$ (в соответствии с зависимостью $a_A a_B = a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD}$).

В свою очередь, при прохождении осей жесткости (p, q) должно наблюдаться изменение знака функции a_B (что было показано в конце предыдущего пункта). И это является наилучшим критерием для поиска углового положения θ_0 осей жесткости резонатора.

Заметим, что при этом не требуется постоянство угловой скорости вращения Ω . Это может

быть произвольное «ручное» угловое вращение гироскопа с поиском угла изменения знака амплитудной функции a_B . А на практике контроль смены знака комплексной амплитуды $a_B(\theta_A)$ может выполняться и при эксплуатации гироскопа, т. е. в процессе непрерывно изменяемой и анализируемой функции вращения гироскопа.

Таким образом, поворачивая гироскоп, с помощью выбранного алгоритма идентификации (см. ранее отмеченные статьи авторов в этом журнале за 2020–2022 гг.) одновременно выполняем расчет функций: θ_A , $a_A(\theta_A)$ и $a_B(\theta_A)$. Из них для поиска углового положения θ_0 осей жесткости резонатора выбираем смену знака функции $a_B(\theta_A)$. Такой критерий $J_1 \equiv \text{sign} [a_B(\theta_A)]$ имеет наибольшую чувствительность к углу θ_0 .

Заметим, что в упоминаемых алгоритмах идентификации более легко вычисляется квадрат амплитуды квадратурной волны. Однако получающийся критерий $J_2 \equiv a_B^2(\theta_A) \rightarrow \min(\theta_A)$ из-за пологости своей формы вблизи экстремума будет иметь значительно меньшую чувствительность по углу $\theta_A \rightarrow \theta_0$.

То же самое можно сказать и о других критериях. Например, так как колебательная энергия при повороте гироскопа только перераспределяется между резонансными модами (суммарно почти не изменяясь), поэтому уменьшение $a_B^2(\theta_A)$ приведет к увеличению $a_A^2(\theta_A)$. Отсюда получаем еще один «пологий» критерий $J_3 \equiv a_A^2(\theta_A) - a_B^2(\theta_A) \rightarrow \max(\theta_A)$.

В то же время с точки зрения упрощения расчетов при измерениях может оказаться удобнее критерий J_1 заменить с учетом (3), (5) на следующий:

$$J_4 \equiv \text{sign} [a_A a_B] = \text{sign} [a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD}] = \\ = \text{sign} \langle S_C(t) \cdot S_D(t - t_3) \rangle,$$

где t_3 – задержка сигнала на четверть периода колебаний резонатора: $\omega t_3 = \pi/2$, ω – средняя частота колебаний резонатора.

А критерий J_2 – соответственно:

$$2J_5 \equiv a_A^2 a_B^2 = (a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD})^2 = \\ = a_C^2 a_D^2 - (a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD})^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow J_5 = \langle S_C^2 \rangle \cdot \langle S_D^2 \rangle - \langle S_C \cdot S_D \rangle^2 \rightarrow \min(\theta_A).$$

Идентифицировав таким образом угловое положение θ_0 осей жесткости резонатора, дальнейшее исследование его механических погрешностей следует проводить при неподвижном основании ($\Omega = 0$) для разных выбираемых начальных углов θ_A режима свободного выбега.

Для этого сначала по формулам (7) «виртуально» развернем приборные оси (x, y) в оси резонансных колебаний (p, q) и будем наблюдать волновые процессы непосредственно в этих независимых осях:

$$p = C \cos 2\theta_0 + D \sin 2\theta_0, q = \\ = -C \sin 2\theta_0 + D \cos 2\theta_0.$$

В этом случае все требующиеся зависимости будут повторять (5) и (6), но уже для новых осей наблюдения (p, q). Например, для контроля правильности нахождения угла θ_0 можно использовать следующие зависимости в (5):

$$\sin 4(\theta_A - \theta_0) = 2a_p a_q \cos \Delta\varphi_{pq} / (a_A^2 - a_B^2) \approx \\ \approx \langle p(t) \cdot q(t) \rangle / (\langle p^2 \rangle + \langle q^2 \rangle) = \\ = \langle p(t) \cdot q(t) \rangle / (\langle C^2 \rangle + \langle D^2 \rangle).$$

$\cos 4(\theta_A - \theta_0) = (a_p^2 - a_q^2) / (a_A^2 - a_B^2) \approx (a_p^2 - a_q^2) / \\ / (a_p^2 + a_q^2) = (\langle p^2 \rangle - \langle q^2 \rangle) / (\langle C^2 \rangle + \langle D^2 \rangle)$, где $\text{tg } 4\theta_A = 2 a_C a_D \cos \Delta\varphi_{CD} / (a_C^2 - a_D^2) \approx \\ \approx 4 \langle S_C \cdot S_D \rangle / [\langle S_C^2 \rangle - \langle S_D^2 \rangle]$.

Кроме этого, такое наблюдение независимых резонансных мод колебаний в своих же осях позволит дополнительно к непосредственному измерению амплитуд резонансных мод $\{a_p(t), a_q(t)\}$ также оценивать неравномерность их затухания (разнодобротность по резонансным осям) и накапливаемую разнофазность $\Delta\varphi_{pq}(t)$:

$$2 \langle p^2 \rangle = a_p^2, 2 \langle q^2 \rangle = a_q^2; 2 \langle p(t) \cdot q(t) \rangle = \\ = a_p a_q \cos \Delta\varphi_{pq},$$

$$2 \langle p(t) \cdot q(t - t_3) \rangle = a_p a_q \sin \Delta\varphi_{pq}, (\omega t_3 = \pi/2); (10)$$

$$\text{tg} \Delta\varphi_{pq} = \langle p(t) \cdot q(t - t_3) \rangle / \langle p(t) \cdot q(t) \rangle.$$

На практике непосредственно измерить сверхмалую разночастотность резонатора ТВГ с требуемой высокой точностью $10^{-7} \div 10^{-8}$ от значения средней частоты оказывается крайне сложно из-за ее малости и присутствия шумов измерений. Поэтому в режиме свободных колебаний ее можно попробовать идентифицировать опосредованно – по линейной функции накопления фазового сдвига $\Delta\varphi_{pq}(t) \equiv \Delta\omega_{qp} t + \Delta\varphi_{pq0}$. При этом для малых значений разнофазности следует заменить $\text{tg} \Delta\varphi_{pq} \approx \Delta\varphi_{pq}$.

Кроме зависимостей (10) для идентификации фазового набега $\Delta\varphi_{pq}(t)$ можно применить и другие зависимости (получающиеся из ранее приведенных их аналогов), например:

$$\text{tg } 4(\theta_A - \theta_0) = K_{pq} \cdot \cos \Delta\varphi_{pq}, \\ K_{pq} \equiv 2a_p a_q / (a_p^2 - a_q^2).$$

Учтем, что в случае неподвижного основания ($\Omega = 0$) имеют место: $a_p \approx \text{const}$, $a_q \approx \text{const}$ (эти амплитуды будут уменьшаться только вследствие малого конструкционного демпфирования колебаний). Тогда, устанавливая рабочую стоячую волну в угловом сегменте $-\pi/16 < (\theta_A - \theta_0) < \pi/16$ и выполняя линеаризацию функции $\text{tg } 4(\theta_A - \theta_0)$, можно попробовать оценить разностотность через измерение ее малого углового дрейфа:

$$\theta_A(t) \approx \theta_0 + (K_{pq}/4) \cdot \cos(\Delta\omega_{qp}t + \Delta\varphi_{pq0}).$$

Однако при малой разностотности резонансных колебаний такое угловое перемещение волновой картины, скорее всего, не успеет проявиться на относительно небольшом интервале свободных колебаний резонатора.

Также можно попробовать наблюдать временное изменение зависимости $a_A a_B = a_p a_q \sin \Delta\varphi_{pq}$. После ее дифференцирования получим:

$$\begin{aligned} (\partial/\partial t)(a_A \cdot a_B) &= a_A \cdot \partial a_B / \partial t + a_B \cdot \partial a_A / \partial t = \\ &= [\Delta\omega_{qp} \cdot (a_p \cdot a_q)] \cdot \cos \Delta\varphi_{pq}. \end{aligned}$$

Отсюда с учетом $a_A a_B = a_D a_C \sin \Delta\varphi_{CD} = \langle S_C(t) \cdot S_D(t - t_3) \rangle$ имеем:

$$\Delta\omega_{qp} \approx (\partial/\partial t) \langle S_C(t) \cdot S_D(t - t_3) \rangle / 2 \langle p(t) \cdot q(t) \rangle. \quad (11)$$

На практике окончательный выбор методики идентификации жесткостных свойств резонатора гироскопа, основывающейся на разных приведенных вариантах формул, зависит от результатов их экспериментальной проверки для соответствующих партий изготавливаемых гироскопов.

5. Идентификация вязкостных свойств резонатора гироскопа

В ранее выписанных уравнениях (9) свободных колебаний резонатора были учтены оси добротности, расположенные под углом θ_μ к приборным осям. Их расхождение в общем случае с осями жесткости может быть вызвано особенностями распределения микротрещин по поверхности кварцевого резонатора, создаваемыми в процессе его изготовления.

Идентификацию и контроль сохранности таких вязкостных свойств резонатора гироскопа следует выполнять при неподвижном основании ($\Omega = 0$) для разных начальных углов θ_A его вхождения в режим свободного выбега. При этом будут представлять интерес особенности экспоненциального затухания во времени создаваемых свободных колебаний, что потребует удлинения сеансов наблюдений (по сравнению с поиском осей жесткости).

Так как основная колебательная энергия заключена в рабочей стоячей волне A (квадратурная волна B почти незаметна), поэтому диссипацию энергии следует оценивать по ослаблению ее амплитуды $a_A(\theta_A, t)$ в разных угловых направлениях θ_A расположения волны.

Для математического описания этих процессов в режиме свободного выбега стоячих волн при $\Omega = 0$ уравнения свободных резонансных колебаний (9) можно преобразовать в аналогичные им уравнения, но для медленно изменяемых амплитуд стоячих волн:

$$\begin{aligned} \dot{a}_A + \nu[1 + \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)] \cdot a_A + \\ + \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_0) \cdot a_B = 0, \\ \dot{a}_B + \nu[1 - \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)] \cdot a_B - \\ - \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_0) \cdot a_A = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

где $\delta\mu \equiv \Delta\mu / \mu_0$, $\nu \equiv \mu_0 \omega^2 / 2$, $2\Delta\omega = \Delta\omega_{qp}$ – разностотность, $4\Delta\mu$ – разноствязкость (аналог разностдобротности),

Упростим (12) с учетом малости квадратурной волны ($a_B/a_A \rightarrow 0$):

$$\begin{aligned} \dot{a}_A + \nu[1 + \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)] \cdot a_A \approx 0, \\ \dot{a}_B + \nu \cdot a_B \approx \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_0) \cdot a_A. \end{aligned} \quad (13)$$

Кроме этого, обычно можно считать, что при малых разностотности и разностдобротности дрейф рабочей стоячей волны будет незначительным на временных интервалах ее свободного затухания: $\theta_A(t) \approx \text{const}$.

Тогда, отпуская возбужденную рабочую стоячую волну в разных угловых положениях θ_A и измеряя временное изменение ее амплитуды $a_A(\theta_A, t)$, из первого уравнения (13) можно идентифицировать коэффициенты средней вязкости (ν) и относительной разноствязкости ($\delta\mu$), а также угол оси (θ_μ) разностдобротности. Для этого требуется его решение

$$a_A(\theta_A, t) = \exp\{-\nu t [1 + \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)]\} \quad (14)$$

наилучшим образом «совместить» с измеренными временными функциями $a_A(\theta_A, t)$ при последовательно изменяемых углах θ_A в интервале $(0, \pi/4)$.

При физической интерпретации также удобно для разных начальных углов θ_A восстанавливать функцию, пропорциональную:

$\tau(\theta_A) = 1 / \{\nu [1 + \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)]\} = 2 Q(\theta_A) / \omega$, которая представляет собой время, за которое амплитуда собственных колебаний уменьшится в e раз, где $Q(\theta_A)$ – функция добротности.

Заметим, что выбор расширенного интервала $(0, \pi/2)$ перебора углов θ_A позволит менять ролями измерительные каналы (C, D) , а значит, появится возможность опосредованно контролировать неравномерность коэффициентов усиления в них.

Далее при известной функции (14) из второго уравнения (13):

$$\dot{a}_B + v \cdot a_B \approx \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_0) \cdot a_A$$

можно дополнительно к (10), (11) контролировать величину разночастотности $(\Delta\omega)$, а также при необходимости и угол оси жесткости (θ_0) .

Заметим, что здесь еще раз подтверждается ранее отмеченное свойство смены знака амплитудной функции $a_B(\theta_A, t)$ при пересечении рабочей стоячей волной осей жесткости резонатора гироскопа (при $\theta_A \rightarrow \theta_0$).

6. Идентификация механических параметров резонатора через поиск параметров его математической модели

Рассмотрим разные алгоритмы одновременного нахождения сразу всех неизвестных механических параметров, входящих в более полную математическую модель (12). Похожий подход отчасти описан в [21, 22].

При этом в качестве выбираемой модели лучше всего использовать уравнения (12) для результирующих волновых функций (A, B) . Но в ряде случаев для уменьшения промежуточных расчетов можно попробовать работать и с аналогичными уравнениями, записанными относительно непосредственно измеряемых функций (C, D) в (3). Однако получаемая при этом модель становится более громоздкой и менее физически наглядной. Поэтому ее здесь выписывать не будем, а на практике к ее отладке лучше переходить уже после завершения настройки модели (12) на соответствующие эксперименты.

Для идентификации механических параметров резонатора в рамках модели (12) сначала разделим в ней измеряемые и неизвестные параметры:

$$\begin{aligned} \dot{a}_A + v \cdot a_A + \Delta v_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) + \Delta v_S \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \\ + \Delta\omega_C \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S \cdot (a_B \cos 4\theta_A) = 0, \\ \dot{a}_B + v \cdot a_B - \Delta v_C \cdot (a_B \cos 4\theta_A) - \Delta v_S \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \\ - \Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\Delta v_C \equiv v\delta\mu \cos 4\theta_\mu$, $\Delta v_S \equiv v\delta\mu \sin 4\theta_\mu$,

$\Delta\omega_C \equiv \Delta\omega \cos 4\theta_0$, $\Delta\omega_S \equiv \Delta\omega \sin 4\theta_0$.

Здесь измеряемыми величинами (точнее, вычисляемыми через измерительные сигналы (3)) являются функции:

$$f(\theta_A, t) = \{\dot{a}_A, a_A, (a_A \cos 4\theta_A), (a_A \sin 4\theta_A); \dot{a}_B, a_B, (a_B \sin 4\theta_A), (a_B \cos 4\theta_A)\}. \quad (16)$$

А искомыми постоянными параметрами будут следующие пять коэффициентов: $v, \Delta v_C, \Delta v_S, \Delta\omega_C, \Delta\omega_S$.

После их нахождения вычислить интересные нас параметры разночастотности и разнодобротности уже не составит труда:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 4\theta_\mu &= \Delta v_S / \Delta v_C, \delta\mu^2 = (\Delta v_S^2 + \Delta v_C^2) / v^2, \\ \operatorname{tg} 4\theta_0 &= \Delta\omega_S / \Delta\omega_C, \Delta\omega^2 = \Delta\omega_S^2 + \Delta\omega_C^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Для выписанной линейной относительно искомых параметров модели (15) могут быть применены стандартные процедуры идентификации неизвестных коэффициентов линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом для более корректного вычисления скоростей изменения (\dot{a}_A, \dot{a}_B) в условиях шумов измерений (3) рекомендуется функции (16) предварительно пропускать через сглаживающие фильтры.

Такую идентификацию можно выполнять и вне лабораторных условий (без отдельной процедуры точной установки угла θ_A выбега волны). В таких случаях будет удобнее применять градиентную непрерывную процедуру минимизации накапливаемой суммы квадратичных ошибок уравнений (15) с учетом их усреднения одновременно по времени t и по ансамблю реализаций (по разным начальным углам θ_A выбега свободных колебаний).

Отдельно остановимся на особенностях идентифицируемой системы уравнений (15). Так, первой особенностью являются сильно отличающиеся порядки величин внутри каждого из уравнений, так как $\Delta v_C, \Delta v_S, \Delta\omega_C, \Delta\omega_S \ll v$. В этом случае для выравнивания вклада значений искомых параметров рекомендуется уравнения (15) заменить на следующие:

$$\begin{aligned} (\dot{a}_A + v_0 \cdot a_A) + \Delta v \cdot a_A + \Delta v_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) + \Delta v_S \times \\ \times (a_A \sin 4\theta_A) + \Delta\omega_C \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S \cdot (a_B \cos 4\theta_A) = 0, \\ (\dot{a}_B + v_0 \cdot a_B) + \Delta v \cdot a_B - \Delta v_C \cdot (a_B \cos 4\theta_A) - \Delta v_S \times \\ \times (a_B \sin 4\theta_A) - \Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) = 0, \end{aligned}$$

где вместо измеряемых функций (\dot{a}_A, \dot{a}_B) выбраны другие функции $(\dot{a}_A + v_0 \cdot a_A)$ и $(\dot{a}_B + v_0 \cdot a_B)$, в которых заданный коэффициент v_0 представляет собой предварительную оценку v , которая в последующем уточняется

с помощью идентифицированного малого приращения $\Delta v = v - v_0$.

Второй особенностью системы уравнений (15) являются сильно отличающиеся порядки величин квадратичных ошибок первого и второго уравнений (т. к. $a_B / a_A \rightarrow 0$) в суммарном критерии идентификации, а также часто пониженная достоверность восстановленных через измерения (3) малых амплитудных функций a_B квадратурной волны (по сравнению с достоверностью рассчитанных a_A).

Чтобы показать это влияние на результаты идентификации, преобразуем систему уравнений (15) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \dot{a}_A + v \cdot a_A + (\Delta v_C \cdot a_A - \Delta \omega_S \cdot a_B) \cos 4\theta_A + \\ + (\Delta v_S \cdot a_A + \Delta \omega_C \cdot a_B) \sin 4\theta_A = 0, \\ \dot{a}_B + v \cdot a_B + (\Delta \omega_S \cdot a_A - \Delta v_C \cdot a_B) \cos 4\theta_A - \\ - (\Delta \omega_C \cdot a_A + \Delta v_S \cdot a_B) \sin 4\theta_A = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Пренебрегая здесь вкладом малых слагаемых, приближенно примем:

$$\begin{aligned} \dot{a}_A + v \cdot a_A + (\Delta v_C \cdot a_A) \cos 4\theta_A + \\ + (\Delta v_S \cdot a_A) \sin 4\theta_A \approx 0, \\ \dot{a}_B + v_0 \cdot a_B + (\Delta \omega_S \cdot a_A) \cos 4\theta_A - \\ - (\Delta \omega_C \cdot a_A) \sin 4\theta_A \approx 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Тогда с использованием первого уравнения можно независимо идентифицировать $v, \Delta v_C, \Delta v_S$, а с помощью второго уравнения (18): $\Delta \omega_C, \Delta \omega_S$.

Наименьшую вычислительную сложность в решении задачи идентификации отмеченных ранее трех коэффициентов первого уравнения (19) обеспечивает выбор трех углов: $\theta_{A1} = \theta_A, \theta_{A2} = \theta_A + \pi / 8, \theta_{A3} = \theta_A + \pi / 4$. В этом случае имеем следующие три уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{A1} + v \cdot a_{A1} + (\Delta v_C \cdot a_{A1}) \cos 4\theta_A + \\ + (\Delta v_S \cdot a_{A1}) \sin 4\theta_A = 0, \\ \dot{a}_{A2} + v \cdot a_{A2} - (\Delta v_C \cdot a_{A2}) \sin 4\theta_A + \\ + (\Delta v_S \cdot a_{A2}) \cos 4\theta_A = 0, \\ \dot{a}_{A3} + v \cdot a_{A3} - (\Delta v_C \cdot a_{A3}) \cos 4\theta_A - \\ - (\Delta v_S \cdot a_{A3}) \sin 4\theta_A = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

При этом из первого и третьего уравнений получаем:

$$\partial(a_{A1} a_{A3}) / \partial t + v \cdot (a_{A1} a_{A3}) = 0. \quad (21)$$

Находя отсюда $v = v_0$, из первого и второго уравнений (20) после несложных преобразований будем иметь:

$$\begin{aligned} \Delta v_C = -[(\dot{a}_{A1} + v_0 \cdot a_{A1}) / a_{A1}] \cdot \cos 4\theta_A + \\ + [(\dot{a}_{A2} + v_0 \cdot a_{A2}) / a_{A2}] \cdot \sin 4\theta_A, \\ \Delta v_S = -[(\dot{a}_{A1} + v_0 \cdot a_{A1}) / a_{A1}] \cdot \sin 4\theta_A - \\ - [(\dot{a}_{A2} + v_0 \cdot a_{A2}) / a_{A2}] \cdot \cos 4\theta_A. \end{aligned} \quad (22)$$

Аналогично поступаем со вторым уравнением (19), в которое подставляем уже найденное значение v_0 . В этом случае легко находятся:

$$\begin{aligned} \Delta \omega_S = -[(\dot{a}_{B1} + v_0 \cdot a_{B1}) / a_{A1}] \cdot \cos 4\theta_A + \\ + [(\dot{a}_{B2} + v_0 \cdot a_{B2}) / a_{A2}] \cdot \sin 4\theta_A, \\ \Delta \omega_C = [(\dot{a}_{B1} + v_0 \cdot a_{B1}) / a_{A1}] \cdot \sin 4\theta_A + \\ + [(\dot{a}_{B2} + v_0 \cdot a_{B2}) / a_{A2}] \cdot \cos 4\theta_A. \end{aligned} \quad (23)$$

Заметим, что аналогичные (22), (23) вычисления можно дополнительно провести для пары углов $\theta_{A2} = \theta_A + \pi / 8, \theta_{A3} = \theta_A + \pi / 4$. А найденные результаты потом усреднить с результатами для углов $\theta_{A1} = \theta_A, \theta_{A2} = \theta_A + \pi / 8$.

Для повышения точности результатов идентификации можно выбрать и четыре угла: $\theta_{A1} = \theta_A, \theta_{A2} = \theta_A + \pi / 8, \theta_{A3} = \theta_A + \pi / 4, \theta_{A4} = \theta_A + 3\pi / 8$. В этом случае две пары углов (θ_{A1}, θ_{A3}) и (θ_{A2}, θ_{A4}) позволят более точно вычислить $v = v_0$ с использованием (21). А другие комбинации (θ_{A1}, θ_{A2}), (θ_{A2}, θ_{A3}), (θ_{A1}, θ_{A4}), (θ_{A3}, θ_{A4}) через усреднение их результатов расчета обеспечат более точные значения $\Delta v_C, \Delta v_S, \Delta \omega_C, \Delta \omega_S$.

Отдельно остановимся на выборе опорного угла θ_A . На практике его подбор рекомендуется выполнять из условия получения наиболее высоких значений амплитуд квадратурной волны. Но в то же время для упрощения расчетов (22), (23) удобно выбирать $\theta_A = 0$ (т. е. совпадающим с измерительной осью), для которого получим:

$$\begin{aligned} \Delta v_C = -(\dot{a}_{A1} + v_0 \cdot a_{A1}) / a_{A1}, \\ \Delta v_S = (\dot{a}_{A2} + v_0 \cdot a_{A2}) / a_{A2}, \\ \Delta \omega_S = -(\dot{a}_{B1} + v_0 \cdot a_{B1}) / a_{A1}, \\ \Delta \omega_C = (\dot{a}_{B2} + v_0 \cdot a_{B2}) / a_{A2}. \end{aligned}$$

В общем же случае выбор списка начальных углов $\{\theta_A\}$ свободного выбега стоячих волн рекомендуется проводить с параллельным вычислением числа обусловленности δ матрицы получаемой системы алгебраических уравнений для метода минимизации квадратичной ошибки идентификации (пока не будет достигнуто нужное его значение).

Приведенный алгоритм (21)–(23) наиболее просто решает задачу идентификации в приближенной постановке. При необходимости полученные им результаты можно уточнить путем

градиентной минимизации суммы квадратичных ошибок уравнений (15) с учетом их усреднения одновременно по времени t и по начальным углам θ_A выбега свободных колебаний.

Однако можно попробовать выполнить уточняющую идентификацию и с использованием исходных уравнений (18). Во-первых, из их сравнения с приближенным аналогом (19) формально можно выполнить замены:

$$\begin{aligned} \dot{a}_A &\leftrightarrow \dot{a}_A + \varepsilon_A, \\ \varepsilon_A &\equiv -(\Delta\omega_S \cdot a_B) \cos 4\theta_A + (\Delta\omega_C \cdot a_B) \sin 4\theta_A, \\ \dot{a}_B &\leftrightarrow \dot{a}_B + \varepsilon_B, \\ \varepsilon_B &\equiv -(\Delta v_C \cdot a_B) \cos 4\theta_A - (\Delta v_S \cdot a_B) \sin 4\theta_A, \end{aligned}$$

в которых расчет уточняющих величин ε_A и ε_B осуществляется приближенно по результатам нахождения $v, \Delta v_C, \Delta v_S, \Delta\omega_C, \Delta\omega_S$ из решения (21)–(23).

Во-вторых, можно также попробовать и непосредственно решать сразу общую задачу идентификации (18). Выберем здесь прежние три контрольных угла: $\theta_{A1} = \theta_A, \theta_{A2} = \theta_A + \pi/8, \theta_{A3} = \theta_A + \pi/4$. Тогда для первого и третьего углов из первого уравнения (18) вместо (20) будем иметь:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{A1} + v \cdot a_{A1} + (\Delta v_C \cdot a_{A1} - \Delta\omega_S \cdot a_{B1}) \cos 4\theta_A + \\ + (\Delta v_S \cdot a_{A1} + \Delta\omega_C \cdot a_{B1}) \sin 4\theta_A = 0, \\ \dot{a}_{A3} + v \cdot a_{A3} - (\Delta v_C \cdot a_{A3} - \Delta\omega_S \cdot a_{B3}) \cos 4\theta_A - \\ - (\Delta v_S \cdot a_{A3} + \Delta\omega_C \cdot a_{B3}) \sin 4\theta_A = 0. \end{aligned}$$

Отсюда подтверждается справедливость идентификации v из уравнения (21). Далее при найденном $v = v_0$ запишем уравнения (18) для первого и второго контрольных углов:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{A1} + v_0 \cdot a_{A1} &= -(\Delta v_C \cdot a_{A1} - \Delta\omega_S \cdot a_{B1}) \cos 4\theta_A - \\ &- (\Delta v_S \cdot a_{A1} + \Delta\omega_C \cdot a_{B1}) \sin 4\theta_A, \\ \dot{a}_{A2} + v_0 \cdot a_{A2} &= (\Delta v_C \cdot a_{A2} - \Delta\omega_S \cdot a_{B2}) \sin 4\theta_A - \\ &- (\Delta v_S \cdot a_{A2} + \Delta\omega_C \cdot a_{B2}) \cos 4\theta_A; \\ \dot{a}_{B1} + v_0 \cdot a_{B1} &= -(\Delta\omega_S \cdot a_{A1} - \Delta v_C \cdot a_{B1}) \cos 4\theta_A + \\ &+ (\Delta\omega_C \cdot a_{A1} + \Delta v_S \cdot a_{B1}) \sin 4\theta_A, \\ \dot{a}_{B2} + v_0 \cdot a_{B2} &= (\Delta\omega_S \cdot a_{A2} - \Delta v_C \cdot a_{B2}) \sin 4\theta_A + \\ &+ (\Delta\omega_C \cdot a_{A2} + \Delta v_S \cdot a_{B2}) \cos 4\theta_A, \end{aligned}$$

Получили систему из четырех линейных уравнений относительно неизвестных $\Delta v_C, \Delta v_S, \Delta\omega_C, \Delta\omega_S$. Для упрощения ее решения можно выбрать случай $\theta_A = 0$, для которого получаем уже две системы по два уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{a}_{A1} + v_0 \cdot a_{A1} &= -\Delta v_C \cdot a_{A1} + \Delta\omega_S \cdot a_{B1}, \\ \dot{a}_{A2} + v_0 \cdot a_{A2} &= -\Delta v_S \cdot a_{A2} - \Delta\omega_C \cdot a_{B2}; \\ \dot{a}_{B1} + v_0 \cdot a_{B1} &= -\Delta\omega_S \cdot a_{A1} + \Delta v_C \cdot a_{B1}, \\ \dot{a}_{B2} + v_0 \cdot a_{B2} &= \Delta\omega_C \cdot a_{A2} + \Delta v_S \cdot a_{B2}. \end{aligned}$$

Отметим, что для повышения точности расчетов по приведенным выше формулам в них следует везде ввести усреднение по времени для каждого из выбранных углов θ_A .

В заключение кратко укажем на важность построения методик на основе комбинирования алгоритмов из предыдущих пунктов. Например, если угловое положение осей жесткости θ_0 уже выявлено через смену знака квадратурной амплитудной функции в критерии $J_1 \equiv \text{sign}[a_B(\theta_A)]$, тогда из уравнений (12) вместо (15) будем иметь более простую модель идентификации

$$\begin{aligned} \dot{a}_A + v \cdot a_A + \Delta v_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) + \Delta v_S \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \\ + \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_0) \cdot a_B = 0, \\ \dot{a}_B + v \cdot a_B - \Delta v_C \cdot (a_B \cos 4\theta_A) - \Delta v_S \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \\ - \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_0) \cdot a_B = 0, \end{aligned}$$

уже с четырьмя параметрами идентификации $v, \Delta v_C, \Delta v_S, \Delta\omega$. Для их нахождения минимально потребуется использование двух начальных угловых положений (θ_{A1}, θ_{A2}) свободных выбегов стоячих волн.

Можно предложить и другие варианты комбинирования разных методик и алгоритмов. Итоговый выбор наилучшей из них будет ясен только после их длительной апробации в производственном цикле изготовления и настройки реальных твердотельных волновых гироскопов.

7. Экспериментальное исследование механических погрешностей резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов в режиме свободного выбега стоячих волн

Использованная в экспериментах методика включала следующие шаги: 1) раскочка стоячей волны в выбранном угловом направлении θ_A ; 2) отключение контура ее активного возбуждения; 3) регистрация и анализ сигналов (C, D) в осях измерительного устройства; 4) пересчет их в сигналы (A, B) стоячих ортогональных волн; 5) идентификация параметров математической модели (12), которая преобразовывалась в модель (15) с вычислением скоростей изменения амплитуд стоячих волн с помощью схем численного дифференцирования. Задача идентификации решалась традиционным методом наименьших квадратов и сводилась к решению системы линейных алгебраических уравнений.

В качестве идентифицируемых параметров были выбраны следующие: величина разностотности Δf [Гц] $= \Delta\omega_{qp} / 2\pi = \Delta\omega / \pi$; угловое положение оси жесткости θ_0 ; угловое положение оси вязкости θ_μ ; средняя добротность $Q = \omega / 2\nu = \omega\tau / 2 = \pi f\tau$ (ν – средний коэффициент конструкционного демпфирования) и величина разностотности $\Delta Q = \pi f \Delta\tau$.

При решении задачи идентификации дополнительно выполнялось вычисление числа (δ) обусловленности матрицы системы алгебраических уравнений метода наименьших квадратов

для модели (15), так как она характеризует меру влияния погрешностей на вычисляемые результаты. Для этого использовалась стандартная процедура в пакете MATLAB.

Если обусловленность получалась недостаточной, выполнялись измерения для дополнительного угла свободного выбега и метод наименьших квадратов применялся уже к расширенному массиву измерений. Для улучшения обусловленности задачи идентификации иногда использовались до четырех выбегов, создаваемых в разных угловых положениях θ_A (рис. 2).

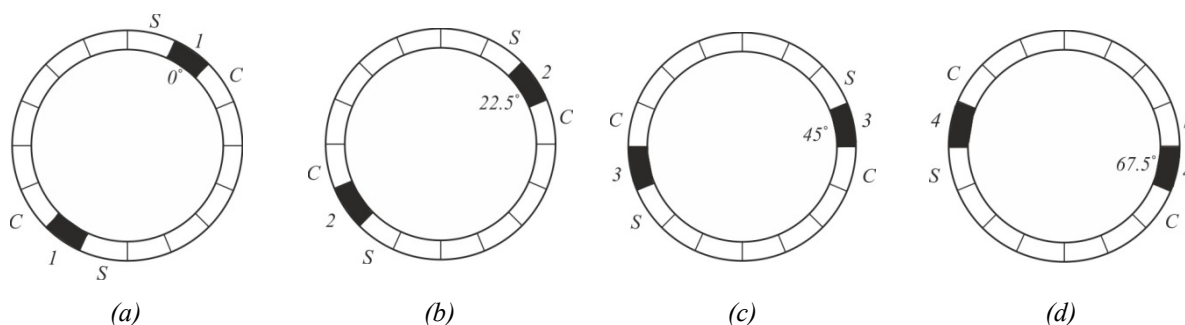


Рис. 2. Варианты углового положения возбуждаемой стоячей волны
 Fig. 2. Variants of the angular position of the excited standing wave

Идентификация механических погрешностей была выполнена для одного технологического экземпляра кварцевого полусферического резонатора. Измерение сигналов ($C, D \equiv S$) проводилось на разных углах первоначального возбуж-

дения стоячей волны с использованием 16 электродов по кругу (путем переключения электродов, отвечающих за позиционное осевое возбуждение, рис. 2). Полученные результаты идентификации показаны в таблице.

Результаты идентификации физических параметров резонатора
Results of identification of physical parameters of the resonator

№	θ_A	δ	$Q, 10^6$	$\Delta Q, 10^5$	$\theta_\mu, ^\circ$	$\theta_0, ^\circ$	$\Delta f, 10^{-4}$ Гц
1	0°, 22.5°	54.4	3.91	1.52	71.0	66.4	5.23
2	0°, 45°	131.9	3.78	3.4	75.6	64.3	5.47
3	0°, 67.5°	53.0	3.8	1.15	9.2	64.9	5.33
4	22.5°, 45°	51.7	3.88	3.28	85.2	66.4	5.31
5	22.5°, 67.5	178.7	3.83	15.5	89.7	26.0	2.30
6	45°, 67.5	53.0	3.86	2.89	3.2	64.9	5.40
7	0°, 22.5°, 45°	2.8	3.77	1.78	0.7	66.3	5.34
8	0°, 22.5°, 67.5	2.9	3.78	1.59	89.4	65.6	5.30
9	0°, 45°, 67.5	2.8	3.77	1.79	87.9	65.0	5.41
10	22.5°, 45°, 67.5	3.1	3.79	1.98	89.5	65.6	5.38
11	0°, 22.5°, 45°, 67.5	2.1	3.78	1.78	89.4	65.6	5.36

Из них видно, что в данном эксперименте наиболее эффективным оказалось использование четырех углов возбуждения стоячей волны {0°, 22.5°, 45°, 67.5°}. При этом время измерения в каждом угловом положении составляло 60 с, а частота дискретизации сигналов на отдельном измерительном канале – 33333 Гц. Каждое значение волновых переменных иденти-

фицировалось на 340 периодах резонансных колебаний.

Для измерения свободных колебаний кварцевого полусферического резонатора ТВГ использовалась измерительная система стенда балансировки, имеющая погрешность измерений не более 1 %, и средство измерения аналоговых сигналов, имеющее погрешность 0,05 % при измерении напряжения постоянного тока 10 В.

Анализ результатов

Таким образом, в статье предложено и проанализировано несколько разных вариантов определяющих формул для построения алгоритмов и методик идентификации механических погрешностей конструктивно собранных резонаторов твердотельных волновых гироскопов в режиме свободного выбега их стоячих волн. Наблюдение такого режима выполняется собственным емкостным измерительным устройством гироскопа, входящим в состав его собранной конструкции. А для идентификации механических погрешностей резонаторов обрабатываются измеренные сигналы, полученные при разных начальных угловых положениях рабочей стоячей волны в моменты запуска периодически возобновляемого свободного выбега стоячих волн, когда временно отключается работа контура активной параметрической подкачки резонансных колебаний.

В периодически возобновляемые периоды свободных колебаний выполняются: регистрация и анализ сигналов в двух осях измерительного устройства; пересчет этих сигналов в сигналы рабочей и квадратурной стоячих волн; идентификация параметров математической модели для таких стоячих волн, записанной в их медленно изменяемых амплитудах.

В состав искоемых механических погрешностей резонаторов гироскопов включены следующие их физические параметры: величины остаточной разночастотности и разнородности, а также угловые положения осей вязкости и осей жесткости конструкций резонаторов.

Важность их идентификации связана с производственной актуальностью задач повышения точностных характеристик гироскопов. А также она обусловлена тем, что от временной стабильности таких погрешностей в процессе длительной эксплуатации гироскопов зависит правомочность применения уточняющих заводских калибровочных функций антидрейфа.

Дополнительно для поиска осей жесткости приведена методика с настраиваемым поворотом оси резонатора гироскопа во время свободного выбега колебательной картины. В ней поиск осей жесткости производится по смене знака амплитудной функции квадратурной волны, а также рассмотрены и другие критерии.

Все остальные алгоритмы идентификации разработаны для неподвижного основания гироскопа, но с набором разных углов вхождения в режим свободного выбега. Сначала для случая малой остаточной разночастотности приведены математические зависимости для методики из-

мерения демпфирующих свойств резонатора: среднего коэффициента демпфирования, остаточной разнородности и углового положения ее осей. После этого детально проанализированы несколько вариантов алгоритмов идентификации механических параметров резонаторов гироскопов через поиск неизвестных коэффициентов их математических моделей. Среди них рассмотрены случаи, предназначенные для лабораторных и для полевых условий.

В качестве практической апробации наиболее общей методики идентификации выполнено лабораторное исследование одного технологического экземпляра кварцевого полусферического резонатора гироскопа. Для измерения его свободных колебаний использовалась измерительная система стенда балансировки, имеющая погрешность измерений не более 1 % и средство измерения аналоговых сигналов, имеющая погрешность 0,05 % при измерении напряжения постоянного тока 10 В.

В проведенном эксперименте была показана целесообразность использования электродных линий возбуждения стоячей волны в четырех углах $\{0^\circ, 22,5^\circ, 45^\circ, 67,5^\circ\}$. При этом время измерения в каждом угловом положении составляло 60 с, а частота дискретизации на отдельном измерительном канале – 33333 Гц. При этом каждое значение волновых переменных идентифицировались на 340 периодах резонансных колебаний.

Приведенные алгоритмы и построенные на их основе методики могут входить составной частью в интеллектуальную систему сопровождения производства и настройки гироскопов. В том числе, они могут оказаться полезными в сопровождающих эксплуатационных процессах непрерывного наблюдения, контроля и диагностики без необходимости дополнительного использования специального лабораторного измерительного оборудования.

Библиографические ссылки

1. Климов Д. М., Журавлев В. Ф., Жбанов Ю. К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М. : Ким Л. А., 2017. 194 с.
2. Zhuravlev V.Ph., Perelyaev S.E. Current state and scientific and technological forecast of a revolutionary breakthrough in wave solid-state gyroscope technology // Information Innovative Technologies. Materials of the International scientific - practical conference. Prague, 2020. P. 113-119.
3. Журавлёв В. Ф. Пространственный осциллятор Ван-дер-Поля. Технические приложения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 1. С. 158–164.

4. Журавлёв В. Ф. О формировании обратных связей в пространственном осцилляторе Ван-дер-Поля // Прикладная математика и механика. 2020. Т. 84, № 2. С. 151–157.

5. Теория двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Технические приложения в новых волновых твердотельных гироскопах / С. Е. Переляев, В. Ф. Журавлев, Б. П. Бодунов, С. Б. Бодунов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб., 2021. С. 307–311.

6. Маслов Д. А., Меркурьев И. В. Влияние нелинейных свойств электростатических датчиков управления на динамику цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 6. С. 88–110.

7. Трутнев Г. А., Назаров С. Б., Первозчиков К. К. Система съема и способы измерения колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 2020. № 1 (130). С. 20–63.

8. Басараб М. А., Лунин Б. С., Колесников А. В. Численно-аналитическое решение дифференциального уравнения свободных колебаний упругого кольца при произвольном законе поворота основания // Динамика сложных систем – XXI век. 2020. Т. 14, № 2. С. 5–15.

9. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 25–36.

10. Исследование нелинейных высокоинтенсивных динамических процессов в неидеальном резонаторе волнового твердотельного гироскопа / М. А. Басараб, Д. С. Вахлярский, Б. С. Лунин, Е. А. Чуманкин // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб., 2020. С. 276–279.

11. Чуманкин Е. А., Лунин Б. С., Басараб М. А. Особенности балансировки металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов // Динамика сложных систем – XXI век. 2018. Т. 12, № 4. С. 85–95.

12. Басараб М. А., Лунин Б. С., Чуманкин Е. А. Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов общего применения // Динамика сложных систем – XXI век. 2021. Т. 15, № 1. С. 58–68.

13. Маслов Д. А. Идентификация параметров гироскопа с цилиндрическим резонатором при учете влияния нелинейности на амплитуду возбуждающего воздействия. // Машиностроение и инженерное образование. 2017. № 1 (50). С. 24–31.

14. Разработка методов идентификации параметров нелинейной математической модели волнового твердотельного гироскопа / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция

по интегрированным навигационным системам. СПб, 2020. С. 244–247.

15. Басараб М. А., Иванов И. П., Лунин Б. С. Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа на основе нейросетевого авторегрессионного алгоритма прогнозирования временных рядов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб, 2021. С. 291–293.

16. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа / Г. И. Джанджгава, К. А. Бахонин, Г. М. Виноградов, А. В. Требухов // Гироскопия и навигация. 2008. № 1 (60). С. 22–32.

17. Козубняк С. А. Расщепление собственных частот колебаний цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа, вызванное возмущением формы // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2015. № 3. С. 39–49.

18. Расчет расщепления собственной частоты цилиндрического резонатора твердотельного волнового гироскопа на основе численного интегрирования высокой точности / О. С. Нарайкин, Ф. Д. Сорокин, А. М. Гуськов, С. А. Козубняк, Д. С. Вахлярский // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. № 5 (89). С. 4.

19. Матвеев В. А., Липатников В. И., Алехин А. В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э.Баумана, 1997. 168 с.

20. Шишаков К. В. Твердотельные волновые гироскопы: волновые процессы, управление, системная интеграция. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2018. 264 с.

21. Определение параметров резонатора твердотельного волнового гироскопа и моделирование по экспериментальным данным / А. В. Кривов, Р. В. Мельников, Ф. И. Спиридонов, Г. А. Трутнев // Вестник Казанского государственного технического университета им. А. Н. Туполева, Казань. 2019. № 2, вып. 1. С. 22.

22. Mingazov R.I., Spiridonov F.I., Vikhlyayev I.A., Shishakov K.V. Comparison of methods for determining the physical parameters of a solid-state wave gyroscope // Instrumentation engineering, electronics and telecommunication – 2020 : сборник статей VI Международного форума. 2020. С. 6–11.

References

1. Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhbanov Yu.K. *Kvartsevyi polusfericheskiy rezonator (Volnovoi tverdotel'nyi giroskop)* [Quartz hemispherical resonator (Wave solid-state gyroscope)]. Moscow: Kim L.A. Publ. 2017. 194 p. (in Russ.)

2. Zhuravlev V.Ph., Perelyayev S.E. Current state and scientific and technological forecast of a revolutionary breakthrough in wave solid-state gyroscope technology In Information Innovative Technologies. Materials of the International scientific - practical conference. Prague, 2020. P. 113-119.

3. Zhuravlev V.F. [Spatial oscillator Van der Pola. Technical appendices Proceedings of the Russian Acad-

emy of Sciences]. Solid state mechanics. 2020. No. 1. Pp. 158-164 (in Russ.).

4. Zhuravlev V.F. [On the formation of feedbacks in the spatial oscillator of Van der Pol]. Applied Mathematics and Mechanics. 2020. Vol. 84, no. 2. Pp. 151-157 (in Russ.).

5. Perelyaev S.E., Zhuravlev V.F., Bodunov B.P., Bodunov S.B. *Teoriya dvmernogo ostsillyatora Van-der-Polya. Tekhnicheskie prilozheniya v novykh volnovykh tverdotel'nykh giroskopakh* [Theory of the two-dimensional oscillator van der Pol. Technical applications in new wave solid-state gyroscopes]. XXVIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannykh navigatsionnym sistemam [Proc. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg, 2021. P. 307-311 (in Russ.).

6. Maslov D.A., Merkur'yev I.V. [Influence nonlinear properties of electrostatic control sensors on the dynamics of a cylindrical resonator of a wave solid-state gyroscope]. IRAN. Solid state mechanics. 2021. No. 6. Pp. 88-110 (in Russ.).

7. Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K. [Removal system and methods of measuring the oscillations of the resonator of a solid-state wave gyroscope]. Vestnik MSTU. Ser. Instrumentation No1 (130). 2020. Pp. 20-63 (in Russ.).

8. Basarab M.A., Lunin B.S., Kolesnikov A.V. [Numerical-analytical solution of the differential equation of free oscillations of the elastic ring at an arbitrary law of rotation of the base]. Dynamics of complex systems - XXI century. 2020. Vol. 14. No. 2. Pp. 5-15 (in Russ.).

9. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkur'yev I.V., Podalkov V.V. [Compensation for the departures of the wave solid-state gyroscope caused by anisotropy of the elastic properties of the monocrystalline resonator]. Gyroscopy and navigation. 2020. Vol. 28, no. 2. Pp. 25-36 (in Russ.).

10. Basarab M.A., Vakhlyarsky D.S., Lunin B.S., Chumankin E.A. *Issledovanie nelineinykh vysokointensivnykh dinamicheskikh protsessov v neideal'nom rezonatore volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Investigation of nonlinear high-intensity dynamic processes in an imperfect resonator of a wave solid-state gyroscope]. XXVII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannykh navigatsionnym sistemam [Proc. XXVII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg, 2020. Pp. 276-279 (in Russ.).

11. Chumankin E.A., Lunin B.S., Basarab M.A. [Features of balancing metal resonators of wave solid-state gyroscopes]. Dynamics of complex systems - XXI century. 2018. Vol. 12, no. 4. Pp. 85-95 (in Russ.).

12. Basarab M.A., Lunin B.S., Chumankin E.A. [Balancing of metal resonators of wave solid-state gyroscopes of general application]. Dynamics of complex systems - XXI century. 2021. Vol. 15, no. 1. Pp. 58-68 (in Russ.).

13. Maslov D.A. [Identification of gyroscope parameters with a cylindrical resonator when taking into

account the effect of nonlinearity on the amplitude of the excitation effect]. Mechanical Engineering and Engineering Education. 2017. No. 1. Pp. 24-31 (in Russ.).

14. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkur'yev I.V., Podalenkov V.V. [Development of methods for identifying parameters of a nonlinear mathematical model of a wave solid-state gyroscope]. [XXVII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg, 2020. Pp. 244-247 (in Russ.).

15. Basarab M.A., Ivanov I.P., Lunin B.S. *Identifikatsiya parametrov volnovogo tverdotel'nogo giroskopa na osnove neirosetevogo avtoregressionnogo algoritma prognozirovaniya vremennykh ryadov* [Identification of parameters of a wave solid-state gyroscope based on a neural network autoregression algorithm for predicting time series]. XXVIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannykh navigatsionnym sistemam [Proc. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg, 2021. Pp. 291-293 (in Russ.).

16. Janjgava G.I., Bakhonin K.A., Vinogradov G.M., Trebukhov A.V. [Platformless inertial navigation system based on solid-state wave gyroscope]. Gyroscopy and navigation. 2008. No. 1. Pp. 22-32.

17. Kozubnyak S.A. [Splitting of the natural frequencies of oscillations of the cylindrical resonator of the wave solid-state gyroscope, caused by perturbation of the form]. Vestnik MSTU named after N.E. Bauman. Series "Instrument-making". 2015. No. 3. Pp. 39-49 (in Russ.).

18. Naraikin O.S., Sorokin F.D., Guskov A.M., Kozubnyak S.A., Vakhlyarsky D.S. [Calculation of the splitting of the natural frequency of the cylindrical resonator of a solid-state wave gyroscope based on numerical integration of high accuracy]. Journal of Engineering: Science and Innovation. 2019. No. 5. P. 4 (in Russ.).

19. Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alekhine A.V. *Proektirovanie volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Design of a wave solid-state gyroscope]. Moscow: Izd-vo MSTU named after N.E. Bauman, 1997. 168 p. (in Russ.).

20. Shishakov K.V. *Tverdotel'nye volnovye giroskopy: volnovye protsessy, upravlenie, sistemnaya integratsiya* [Solid wave gyroscopes: wave processes, control, system integration]. Izhevsk : Izd-vo IzhGTU, 2018. 264 p. (in Russ.).

21. Krivov A.V., Melnikov R.V., Spiridonov F.I., Trutnev G.A. [Determination of the parameters of the resonator of a solid-state wave gyroscope and modeling according to experimental data]. Vestnik of the Kazan State Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan. 2019. No. 2, issue 1, p. 22 (in Russ.).

22. Mingazov R.I., Spiridonov F.I., Vikhlyayev I.A., Shishakov K.V. Comparison of methods for determining the physical parameters of a solid-state wave gyroscope. In Instrumentation engineering, electronics and telecommunication – 2020. Izhevsk. Collection of articles of the VI International Forum. 2020. Pp. 6-11.

Identification of Solid-State Wave Gyroscopes Resonator Mechanical Errors in the Mode of Free Run-out of Standing Waves

R. I. Mingazov, Postgraduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

F. I. Spiridonov, Postgraduate, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

K. V. Shishakov, DSc in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

To improve the accuracy of the output signals of solid-state wave integrating gyroscopes, various options for algorithms to identify mechanical errors of their resonators in the mode of occasionally switched mode of standing waves free run-out are considered. The measured physical parameters selected are: multi-frequency, Q factor and multi-potency, viscosity axes and stiffness axes of gyroscope resonators.

Most algorithms are designed for methods of resonator mechanical errors production control and include the following stages: swinging a standing wave in the selected angular direction; circuit cut off of its active excitation; signal recording and analysis within two axes of measuring device; identification of mathematical model parameters for standing waves, recorded in their slowly changing amplitudes. Additionally, to search for stiffness axes, a technique with adjustable gyroscope resonator rotation axis is given.

As a mathematical basis for the derivation and justification of the proposed identification algorithms, the necessary theoretical dependencies are given, explaining the processes of formation and processing the internal measuring signals in solid-state wave gyroscopes.

As a practical testing of the most common identification technique, a laboratory study of one technological specimen of a quartz hemispherical gyroscope resonator was performed. To measure its free oscillations, a measuring system of the balancing stand was used, with measurement error up to 1% and a means of analog signals measurement, with an error of 0.05% when measuring a DC voltage of 10V.

The experiment carried out showed the effective use of electrode excitation lines of standing wave for four angles $\{0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ\}$. At the same time, the measurement time at each angular position was 60 seconds, and the sampling frequency of a separate measuring channel was 33,333 Hz. Herewith, each value of the wave variables was identified at 340 periods of resonant oscillations.

Keywords: solid-state wave gyroscope, resonant oscillations, wave pattern, identification, methods, measurements, free run-up of standing waves, mechanical errors, methods, measurements.

Получено: 25.04.22