

УДК 621.658.012.531

DOI: 10.22213/2410-9304-2022-2-50-60

Динамический анализ оптимизационной функции в рамках вибраций роторных систем ветроэлектрической установки

В. И. Буяльский, кандидат технических наук,
Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия

Решена задача построения базовой и оптимизационной функции в рамках динамического анализа вибрационных полей роторных систем ветроэнергетической установки, как одной из подзадач востребованных для дальнейшей разработки математических алгоритмов динамического поведения системы с целью модификации автоматизированного управления ветроэлектрической установкой, которая обеспечивает уменьшение вибраций всех элементов роторных систем в условиях нагруженности привода при разных режимах эксплуатации энергоагрегата, что способствует улучшению показателей надежности составляющих частей современных ветроустановок. Оптимизационная функция имеет существенное преимущество относительно базовой в результате минимизации участков с явно проявляющимися и пиковыми вибрациями в диапазоне частот 190–310 рад/с, характерными для негативных случаев изменения скорости ветра в большую сторону и уменьшения величины потребляемой электроэнергии в рабочем режиме ветроэнергетической установки при разных условиях эксплуатации.

Произведено измерение уровней вибраций сигналов с явно выраженными пиками на всем диапазоне частот в независимости от уровня амплитуды, выполнен расчет продольных, изгибных и крутильных колебаний собственных частот роторных систем.

Проведен динамический анализ частотных взаимодействий элементов конструкции и силовых воздействий от лопастных элементов на основе расчетных данных коэффициента динамичности для вибрационного участка базовой функции на частоте 310 рад/с с наибольшей амплитудой вибрации. Наименьшая передаваемая динамическая сила составляет 20,1 % от общей и воздействует на продольные колебания роторной системы «ветроколесо – ведущая шестерня», максимальная передаваемая динамическая сила в 100 % приходится на вторую оборотную частоту 314 рад/с и является резонансной. В оптимизационной модели указанные явления не проявляются в результате отсутствия вибрационных участков для исследуемых частот собственных и оборотных колебаний.

Ключевые слова: оптимизационная модель, вибрационное поле, собственная частота колебаний, ветротурбина, роторная система, коэффициент динамичности.

Введение

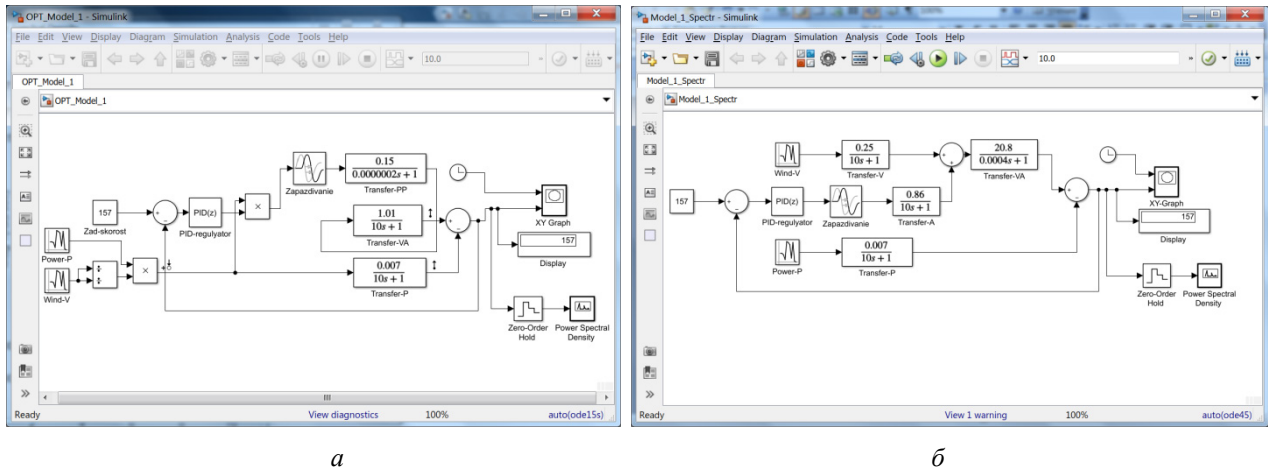
Современная технология производства электроэнергии путем использования энергии ветра имеет ряд проблем, которые негативным образом влияют на повышение эффективности преобразования энергии. Широко используемые методы управления ветроэнергетической установкой в условиях быстро изменяющихся ветровых и электрических нагрузок не обеспечивают должной стабильности частоты вращения ротора ветротурбины, что отрицательно влияет на надежность и продолжительность безаварийной работы ветроэлектрических агрегатов, экономии производимой электроэнергии при собственном потреблении, а также на эффективность использования энергии ветра. Решение этих проблем возможно лишь при наличии эффективного автоматизированного управления ветроэнергетической установкой [1–9].

Цель выполненных исследований – произвести динамический анализ оптимизационной функции в рамках вибраций роторных систем

ветротурбины, как одной из подзадач, востребованных для модификации автоматизированного управления ветроэлектрической установкой, которая обеспечивает уменьшение вибраций всех элементов роторных систем в условиях нагруженности привода при разных режимах эксплуатации энергоагрегата, что способствует улучшению показателей надежности составляющих частей современных ветроустановок.

Построение функции в рамках анализа вибрационных полей агрегата в целом

Для реализации процесса построения функции в рамках анализа вибрационных полей агрегата в целом в имитационной модели регулирования угловой скорости ротора ветроколеса использован блок Power Spectral Density, который осуществляет построение графика оценки спектральной плотности сигнала. Рис. 1, а характеризует имитационную модель базовой функции [10], рис. 1, б – имитационную модель оптимизационной функции [11].



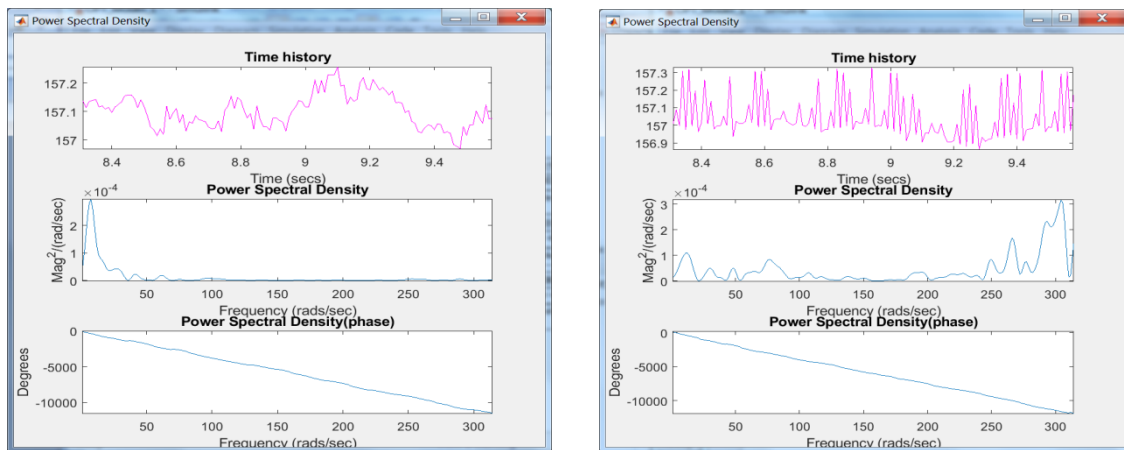
а

б

Рис. 1. Имитационная модель базовой и оптимизированной функции роторных систем ветрогенератора
 Fig. 1. Imitating model of the base and optimized functions rotor systems of wind-generator

Графики оценки спектральной плотности сигнала представлены на рис. 2: базовая функ-

ция (рис. 2, а); оптимизационная функция (рис. 2, б).



а

б

Рис. 2. Графики спектральной плотности сигнала базовой и оптимизированной функции роторных систем ветрогенератора
 Fig. 2. Graphs of spectral density of a signal of the base and optimized functions rotor systems of wind-generator

Таким образом, график спектральной плотности сигнала при базовой функции регулирования угловой скорости ротора ветротурбины (рис. 2, а) показывает вибрации на всем диапазоне частот, за исключением участка 157 рад/с (номинальная угловая скорость ротора ветротурбины) [11].

Пиковые вибрации наблюдаются в диапазоне частот: 190–310 рад/с, что характерно для негативных случаев: изменения скорости ветра в большую сторону и уменьшения величины потребляемой мощности электроэнергии в рабочем режиме энергоагрегата при разных условиях эксплуатации [12]. В оптимизационной функции регулирования угловой скорости ро-

тора ветротурбины (рис. 2, б) вибраций не наблюдается, за исключением диапазона частот Ω : 10–60 рад/с. Пиковые вибрации проявляются на участке: 10 рад/с, что характеризует набор угловой скорости ротора ветроколеса для выхода на номинальный уровень рабочего режима.

Замеры уровней вибраций сигналов

Замеры уровней вибраций реализуются в визуальном определении энергии спектра на выраженных пиках (рис. 2) в последующем переводе в децибелы по формуле [13]:

$$L_a = 20 \cdot \lg a / 1 \cdot 10^{-6}, \text{ дБ}, \quad (1)$$

где a – среднеквадратичное значение виброускорения, м/с^2 ; $1 \cdot 10^{-6}$ – (a_0) нулевой порог виброускорения, м/с^2 .

При вычислении спектральной плотности среднеквадратичное значение виброускорения a по существу выражает среднюю мощность, заключенную в частотном диапазоне шириной

1 рад/с [14]: $\text{mag}^2/\text{рад/с}$ (рис. 2), что соответствует выражению (1).

Таким образом, в соответствии с вышеизложенным, используя выражение (1), в табл. 1 представлены замеры уровней вибраций.

Таблица 1. Замеры уровней вибраций сигналов
Table 1. Measurements of signal vibration levels

Базовая функция						Оптимизационная функция		
Частота замеров Ω , рад/с	Измеренные значения a , $\text{mag}^2/\text{рад/с}$	Уровни вибраций L_a , дБ	Частота замеров Ω , рад/с	Измеренные значения a , $\text{mag}^2/\text{рад/с}$	Уровни вибраций L_a , дБ	Частота замеров Ω , рад/с	Измеренные значения a , $\text{mag}^2/\text{рад/с}$	Уровни вибраций L_a , дБ
10	$1,1 \cdot 10^{-4}$	41	210	$0,1 \cdot 10^{-4}$	20	10	$3,0 \cdot 10^{-4}$	49
30	$0,5 \cdot 10^{-4}$	34	220	$0,3 \cdot 10^{-4}$	28	30	$0,4 \cdot 10^{-4}$	32
45	$0,5 \cdot 10^{-4}$	34	230	$0,3 \cdot 10^{-4}$	30	40	$0,2 \cdot 10^{-4}$	26
75	$0,8 \cdot 10^{-4}$	38	240	$0,2 \cdot 10^{-4}$	24	60	$0,2 \cdot 10^{-4}$	26
110	$0,4 \cdot 10^{-4}$	32	250	$0,5 \cdot 10^{-4}$	34	100	$0,1 \cdot 10^{-4}$	14
117	$0,2 \cdot 10^{-4}$	26	270	$1,5 \cdot 10^{-4}$	44	250	$0,01 \cdot 10^{-4}$	0
140	$0,2 \cdot 10^{-4}$	26	280	$0,4 \cdot 10^{-4}$	32	290	$0,01 \cdot 10^{-4}$	0
150	$0,1 \cdot 10^{-4}$	20	290	$2,3 \cdot 10^{-4}$	47			
190	$0,5 \cdot 10^{-4}$	33	310	$3,2 \cdot 10^{-4}$	50			

Расчет продольных, крутильных и изгибных колебаний роторных систем

Для выявления структуры элементного проявления конструкции по модальным частотам при воздействии внешних сил следует определить собственные колебания роторных систем. Согласно [15] для корректного расчета необходимо задаваться функцией распределения массы.

Имитационная модель, представленная на рис. 1, построена на базе двух роторных систем с параметрами ветрогенератора USW56–100 [16]. Таким образом, эскиз осевого сечения роторных систем будет иметь вид (рис. 3) и размеры: $L1 = 0,3 \text{ м}$; $L2 = 1 \text{ м}$; $L3 = 0,2 \text{ м}$; $m1 = 1570 \text{ кг}$; $m2 = 140 \text{ кг}$; $m3 = 150 \text{ кг}$; $d2 = 0,15 \text{ м}$; $d1 = d3 \cdot m1/m3 = 6,3 \text{ м}$; $d3 = 0,6 \text{ м}$; $L_{y1} = L_{y2} = (L1 + L2 + L3)/2 = 0,75 \text{ м}$; $L4 = 0,2 \text{ м}$; $L5 = 0,8 \text{ м}$; $L6 = 0,6 \text{ м}$; $m4 = 50 \text{ кг}$; $m5 = 83 \text{ кг}$;

$m6 = 80 \text{ кг}$; $d4 = 0,2 \text{ м}$; $d5 = 0,13 \text{ м}$; $d6 = 0,7 \text{ м}$; $L_{y4} = L_{y5} = (L4 + L5 + L6)/2 = 0,8 \text{ м}$.

Характеристики металла [17]: модуль упругости стали и меди $E_c = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, $E_m = 1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$; модуль сдвига $G_c = 8 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, $G_m = 4,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; плотность $\rho_c = 8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_m = 8,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

На рис. 3 приняты следующие обозначения (m , d , L – масса, диаметр, длина): $m1$, $d1$, $L1$ – ветроколесо ($d1$ – диаметр, приведённый к сплошному сечению); $m2$, $d2$, $L2$ – валопровод; $m3$, $d3$, $L3$ – ведущая шестерня; $m4$, $d4$, $L4$ – зубчатое колесо; $m5$, $d5$, $L5$ – валопровод; $m6$, $d6$, $L6$ – ротор генератора; L_{y1} , L_{y2} , L_{y3} , L_{y4} – участки равной длины.

Метод расчета продольных, изгибных и крутильных колебаний роторных систем изложен согласно [18].

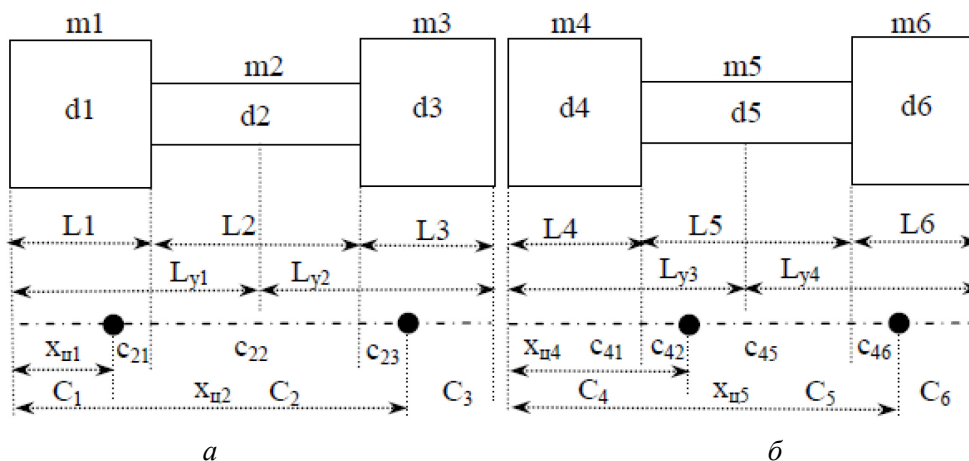


Рис. 3. Эскиз осевого сечения роторных систем: а – ветроколесо – ведущая шестерня; б – зубчатое колесо – генератор
Fig. 3. The sketch of axial section rotor-systems: a) wind wheel-conducting gear wheel; b) gear wheel-generator

Продольные колебания роторной системы «ветроколесо – ведущая шестерня»

1. **Определение масс.** Согласно рис. 3, а в первый и второй участок (L_{y1} и L_{y2}) вошло по два участка ротора постоянного поперечного сечения, массы которых вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} m_{y11} &= L1 \cdot \rho \cdot \pi d_1^2 / 4 = 5445 \text{ кг}; \\ m_{y12} &= (L_{y1} - L1) \cdot \rho \cdot \pi d_2^2 / 4 = 63,6 \text{ кг}; \\ m_{y21} &= (L_{y2} - L3) \cdot \rho \cdot \pi d_2^2 / 4 = 77,7 \text{ кг}; \\ m_{y22} &= L3 \cdot \rho \cdot \pi d_3^2 / 4 = 452,2 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Масса первого и второго участка определяется как сумма масс участков их составляющих:

$$\begin{aligned} m_{y1} &= m_{y11} + m_{y12} = 5508,4 \text{ кг}; \\ m_{y2} &= m_{y21} + m_{y22} = 530 \text{ кг}. \end{aligned}$$

2. **Вычисление центров масс.** Центр каждой массы должен быть расположен в центре ее статического момента инерции. Так как исходные участки ротора имеют постоянный диаметр, их центр статического момента инерции находится в геометрическом центре участка. Найдем координаты центров масс участков постоянного поперечного сечения, составляющих первый участок:

$$\begin{aligned} x_{ц11} &= L1/2 = 0,15 \text{ м}; \\ x_{ц12} &= L1 + (L_{y1} - L1)/2 = 0,53 \text{ м}; \\ m_{y1} \cdot x_{ц1} &= \sum_{i=1}^2 m_{y1i} \cdot x_{ц1i}, \text{ откуда} \\ x_{ц1} &= (m_{y11} \cdot x_{ц11} + m_{y12} \cdot x_{ц12}) / m_{y1} = 0,15 \text{ м}. \end{aligned}$$

Аналогичным путем получим координату $x_{ц2}$ второй массы:

$$\begin{aligned} x_{ц21} &= L_{y1} + (L_{y2} - L3)/2 = 1,2 \text{ м}; \\ x_{ц22} &= (L1 + L2) + L3/2 = 1,4 \text{ м}; \\ x_{ц2} &= (m_{y21} \cdot x_{ц21} + m_{y22} \cdot x_{ц22}) / m_{y2} = 1,4 \text{ м}. \end{aligned}$$

3. **Определение жесткостей.** На рис. 3, а обозначены две полученные массы и их координаты. Эти две массы разбивают длину ротора на три участка, каждый из которых имеет жесткость, обозначенную C_1, C_2, C_3 соответственно.

Так как первый и третий жесткостные участки соответствуют конструкции ротора постоянного диаметра, величины жесткости их равны:

$$\begin{aligned} C_1 &= E \cdot F_1 / x_{ц1} = E \cdot \pi d_1^2 / 4 x_{ц1} = 4,15 \cdot 10^{13} \text{ Н/м}; \\ C_3 &= E \cdot \pi d_3^2 / 4 \cdot (L1 + L2 + L3 - x_{ц2}) = 5,65 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}. \end{aligned}$$

Второй жесткостной участок соответствует трем конструкционным участкам ротора (рис. 3, а) как c_{2i} ($i = 1, 2, 3$). Определим величины этих жесткостей:

$$\begin{aligned} c_{21} &= E \cdot \pi d_1^2 / 4 \cdot (L1 - x_{ц1}) = 4,15 \cdot 10^{13} \text{ Н/м}; \\ c_{22} &= E \cdot \pi d_2^2 / 4 \cdot L2 = 3,53 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; \\ c_{23} &= E \cdot \pi d_3^2 / 4 \cdot (L3 - (L1 + L2 + L3 - x_{ц2})) = \\ &= 1,57 \cdot 10^{12} \text{ Н/м}. \end{aligned}$$

Условные пружины c_{2i} соединены последовательно, а в этом случае складываются податливости пружин, т. е. податливость пружины C_2 определяется как $\delta_2 = 1/C_2 = 1/c_{21} + 1/c_{22} + 1/c_{23} = 2,84 \cdot 10^{-10} \text{ Н/м}$, откуда жесткость второй пружины равна $C_2 = 1/\delta_2 = 3,52 \cdot 10^9 \text{ Н/м}$.

4. **Определение собственных частот.** Дискретная модель ротора (рис. 3, а) имеет четыре степени свободы: m_1, m_3, m_{y1}, m_{y2} . Получаем биквадратное уравнение относительно собственной частоты p и корни (p_1, p_2) соответственно:

$$p^4 - \left(\frac{C_2}{m_{y2}} + \frac{C_1 + C_2}{m_{y1}} \right) \cdot p^2 + \frac{C_1 C_2}{m_{y1} m_{y2}} =$$

$$= p^4 - 7,54 \cdot 10^9 \cdot p^2 + 5 \cdot 10^{16} = 0;$$

$$p_1 = 49142 \text{ рад/с}; p_2 = 71589 \text{ рад/с}.$$

Продольные колебания роторной системы «зубчатое колесо – генератор»

Аналогичным путем определяем продольные колебания роторной системы «зубчатое колесо – генератор» (рис. 3, б). В результате получим следующие значения величин:

1. Определение масс.

$$m_{y44} = 50,24 \text{ кг}; m_{y45} = 63,7 \text{ кг}; m_{y4} = 113,9 \text{ кг};$$

$$m_{y54} = 21,2 \text{ кг}; m_{y55} = 1962 \text{ кг}; m_{y5} = 1983 \text{ кг}.$$

2. Вычисление центров масс.

$$x_{ц44} = 0,1 \text{ м}; x_{ц45} = 0,5 \text{ м}; x_{ц4} = 0,27 \text{ м};$$

$$x_{ц54} = 0,9 \text{ м}; x_{ц55} = 1,3 \text{ м}; x_{ц5} = 1,3 \text{ м}.$$

3. Определение жесткостей.

$$c_{41} = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}; c_{42} = 3,79 \cdot 10^{10} \text{ Н/м};$$

$$\delta_4 = 5,82 \cdot 10^{-11} \text{ Н/м}; C_4 = 1,72 \cdot 10^{10} \text{ Н/м};$$

$$C_6 = 1,3 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}; c_{51} = 3,63 \cdot 10^9 \text{ Н/м};$$

$$c_{52} = 1,16 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}; \delta_5 = 2,84 \cdot 10^{-10} \text{ Н/м};$$

$$C_5 = 3,52 \cdot 10^9 \text{ Н/м}.$$

4. Определение собственных частот.

$$p^4 - 1,91 \cdot 10^8 \cdot p^2 + 2,68 \cdot 10^{14} = 0;$$

$$p_1 = 5338 \text{ рад/с}; p_2 = 12747 \text{ рад/с}.$$

Крутильные колебания роторной системы «ветроколесо – ведущая шестерня»

1. **Определение массовых полярных моментов инерции.** Согласно рис. 3, а в первый и второй участок (L_{y1} и L_{y2}) вошло по два участка ротора постоянного поперечного сечения, массовые полярные моменты инерции которых вычисляются по следующим формулам:

$$J_{y11} = L_1 \cdot \rho \cdot \pi d_1^4 / 32 = 3,71 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{y12} = (L_{y1} - L_1) \cdot \rho \cdot \pi d_2^4 / 32 = 0,18 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{y21} = (L_{y2} - L_3) \cdot \rho \cdot \pi d_2^4 / 32 = 0,22 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{y22} = L_3 \cdot \rho \cdot \pi d_3^4 / 32 = 20,35 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Массовый момент первого и второго участка определяется как сумма масс участков, их составляющих:

$$J_{y1} = J_{y11} + J_{y12} = 3,89 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{y2} = J_{y21} + J_{y22} = 20,57 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2. **Вычисление центров массовых полярных моментов.** Так как исходные участки ротора имеют постоянный диаметр, их центры массового полярного момента инерции находятся в геометрическом центре участка.

Найдем координаты центров массовых полярных моментов инерции для частей постоянного поперечного сечения, составляющих первый участок:

$$x_{ц11} = L_1 / 2 = 0,15 \text{ м}; x_{ц12} = L_1 + (L_{y1} - L_1) / 2 = 0,53 \text{ м};$$

$$J_{y1} \cdot x_{ц1} = \sum_{i=1}^2 J_{y1i} \cdot x_{ц1i}, \text{ откуда}$$

$$x_{ц1} = (J_{y11} \cdot x_{ц11} + J_{y12} \cdot x_{ц12}) / J_{y1} = 0,14 \text{ м}.$$

Аналогичным путем получим координату $x_{ц2}$ для второго массового полярного момента инерции:

$$x_{ц21} = L_{y1} + (L_{y2} - L_3) / 2 = 1 \text{ м};$$

$$x_{ц22} = (L_1 + L_2) + L_3 / 2 = 1,4 \text{ м};$$

$$x_{ц2} = (J_{y21} \cdot x_{ц21} + J_{y22} \cdot x_{ц22}) / J_{y2} = 1,4 \text{ м}.$$

3. **Определение жесткостей.** На рис. 3, а обозначены две полученные массы и их координаты, совершающие крутильные колебания. Эти две массы разбивают длину ротора на три участка, каждый из которых имеет жесткость, обозначенную C_1, C_2, C_3 соответственно.

Так как первый и третий жесткостные участки соответствуют конструкционным участкам ротора постоянного диаметра, величины жесткости их равны:

$$C_1 = G \cdot J_{p1} / x_{ц1} = G \cdot \pi d_1^4 / 32 x_{ц1} = 8,83 \cdot 10^{13} \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$C_3 = G \cdot \pi d_3^4 / 32 \cdot (L_1 + L_2 + L_3 - x_{ц2}) = 1 \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Второй жесткостной участок соответствует трем конструкционным участкам ротора (рис. 3, а) как c_{2i} ($i = 1, 2, 3$). Определим величины этих жесткостей:

$$c_{21} = G \cdot \pi d_1^4 / 32 \cdot (L1 - x_{ц1}) = 7,73 \cdot 10^{13} \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$c_{22} = G \cdot \pi d_2^4 / 32 \cdot L2 = 3,97 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$c_{23} = G \cdot \pi d_3^4 / 4 \cdot (L3 - (L1 + L2 + L3 - x_{ц2})) = 1 \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Условные крутильные жесткости c_{2i} соединены последовательно, а в этом случае складываются податливости пружин. Податливость пружины C_2 определяется как $\delta_2 = 1/C_2 = 1/c_{21} + 1/c_{22} + 1/c_{23} = 2,52 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н}$, откуда крутильная жесткость второго участка равна $C_2 = 1/\delta_2 = 3,97 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

4. **Определение собственных частот.** Дискретная модель ротора (рис. 3, а) имеет четыре степени свободы: $m1, m3, m_{y1}, m_{y2}$. Получаем биквадратное уравнение относительно собственной частоты p и корни (p_1, p_2) соответственно:

$$p^4 - \left(\frac{C_2}{J_{y2}} + \frac{C_1 + C_2}{J_{y1}} \right) \cdot p^2 + \frac{C_1 C_2}{J_{y1} J_{y2}} =$$

$$= p^4 - 2,27 \cdot 10^8 \cdot p^2 + 4,38 \cdot 10^{13} = 0;$$

$$p_1 = 6205 \text{ рад/сек}; p_2 = 13729 \text{ рад/сек}.$$

Крутильные колебания роторной системы «зубчатое колесо – генератор»

Аналогичным путем определяем крутильные колебания роторной системы «зубчатое колесо – генератор» (рис. 3, б). В результате получим следующие значения величин:

1. Определение массовых полярных моментов инерции

$$J_{y44} = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{y45} = 0,13 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{y4} = 0,38 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{y54} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{y55} = 120,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{y5} = 120,16 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2. Вычисление центров массовых полярных моментов

$$x_{ц44} = 0,1 \text{ м}; x_{ц45} = 0,5 \text{ м}; x_{ц4} = 0,51 \text{ м};$$

$$x_{ц54} = 0,9 \text{ м}; x_{ц55} = 1,3 \text{ м}; x_{ц5} = 1,3 \text{ м}.$$

3. Определение жесткостей

$$c_{41} = 6,28 \cdot 10^7 \text{ Н/м}; c_{42} = 7,23 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$$

$$\delta_4 = 1,54 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н};$$

$$C_4 = 1/\delta_4 = 6,49 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; C_6 = 3,61 \cdot 10^9 \text{ Н/м};$$

$$c_{51} = 4,57 \cdot 10^6 \text{ Н/м};$$

$$c_{52} = 3,61 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; \delta_5 = 2,19 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н};$$

$$C_5 = 4,56 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$$

4. Определение собственных частот

$$p^4 - 2,91 \cdot 10^7 \cdot p^2 + 6,48 \cdot 10^{11} = 0;$$

$$p_1 = 2460 \text{ рад/сек}; p_2 = 4801 \text{ рад/сек}.$$

Изгибные колебания роторной системы «ветроколесо – ведущая шестерня»

1. **Определение масс.** Задача определения масс и центров масс идентична задаче, решенной для продольных колебаний. Поэтому приведем значения этих величин: $m_{y1} = 5508,4 \text{ кг}$; $m_{y2} = 530 \text{ кг}$; $x_{ц1} = 0,15 \text{ м}$; $x_{ц2} = 1,4 \text{ м}$.

Расчетная схема построена с учетом того, что граничные условия в данной модели ротора соответствуют схеме шарнирного опирания (рис. 4, а).

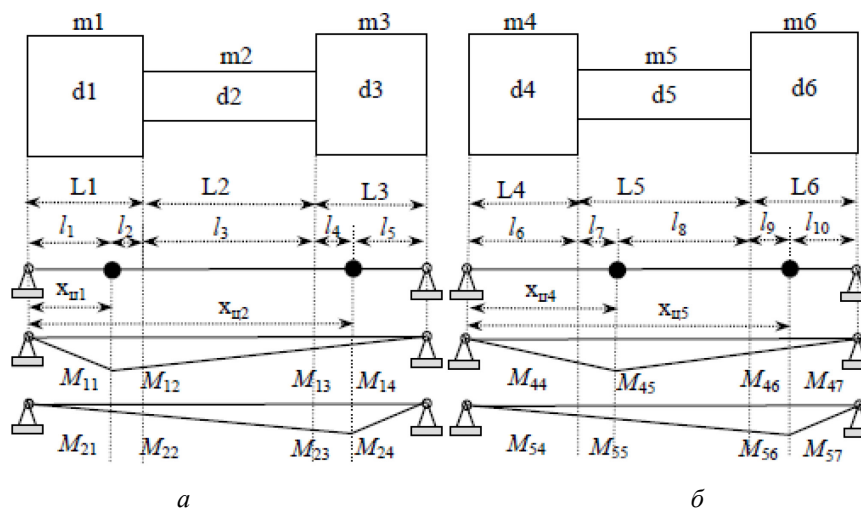


Рис. 4. Схема шарнирного опирания: а – ветроколесо – ведущая шестерня; б – зубчатое колесо – генератор
Fig. 4. The scheme the hinge a support: a) wind wheel-conducting gear wheel; b) gear wheel-generator

2. **Определение податливости.** Для задачи изгиба ротора более эффективно вычисление податливости в местах расположения сосредото-

ченных масс. Величины податливости в точках приложения перерезывающих сил определяются формулой

$$\delta_{ij} = \sum_k^n \frac{l_k (M_{i,k-1} M_{j,k} + M_{i,k} M_{j,k-1} + 2M_{i,k-1} M_{j,k-1} + 2M_{i,k} M_{j,k})}{n \cdot E \cdot J_k}, \quad (2)$$

где δ_{ij} – податливость в точке i массы от действия единичной нагрузки в точке j массы; l_k – длина k -го участка; $M_{i,k-1}$ – величина момента от единичной нагрузки, приложенной точке i массы на правом конце k -го участка; $M_{i,k}$ – величина момента от единичной нагрузки, приложенной точке i массы на левом конце k -го участка; J_k – величина экваториального момента поперечного сечения k -го участка; n – количество участков.

Для определения значений моментов найдем реакции на опорах (рис. 4, а):

$$R_1 = (L1 + L2 + L3 - x_{u1}) / (L1 + L2 + L3) = 0,9 \text{ м};$$

$$R_2 = x_{u1} / (L1 + L2 + L3) = 0,1 \text{ м}.$$

$$R_1 = (L1 + L2 + L3 - x_{u2}) / (L1 + L2 + L3) = 0,07 \text{ м};$$

$$R_2 = x_{u2} / (L1 + L2 + L3) = 0,93 \text{ м}.$$

Максимальные моменты нагрузки определяем по формуле (рис. 4, а):

$$M_{11} = R_1 \cdot x_{u1} = 0,14 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{24} = R_1 \cdot x_{u2} = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Значения остальных элементов получим из условия пропорциональности сторон подобных треугольников (рис. 4, а):

$$\frac{M_{12}}{(L1 + L2 + L3) - L1} = \frac{M_{11}}{(L1 + L2 + L3) - x_{u1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{12} = 0,12 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\frac{M_{13}}{(L1 + L2 + L3) - (L1 + L2)} = \frac{M_{11}}{(L1 + L2 + L3) - x_{u1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{13} = 0,02 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\delta_{11} = \sum_{k=1}^5 \frac{l_k (M_{1,k-1} \cdot M_{1,k} + M_{1,k} \cdot M_{1,k-1} + 2 \cdot M_{1,k-1}^2 + 2 \cdot M_{1,k}^2)}{5EJ_k};$$

$$\delta_{12} = \sum_{k=1}^5 \frac{l_k (M_{1,k-1} \cdot M_{2,k} + M_{1,k} \cdot M_{2,k-1} + 2 \cdot M_{1,k-1} \cdot M_{2,k-1} + 2 \cdot M_{1,k} \cdot M_{2,k})}{5EJ_k};$$

$$\delta_{22} = \sum_{k=1}^5 \frac{l_k (M_{2,k-1} \cdot M_{2,k} + M_{2,k} \cdot M_{2,k-1} + 2 \cdot M_{2,k-1}^2 + 2 \cdot M_{2,k}^2)}{5EJ_k};$$

$$\delta_{11} = 1,39 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н}; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = 8,55 \cdot 10^{-10} \text{ м/Н}; \quad \delta_{22} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н}.$$

$$\frac{M_{14}}{(L1 + L2 + L3) - x_{u2}} = \frac{M_{11}}{(L1 + L2 + L3) - x_{u1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{14} = 0,01 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\frac{M_{21}}{x_{u1}} = \frac{M_{24}}{x_{u2}} \Rightarrow M_{21} = 0,01 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\frac{M_{22}}{L1} = \frac{M_{24}}{x_{u2}} \Rightarrow M_{22} = 0,02 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\frac{M_{23}}{L1 + L2} = \frac{M_{24}}{x_{u2}} \Rightarrow M_{23} = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Моменты на опорах равны нулю, т. е. $M_{10} = M_{15} = M_{20} = M_{25} = 0$.

Длины участков равны:

$$l_1 = x_{u1} = 0,15 \text{ м}; \quad l_2 = L1 - x_{u1} = 0,15 \text{ м};$$

$$l_3 = L2 = 1 \text{ м}; \quad l_4 = x_{u2} - (L1 + L2) = 0,1 \text{ м};$$

$$l_5 = (L1 + L2 + L3) - x_{u2} = 0,1 \text{ м}.$$

Экваториальные моменты поперечного сечения участков равны:

$$J_1 = J_2 = \pi d_1^4 / 64 = 77 \text{ м}^4;$$

$$J_3 = \pi d_2^4 / 64 = 2,48 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4;$$

$$J_4 = J_5 = \pi d_3^4 / 64 = 6,36 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4.$$

Используя выражение (2) и полученные значения моментов, длин и экваториальных моментов поперечного сечения, получаем выражения для необходимой податливости:

3. **Определение собственных частот.** Дискретная модель ротора (рис. 4, а) имеет четыре степени свободы: m_1, m_3, m_{y1}, m_{y2} . Получаем биквадратное уравнение относительно собственной частоты p и корни (p_1, p_2) соответственно:

$$\begin{aligned} &(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}\delta_{21})m_{y1}m_{y2} \cdot p^4 - \\ &-(\delta_{11}m_{y1} - \delta_{22}m_{y2}) \cdot p^2 + 1 = 0; \\ &1,92 \cdot 10^{-12} \cdot p^4 - 7,13 \cdot 10^{-6} \cdot p^2 + 1 = 0; \\ &p_1 = 1290 \text{ рад/сек}; p_2 = 1432 \text{ рад/сек}. \end{aligned}$$

Изгибные колебания роторной системы «зубчатое колесо – генератор»

Аналогичным путем определяем изгибные колебания роторной системы «зубчатое колесо – генератор» (рис. 4, б). В результате получим следующие значения величин:

1. Определение масс.

$$\begin{aligned} m_{y4} &= 113,9 \text{ кг}; m_{y5} = 1983 \text{ кг}; x_{ц4} = 0,27 \text{ м}; \\ x_{ц5} &= 1,3 \text{ м}. \end{aligned}$$

2. Определение податливости

$$R_4 = (L4 + L5 + L6 - x_{ц4}) / (L4 + L5 + L6) = 0,83 \text{ м};$$

$$R_5 = x_{ц4} / (L4 + L5 + L6) = 0,17 \text{ м}.$$

$$R_4 = (L4 + L5 + L6 - x_{ц5}) / (L4 + L5 + L6) = 0,19 \text{ м};$$

$$R_5 = x_{ц5} / (L4 + L5 + L6) = 0,81 \text{ м}.$$

$$M_{45} = 0,22 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_{57} = 0,25 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{44} = 0,20 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_{46} = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{47} = 0,05 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_{54} = 0,013 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{55} = 0,05 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_{56} = 0,23 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{57} = 0,25 \text{ Н} \cdot \text{м}. M_{43} = M_{48} = M_{53} = M_{58} = 0.$$

$$l_6 = 0,27 \text{ м}; l_7 = 0,01 \text{ м}; l_8 = 0,73 \text{ м} l_9 = 0,3 \text{ м};$$

$$l_{10} = 0,3 \text{ м}.$$

$$J_6 = 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4; J_7 = J_8 = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4;$$

$$J_9 = J_{10} = 0,01 \text{ м}^4.$$

$$\delta_{44} = 1,68 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н}; \delta_{45} = \delta_{54} = 1,11 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н};$$

$$\delta_{55} = 1,36 \cdot 10^{-8} \text{ м/Н}.$$

3. Определение собственных частот

$$(\delta_{44}\delta_{55} - \delta_{45}\delta_{54})m_{y4}m_{y5} \cdot p^4 -$$

$$-(\delta_{44}m_{y4} - \delta_{55}m_{y5}) \cdot p^2 + 1 = 0.$$

$$-2 \cdot 10^{-11} \cdot p^4 + 2,68 \cdot 10^{-5} \cdot p^2 + 1 = 0;$$

$$p_1 = 441 \text{ рад/сек}; p_2 = 1070 \text{ рад/сек}.$$

Оценка динамичности частотных взаимодействий элементов конструкции и силовых воздействий от лопастных элементов

Оценка влияния конструктивных и эксплуатационных факторов на динамику роторных систем определяется с помощью коэффициента динамичности, который характеризует степень передаваемой динамичности на элементы конструкции в результате воздействия возбуждающей силы от лопастных элементов ветротурбины и определяется следующим соотношением [19]:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1 - p/p_1)^2 + 4 \cdot \delta^2 \cdot (p/p_1)^2}}, \quad (3)$$

где $\delta = 0,1$ – коэффициент демпфирования с номинальным значением для роторных систем; p – оборотная частота; p_1 – собственная частота.

Расчетные данные коэффициента динамичности, полученные с помощью выражения (3) для продольных, крутильных, изгибных колебаний, а также оборотных частот, сведены в табл. 2.

Таблица 2. Расчетные данные коэффициента динамичности

Table 2. Dynamic factor computation data

Частота спектра с наибольшей амплитудой вибрации: $p = 310$ рад/с							
Прод. кол. в.к.-в.ш. p_1/p_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %	Прод. кол. з.к.-ген. p_1/p_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %	Крут. кол. в.к.-в.ш. p_1/p_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %	Крут. кол. з.к.-ген. p_1/p_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %
49142	20,2	5338	22,6	6205	22,2	2460	22,8
71589	20,1	12747	21,0	13729	21,0	4801	21,4
Изгиб. кол. в.к.-в.ш. p_1/p_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %	Изгиб. кол. з.к.-ген. p_1/p_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %	Обор. част. Ω_1/Ω_2 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %	Обор. част. Ω_3/Ω_4 , рад/с	Коэфф. динам. μ_1/μ_2 , %
1290	26,4	442	60,6	157	18,2	471	54,0
1432	25,4	1070	39,4	314	100	628	38,8

По итогам результатов расчетных данных, представленных в табл. 2, следует, что наименьшая передаваемая динамическая сила составляет 20,1 % от общей и воздействует на продольные колебания роторной системы «ветроколесо – ведущая шестерня», максимальная передаваемая динамическая сила в 100 % приходится на вторую оборотную частоту $\Omega = 314$ рад/с и является резонансной. Степень воздействия 18,2 % показывает, что передаваемая динамическая сила не вызывает колебательный процесс системы, так как частота воздействия больше оборотной частоты колебаний, то есть коэффициент динамичности меньше единицы (<1). В оптимизационной модели указанные явления не проявляются в результате отсутствия вибрационных участков для исследуемых частот собственных и оборотных колебаний.

Анализ полученных результатов и выводы

В результате проведения исследований можно сделать следующие выводы:

– Построена управляющая функция в рамках анализа вибрационных полей агрегата в целом, откуда следует, что оптимизационная функция имеет преимущество по отношению к базовой за счет минимизации вибрационных участков на всем интервале диапазона частот.

– Произведено измерение уровней вибраций сигналов, выполнен расчет продольных, изгибных и крутильных колебаний роторных систем.

– Проведен динамический анализ частотных взаимодействий элементов конструкции и силовых воздействий от лопастных элементов на основе расчетных данных коэффициента динамичности для вибрационных участков базовой функции, где передаваемая динамическая сила с наибольшей амплитудой вибрации может варьироваться от 20,1 до 100 %, что не характерно для оптимизационной функции управления.

Полученные результаты исследований востребованы для дальнейшей разработки математических алгоритмов динамического поведения системы.

Библиографические ссылки

1. Шнеерсон Р. М. Разработка гибридного ветроэнергетического комплекса для электроснабжения удаленных потребителей Мурманской области // Вестник науки Сибири. 2015. № 15. С. 55–58.
2. Пионкевич В. А. Математическое моделирование ветротурбины для ветроэнергетической установки с асинхронным генератором методом частотных

скоростных характеристик // Вестник ИрГТУ. 2016. № 3. С. 83–88.

3. Степанов С. Ф., Павленко И. М., Ербаев Е. Т. Обеспечение эффективной работы мультимодульной ветроэлектростанции при изменении скорости ветра и нагрузки // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. С. 93–94.

4. Суяков С. А. Проблемы интеграции ветроустановок в единую энергетическую систему России // Инженерный вестник Дона. 2014. № 3. С. 10–23.

5. Emadifar R., Tohidi D., Eldoromi M. Controlling Variable Speed Wind Turbines Which Have Doubly Fed Induction Generator by Using of Internal Model Control Method // International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. 2016. no. 5. Pp. 3464-3471.

6. Balamurugan N., Selvaperumal S. Intelligent controller for speed control of three phase induction motor using indirect vector control method in marine applications // Indian journal of Geo Marine Sciences. 2018. no. 47. Pp. 1068-1074.

7. Vijayalaxmi B., Bheema K. Individual Pitch Control of Variable Speed Wind Turbines Using Fuzzy Logic with DFIG // International Journal of research in advanced engineering technologies. 2016. no. 5. Pp. 45-52.

8. Subbaian V., Sasidhar S. Maximum energy capture of variable speed variable pitch wind turbine by using RBF neural network and fuzzy logic control // International Research Journal of Engineering and Technology. 2015. no. 2. Pp. 493-500.

9. Haiying D., Lixia Y., Guohan Y., Hongwei L. Wind Turbine Active Power Control Based on Multi-Model Adaptive Control // International Journal of Control and Automation. 2015. no. 8. Pp. 273-284.

10. Буяльский В. И. Методы повышения эффективности управления ветроэлектрической установкой на базе учета вибрационной нагруженности привода при разных условиях эксплуатации энергоагрегата // Интеллектуальные системы в производстве. 2021. Т. 19, № 3. С. 74–81.

11. Буяльский В. И. Оптимизационная модель учёта условий нагруженности привода при разных условиях эксплуатации ветроэлектрической установки // Интеллектуальные системы в производстве. 2022. Т. 20, № 1. С. 43–48.

12. Буяльский В. И. Комбинированный метод управления ветротурбиной // Энергетик. 2016. № 4. С. 18–20.

13. Колосов Ю. В., Барановский В. В. Защита от вибраций и шума на производстве : учеб. пособие. СПб. : СПбГУ ИТМО, 2011. 38 с.

14. Бейкер Р. Введение в теорию виброиспытаний. М. : LDS, 1994. 44 с.

15. Бабаков И. М. Теория колебаний : учеб. пособие / И. М. Бабаков. 4-е изд., испр. М. : Дрофа, 2004. 591 с.

16. Буяльский В. И. Методика для устранения запаздывания включения устройства разворота лопастей ветротурбины // Энергетик. 2014. № 5. С. 33–35.

17. Биргера И. А., Пановко Я. Г. Прочность, устойчивость, колебания : справочник в 3 т., т. 1. М. : Машиностроение, 1968. 832 с.

18. Жовдак В. А., Степченко А. С. Свободные колебания механических систем с конечным числом степеней свободы : учеб.-метод. пособие. Харьков : НТУ «ХПИ», 2005. 88 с.

19. Киселев Ю. В. Вибрационная диагностика систем и конструкций авиационной техники : учеб. пособие. Самара : СГАУ, 2010. 208 с.

References

1. Schneerson R.M. [Development of a hybrid wind power complex for power supply to remote consumers of the Murmansk region]. *Vestnik nauki Sibiri* [Bulletin of a science Siberia]. 2015, no.15, pp. 12-15 (in Russ.).

2. Pionkevich V.A. [Mathematical modeling of a wind turbine for a wind power plant with an asynchronous generator by the method of frequency speed characteristics]. *Vestnik IrGTU*. 2016, no. 3, pp. 35-37 (in Russ.).

3. Stepanov S.F., Pavlenko I.M., Erbaev E.T. [Ensuring efficient operation of a multimodule wind farm when wind speed and load change]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*. 2013, no. 6, pp. 22-27 (in Russ.).

4. Suyakov S.A. [Problems of integration of wind turbines into the unified energy system of Russia]. *Ingenerniy vestnik Dona* [Engineering bulletin of Don]. 2014. No. 3, pp. 10-12 (in Russ.).

5. Emadifar R., Tohidi D., Eldoromi M. Controlling Variable Speed Wind Turbines Which Have Doubly Fed Induction Generator by Using of Internal Model Control Method. In *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*. 2016. No. 5. Pp. 3464-3471.

6. Balamurugan N., Selvaperumal S. Intelligent controller for speed control of three phase induction motor using indirect vector control method in marine applications // *Indian journal of Geo Marine Sciences*. 2018. No. 47. Pp. 1068-1074.

7. Vijayalaxmi B., Bheema K. Individual Pitch Control of Variable Speed Wind Turbines Using Fuzzy Logic with DFIG. In *International Journal of research in advanced engineering technologies*. 2016. No. 5. Pp. 45-52.

8. Subbaian V., Sasidhar S. Maximum energy capture of variable speed variable pitch wind turbine by using

RBF neural network and fuzzy logic control. In *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2015, no. 2. Pp. 493-500.

9. Haiying D., Lixia Y., Guohan Y., Hongwei L. Wind Turbine Active Power Control Based on Multi-Model Adaptive Control. In *International Journal of Control and Automation*, 2015. No. 8. Pp. 273-284.

10. Buyalsky V.I. [Methods of increasing the efficiency of wind power plant control based on the consideration of the vibration load of the drive under different operating conditions of the power unit]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2021. Vol. 19, no. 3, pp. 74-81 (in Russ.).

11. Buyalsky V.I. [Optimization model for taking into account the drive load conditions under different operating conditions of a wind power plant]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2022. Vol. 20, no. 1, pp. 43-48 (in Russ.).

12. Buyalsky V.I. [Combined wind turbine control method]. *Energetik*. 2016, no. 4, pp. 18 – 20 (in Russ.).

13. Kolosov U.V., Baranovskiy V.V. *Zaschita ot vibratsiy I schuma na proizvodstve* [Protection against vibrations and noise on manufacture]. Saint-Petersburg: SPbGU ITMO. 2011 (in Russ.).

14. Beyker R. *Vvedenie v teoriyu vibroispitaniy* [Vvedenie v teoriyu vibroispitaniy]. 1994. Moscow : LDS (in Russ.).

15. Babakov I.M. *Teoriya kolebaniy* [Teoriya kolebaniy]. Moscow: Drofa Publ. 2004 (in Russ.).

16. Buyalsky V.I. [A technique for eliminating the delay in turning on the device for turning the blades of a wind turbine]. *Energetik*. 2014. No. 5, pp. 3-35 (in Russ.).

17. Birgera I.A. Panovko Ya.G. *Prochnosty, ustoychivosty, kolebaniya* [Prochnosty, ustoychivosty, kolebaniya]. Moscow: Maschinostroenie Publ. 1968 (in Russ.).

18. Govdak V.A., Stepchenko A.S. *Svobodnie kolebaniya mehanicheskikh system s konechnim chislom stepeney svobodi* [Svobodnie kolebaniya mehanicheskikh system s konechnim chislom stepeney svobodi]. Harkov: NTU "HPI". 2005 (in Russ.).

19. Kiselev U.V. *Vibratsionnaya diagnostika system I konstrukciy aviacionnoy tehniky* [Vibratsionnaya diagnostika system I konstrukciy aviacionnoy tehniky]. Samara: SGAU. 2010 (in Russ.).

The Dynamic Analysis of Optimizing Function Within the Limits of Vibration Rotor Systems of Wind Electric Installation

V. I. Buyalsky, PhD in Engineering, Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

The problem of construction of basic and optimizing function within the limits of dynamic analysis of rotor systems wind-power installation vibrating fields, as one of subtasks of the mathematical algorithms of system dynamic behavior to modify wind-electric installation automatic control is solved that provides reduction of vibrations of all rotor system elements at different modes of operation power-unit of drive loading that promotes improvement of reliability indicators modern wind- installation components. Optimizing function has essential advantage with respect to the basic one as a result of minimization of portions with visible and peak vibrations within the frequency range of 190 –

310 rad/sec that is characteristic for negative cases of wind speed increase and reduction of electric power under different operation modes of wind-power installation.

Measurement of vibration signal levels with obviously expressed peaks for the whole frequency range irrespectable to amplitude level is made, and calculation of longitudinal, bending and torsion fluctuations of own frequencies rotor-systems is executed.

The dynamic analysis of frequency interactions of structural elements and power interactions of blade-elements on the basis of calculated data of dynamic factor for basic function vibrating portion at frequency 310 rad/sec with maximum vibration amplitude was carried out. The minimum dynamic force transmitted makes 20.1 % from the total and it acts on longitudinal fluctuations of the rotor-system «wind wheel-control gear wheel», 100 % of maximum transferred dynamic force corresponds the second rotational frequency of 314 rad/sec which is resonant. The specified phenomena are not shown in the optimizing model as a result of vibrating portion absence for the investigated own frequencies and rotational fluctuations.

Keywords: optimizing model, vibrating field, own frequency of fluctuations, wind turbine, rotor system, dynamic factor.

Получено: 23.03.22