УДК 530.1(045) DOI: 10.22213/2410-9304-2022-3-55-65

## Синтез элементов с фрактальным импедансом на основе многослойной резистивно-емкостной среды со структурой слоев вида *C-R-NC*

*И. В. Князев*, студент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия *П. А. Ушаков*, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Идея дробного исчисления появилась практически одновременно с началом развития обычного дифференциального исчисления. Однако фактически современным ученым она стала известна лишь с появлением пионерских работ Б. Мандельброта о фрактальной геометрии природы в 80-е годы прошлого столетия. С этого времени опубликовано огромное число научных работ, касающихся самых различных аспектов дробного исчисления и его применения в науке и технике, и интерес к этой области исследования не ослабевает до сих пор. Однако для физической реализации операторов дробного интегрирования и дифференцирования нужны двухполюсные элементы, импеданс которых имеет дробно-степенную зависимость от частоты (элементы с фрактальным импедансом – ЭФИ). К настоящему времени коммерческие ЭФИ, которые можно было бы изготавливать в промышленных масштабах, еще не разработаны. Наибольшим потенциалом в этом смысле обладают ЭФИ, построенные на основе многослойных резистивно-емкостных элементов с распределенными параметрами (RC-ЭРП).

Один из конструктивных вариантов такого типа ЭФИ со структурой слоев вида R-C-NR изготовлен в виде опытных экземпляров. Но при изготовлении и испытаниях элемента выявились недостатки, которые могут препятствовать его использованию в проектируемых изделиях.

В статье предлагается создавать ЭФИ на основе RC-ЭРП с дуальной структурой слоев вида C-R-NC, в которых, как предполагается, можно избежать недостатков, отмеченных в ЭФИ со структурой слоев вида R-C-NR. Однако для решения этой задачи требуется разработать алгоритм и программу синтеза конструкции нового вида ЭФИ, которые бы позволяли создавать элементы с параметрами не хуже, чем у существующих ЭФИ со структурой слоев вида R-C-NR.

С этой целью в статье разработан алгоритм анализа частотных характеристик схемы замещения ЭФИ на основе RC-ЭРП, но со структурой слоев вида C-R-NC (C-R-NC ЭФИ), являющейся составной частью алгоритма синтеза. Сформулированы основные этапы разработки алгоритма синтеза, за основу которого взят генетический алгоритм поисковой оптимизации. Определены способы кодирования информации о внутренней структуре и параметрах C-R-NC ЭФИ. Описан способ вычисления функции фитнеса особей в популяции объектов представления и способы реализации генетических операторов (селекция, кроссинговер, мутация) в процессе выполнения генетического алгоритма. На этой основе разработана программа синтеза, результаты работы которой представлены в статье. Достоверность результатов синтеза была проверена с помощью программы схемотехнического моделирования OrCAD путем использования модели длинных C-R-NCлиний, написанных на языке Pspice. На основе полученных схем замещения ЭФИ были спроектированы конструкции интегральных C-R-NC ЭФИ с учетом выбранных материалов и параметров слоев. Приведены результаты сравнительного анализа результатов работы программ синтеза C-R-NC ЭФИ и R-C-NR ЭФИ при синтезе ЭФИ с одинаковыми требованиями к частотным характеристикам импеданса ЭФИ, из которых следует, что при синтезе C-R-NC ЭФИ с большей вероятностью реализуются ЭФИ с постоянством фазы  $\Phi$ ЧХ импеданса от минус 45° до примерно минус 80° без гальванической связи между полюсами, а при синтезе R-C-NR ЭФИ с большей вероятностью реализуются ЭФИ с постоянством фазы ФЧХ импеданса от минус 10° до примерно минус 45° с гальванической связью между полюсами.

Ключевые слова: элементы с фрактальным импедансом, синтез элементов с фрактальным импедансом, *C-R-NC*-линия, *R-C-NR*-линия, *RC*-элемент с распределенными параметрами, генетический алгоритм.

## Введение

Идея дробного исчисления появилась практически одновременно с началом развития обычного исчисления, первые ссылки на которую, вероятно, связаны с перепиской между Лейбницем (Leibniz) и Лопиталем (L'Hospital) в 1695 г., в которой обсуждается дифференцирование половинного порядка. Однако фактически современным ученым она стала известна лишь с появлением пионерских работ Б. Мандельброта о фрактальной геометрии природы в 80-е годы прошлого столетия [1, 2]. С этого времени опубликовано огромное число научных работ, касающихся самых различных аспектов дробного исчисления и его применения в науке и технике, и интерес к этой области исследования не ослабевает до сих пор. Достаточно привести далеко не полный перечень монографий, вышедших за последние 15 лет, основанных на многочисленных публикациях авторов этих монографий [3–16]. Однако для физической реализации операторов дробного интегрирования и дифференцирования нужны двухполюсные элементы, импеданс которых имеет дробностепенную зависимость от частоты (будем называть их элементами с фрактальным импедансом – ЭФИ).

В качестве основы для реализации дробных операторов, как правило, используют фрактальный емкостной элемент, выражение для импеданса которого имеет следующий вид:

$$Z_{F} = (1 / \omega^{\alpha} C_{\alpha}) e^{-j\alpha\pi/2}, \qquad (1)$$

где  $\omega$  – круговая частота;  $0 < |\alpha| < 1$ ,  $C_{\alpha}$  – константа, имеющая смысл псевдоемкости [ $\Phi \cdot c^{(\alpha-1)}$ ] (так называемая *фрактальная емкость*).

Поскольку показатель степени  $\alpha$  частоты  $\omega$ в выражении (1) является нецелым числом, то такой пассивный двухполюсник обладает свойствами, которых нет у классических элементов электрических цепей: резистивного, емкостного и индуктивного.

В частности, фрактальный импеданс характеризуется постоянством фазы фазочастотной характеристики на уровне  $\alpha\pi/2$ , крутизной скатов амплитудно-частотной характеристики, равной 20 $\alpha$  дБ/дек, и обеспечивает плавность изменения параметров этих характеристик при плавном изменении  $\alpha$  от 0 до 1.

Многочисленные конструктивно-технологические варианты ЭФИ, известные в настоящее время, в большинстве случаев не отвечают требованиям, необходимым для их промышленного изготовления [17], и используются для демонстрации потенциальных возможностей ЭФИ в различных функциональных электронных устройствах.

В ряде предыдущих работ авторов в качестве ЭФИ были предложены интегральные элементы на основе резистивно-емкостной среды, образованной нанесенными друг на друга слоями резистивных и диэлектрического материалов (резистор 1 - диэлектрик - резистор 2, сокращенно R-C-NR).

В этих работах показано, что они пригодны для промышленного изготовления стандартными методами пленочной и полупроводниковой технологий. Впервые в мире на этой основе были не только спроектированы конструкции ЭФИ, но и изготовлены образцы с различными показателями α.

Практическое изготовление образцов ЭФИ на основе структур вида R-C-NR и применение их для создания фрактальных функциональных устройств радиоэлектроники вскрыло ряд недостатков таких элементов, описанных в работе [18]. На наш взгляд, устранить или существенно уменьшить проявление этих недостатков можно созданием конструкции ЭФИ на основе резистивно-емкостной среды, образованной нанесенными друг на друга слоями проводящих, резистивного и диэлектрических материалов (проводник – диэлектрик 1 – резистор – диэлектрик 2 – проводник, сокращенно 0-*C*-*R*-*NC*-0). Упрощенная конструкция такой структуры изображена на рис. 1. В дальнейшем для простоты будем называть этот вид слоев *C-R-NC*.

Однако чтобы убедиться, что наша гипотеза верна, необходимо разработать алгоритм и программу автоматизированного синтеза конструкции ЭФИ с новой структурой слоев и проверить адекватность результатов, получаемых с помощью программы. Это и является основной целью статьи.



*Рис. 1. С-R-NC-*ЭРП: *а* – конструкция; *б* – УГО элемента (I – резистивный слой, II–диэлектрик с емкостью C, III – диэлектрик с емкостью NC, IV– обкладки)

*Fig. 1. C-R-NC*-EDP: *a* – construction; *b*– element symbol

(I - resistive layers, II - dielectric with capacitance C, III - dielectric with capacitance NC, IV - conductive plates)

## Анализ частотных характеристик двухполюсной цепи, состоящей из *RC*-ЭРП вида *C-R-NC*

При разработке программы синтеза ЭФИ на основе *RC*-ЭРП вида *C-R-NC* будем использовать опыт разработки программы синтеза ЭФИ на основе ЭРП вида *R-C-N*R. Поэтому в качест-

ве элементной базы для синтеза возьмем четыре одномерных однородных RC-ЭРП вида C-R-NC. Каждый RC-ЭРП в этом случае можно представить моделью C-R-NC-линии, которая характеризуется неопределенной матрицей проводимости  $\mathbf{Y}_i$ [19]:

$$Y = \frac{j \cdot \omega \cdot c \cdot L}{Q} \begin{bmatrix} \frac{N+1}{thQ} & -th\left(\frac{Q}{2}\right) & -\frac{N+1}{shQ} & -N \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right) \\ -th\left(\frac{Q}{2}\right) & \frac{1}{N+1}\left(N \cdot Q + 2 \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right)\right) & -th\left(\frac{Q}{2}\right) & -\frac{N}{N+1}\left(Q - 2 \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right)\right) \\ -\frac{N+1}{shQ} & -th\left(\frac{Q}{2}\right) & \frac{N+1}{thQ} & -N \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right) \\ -N \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right) & -\frac{N}{N+1}\left(Q - 2 \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right)\right) & -N \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right) & \frac{N}{N+1}\left(Q + 2 \cdot N \cdot th\left(\frac{Q}{2}\right)\right) \end{bmatrix}$$
(2)

где  $Q = \gamma \cdot L$ ,  $\gamma = \sqrt{j \cdot \omega \cdot r \cdot c \cdot (N+1)}$  – постоянная распространения линии; L – условная длина одной секции; c – погонная емкость первого диэлектрического слоя; r – погонное сопротивление резистивного слоя; N – соотношение погон-

ных емкостей второго и первого диэлектрических слоев.

На основании принятого решения составляется глобальная матрица *у*-параметров, вид которой изображен на рис. 2.

	$\lceil V \rceil$	V	V	V	Ο	Ο	Ο	Ο	Ο	Ο	Ο	0	Ο	Ο	Ο	0 ]
	<b>1</b> <sub>1.1</sub>	<i>I</i> <sub>1.2</sub>	<i>I</i> <sub>1.3</sub>	<b>1</b> <sub>1.4</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	<i>Y</i> <sub>2.1</sub>	$Y_{2.2}$	$Y_{2.3}$	$Y_{2.4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	<i>Y</i> <sub>3.1</sub>	<i>Y</i> <sub>3.2</sub>	Y <sub>3.3</sub>	<i>Y</i> <sub>3.4</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	<i>Y</i> <sub>4.1</sub>	$Y_{4.2}$	<i>Y</i> <sub>4.3</sub>	$Y_{4.5}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	$Y_{5.5}$	$Y_{5.6}$	$Y_{5.7}$	$Y_{5.8}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	$Y_{6.5}$	$Y_{6.6}$	$Y_{6.7}$	$Y_{6.8}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	$Y_{7.5}$	$Y_{7.6}$	$Y_{7.7}$	$Y_{7.8}$	0	0	0	0	0	0	0	0
V _	0	0	0	0	$Y_{8.5}$	$Y_{8.6}$	$Y_{8.7}$	$Y_{8.8}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$I_g -$	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{9.9}$	$Y_{9.10}$	<i>Y</i> <sub>9.11</sub>	$Y_{9.12}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	$Y_{10.9}$	$Y_{10.10}$	$Y_{10.11}$	$Y_{10.12}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	<i>Y</i> <sub>11.9</sub>	$Y_{11.10}$	<i>Y</i> <sub>11.11</sub>	$Y_{11.12}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	<i>Y</i> <sub>12.9</sub>	$Y_{12.10}$	<i>Y</i> <sub>12.11</sub>	$Y_{12.12}$	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<i>Y</i> <sub>13.13</sub>	<i>Y</i> <sub>13.14</sub>	<i>Y</i> <sub>13.15</sub>	<i>Y</i> <sub>13.16</sub>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<i>Y</i> <sub>14.13</sub>	$Y_{14.14}$	<i>Y</i> <sub>14.15</sub>	<i>Y</i> <sub>14.16</sub>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<i>Y</i> <sub>15.13</sub>	$Y_{15.14}$	<i>Y</i> <sub>15.15</sub>	<i>Y</i> <sub>15.16</sub>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<i>Y</i> <sub>16.13</sub>	$Y_{16.14}$	<i>Y</i> <sub>16.15</sub>	<i>Y</i> <sub>16.16</sub>

*Puc. 2.* Глобальная матрица *y*-параметров схемы, содержащей четыре нескоммутированных *RC*-ЭРП *Fig. 2.* The global y-parameter matrix of a circuit containing fournon-connected *RC*-EDP

Глобальная матрица *у*-параметров в соответствии с заданной схемой коммутации приводится по правилам преобразования многополюсных подсхем [20] к матрице 2×2, из которой и определяется выражение для импеданса двухполюсной цепи (модели ЭФИ).

## Разработка алгоритма и программы синтеза *C-R-NC* ЭФИ

Как было показано в наших предыдущих работах, при синтезе большинства конструкций ЭФИ на основе RC-ЭРП наиболее результативными оказываются эвристические методы поисковой оптимизации. Поэтому в качестве основы алгоритма синтеза C-R-NC ЭФИ выберем генетический алгоритм (ГА), для которого определим следующую последовательность этапов разработки:

• кодирование информации о внутренней структуре и конструктивных параметрах ЭФИ;

• разработка общей структуры ГА и принципов реализации генетических операций;

• разработка программы синтеза ЭФИ;

• проверка достоверности результатов синтеза ЭФИ.

# Кодирование информации о внутренней структуре и параметрах *C-R-NC* ЭФИ

В совокупности все факторы, которые полно и однозначно описывают внутреннюю структуру и конструкцию *C-R-NC* ЭФИ, можно представить в виде множества  $\Theta$ :

$$\Theta = \mathbf{P} \cup \mathbf{C}, \tag{3}$$

где **Р** – множество параметрических и конструктивных факторов; **С** – множество схемотехнических факторов (схемы коммутации между соседними *RC*-ЭРП и схемы двухполюсного включения многополюсника во внешнюю цепь).

Определим множество **Р** как совокупность подмножеств:

$$\mathbf{P}=\mathbf{N}\cup\mathbf{L},$$
 (4)

где множества N и L включают допустимые значения параметров *N* и *L* каждого *RC*-ЭРП.

Множество С определим в виде выражения:

$$\mathbf{C} = \mathbf{E} \cup \mathbf{A} \cup \mathbf{B},\tag{5}$$

где множество E включает допустимые схемы соединений смежных *RC*-ЭРП между собой; множество A – множество номеров заземленных узлов в схемах соединений смежных *RC*-ЭРПЭФИ; B – множество допустимых схем двухполюсных включений многополюсника во внешнюю цепь.

Кодирование параметрических и конструктивных факторов заключается в определении формы представления параметров множества **P**, задаваемого выражением (4), и диапазоном допустимых значений для элементов каждого из подмножеств. Значения параметров  $N_i$  для всех *RC*-ЭРП выбираются одинаковыми (так как все одноименные слои выполняются в одном технологическом цикле), следовательно, множество **N** в данном случае будет состоять из одного члена *N*. Так как при разработке программы используется среда Matlab, то информацию о множестве **L** целесообразно записывать в матричной форме:

$$L = [l_1, l_2, l_3, l_4].$$
(6)

Кодирование множества всех вариантов соединения *RC*-ЭРП между собой, которые задаются множеством **E**, будет опираться на матрицу, представленную на рис. 3.



*Рис. 3.* Электрические эквиваленты, соответствующие множеству Е

Fig. 3. Electrical equivalents corresponding to the set E

Для каждого варианта межсоединений создается матрица инциденций *CON*. Пример матрицы инциденций для варианта схемы, находящейся на пересечении первой строки и третьего столбца матрицы по рис. 3, имеет следующий вид:

	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	1	
	0	0	0	0	0	0	0	0	
CON	0	0	0	0	0	0	0	0	(7)
CON =	0	0	0	0	0	0	0	0	$(\prime)$
	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	0	0	0	

Алгоритм задания матрицы инциденций следующий: в нулевую матрицу  $[CON_k]$  размерностью 8×8 устанавливаются единицы только в тех ячейках, где имеется связь между контактами (одна связь – одна запись), при этом номер строки должен иметь меньший порядковый номер, чем столбец.

В процессе синтеза некоторые узлы в схемах, соответствующих множеству **E**, могут быть заземлены, что дает дополнительные степени свободы при синтезе. Номера этих узлов образуют множество **A**, которое состоит из матриц  $GND_i$  $1\times8$ , принцип формирования которых иллюстрируется на рис. 4.

$$GND = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 4. Пример кодирования номера заземленного узла: a – схема заземления элемента из множества E;  $\delta$  – матрица-строка GND, кодирующая номер заземленного узла

*Fig.* 4. Grounded node number coding example: a - grounding scheme of an element from the set **E**; b - matrixrow GND encoding the number of the grounded node

Информация о схеме соединения смежных секций *C-R-NC*ЭРП, записанная в виде пары матриц [ $CON_k$ ] и [ $GND_i$ ], в соответствии с принятой терминологией в ГА образует ген. Информация, представленная в виде массива из нескольких пар матриц [ $CON_k$ ] и [ $GND_i$ ] (в нашем случае из 3 пар), образует хромосому:

$$XROM_{i} = [([CON_{1}], [GND_{1}]);$$
  
([CON\_{2}], [GND\_{2}]); (8)  
([CON\_{3}], [GND\_{3}])].

Множество **В** (допустимые схемы включений С-R-NC ЭФИ во внешнюю цепь) формируется следующим образом: • определяются все незадействованные (*float*) узлы и вносятся в матрицу-строку в случайном порядке;

• следующие друг за другом номера узлов попарно соединяются.

Если число незадействованных узлов нечетное, то один узел останется неподключенным.

Таким образом, при кодировании схемотехнической информации в структурах хромосом появляются гены, несущие информацию, представленную не в форме десятичных чисел или битовых последовательностей, как это обычно принято в практике создания генетических алгоритмов, а в виде иерархических структур, включающих в себя элементы множеств в виде матриц, соотнесенных с электрическими схемами.

## Разработка генетического алгоритма синтеза ЭФИ на основе *C-R-NC* ЭРП

Математическое описание генетического алгоритма синтеза в общем виде может быть представлено как

$$\Gamma A = \{POP, n, F, KROSS, MUT\}, \qquad (9)$$

где POP – исходная популяция; n – количество особей в популяции; F – функция фитнесса (функция полезности); KROSS – оператор кроссинговера; MUT – оператор мутации.

Создание начальной популяции – генерация случайного множества решений, достаточно большого, но не исчерпывающего все возможные варианты. Особь популяции представляет собой один из вариантов множества С, сформированный случайным образом. Данная стратегия в результате эволюции популяции создает возможность перехода из одной подобласти поиска в другую и имеет сравнительно небольшую размерность задачи оптимизации.

Функция фитнесса (функция полезности) *F*, рассчитываемая для каждой особи популяции, определяет вероятность сохранения данной особи в популяции или ее удаления, как ошибочного решения, не улучшающего популяцию.

Поскольку в процессе синтеза ЭФИ необходимо получить такую особь популяции, которая бы обеспечивала заданный уровень постоянства фазы ФЧХ импеданса  $\varphi_c$  с допустимой неравномерностью  $\Delta \varphi$  в определенном интервале частот (от  $f_{\text{мин}}$  до  $f_{\text{макс}}$ ), то количественную оценку Fрешено проводить определением числа значений ФЧХ импеданса синтезируемого ЭФИ, попадающих в условное окно, образуемое заданными требованиями на графике ФЧХ. Пример вычисления функции фитнесса приведен на рис. 5.



Рис. 5. Пример вычисления функции фитнесса

Fig. 5. Fitness function calculation example

В данном примере интервал частот от  $f_{\text{мин}}$  до  $f_{\text{макс}}$  разбит на 15 частотных точек. Количество частотных точек, в которых ФЧХ импеданса находится в пределах окна заданных требований, и определяет величину *F* (в данном примере *F* = 11).

Обоснование выбора оператора скрещивания проведено в [20]. В ней было показано, что самым оптимальным вариантом является однородное скрещивание по шаблону, приведенному на рис. 6.



Рис. 6. Шаблон оператора скрещивания

Fig. 6. Crossover operator pattern

Первая особь в шаблоне скрещивания должна быть с лучшим значением функции фитнеса *F*, а последняя особь уничтожается, так как она является наименее приспособленной. Следовательно, перед началом скрещивания важно осуществить ранжирование особей популяции по убыванию функции фитнеса.

Оператор мутации реализуется заменой одного гена в хромосоме (8) родительской особи геном, выбранным случайным образом, из всего диапазона значений множеств **A** и **E**. Это обеспечивает поддержание достаточного разнообразия генетического материала популяции.

### Результаты синтеза элементов

### с фрактальным импедансом

Программа синтеза *C-R-NC* ЭФИ, основанная на описанном ГА, была разработана в среде Matlab. Программа по заданным требованиям к ФЧХ импеданса ЭФИ в заданном диапазоне частот находит схему замещения ЭФИ, обеспечивающую эти требования. Для проверки корректности работы программы синтеза все результаты синтеза были проверены в программе схемотехнического моделирования OrCAD. С этой целью была разработана схемотехническая модель *C-R-NC* ЭРП в виде 256-звенной лестничной цепи, содержащей *R*- и *C*-элементы с сосредоточенными параметрами.

Примеры синтезированных схем замещения *C-R-NC* ЭФИ, ФЧХ их импедансов и результаты моделирования ФЧХ импеданса схемы замещения ЭФИ в программе OrCAD приведены в табл. 1. Таблица 1. Результаты работы программы синтеза схем замещения ЭФИ и проверки корректности ее работы в программе OrCAD

Table 1. The results of the program	n for the synthesis of EFI	equivalent circuits and	l checking the correctness
of its work in the OrCAD program			



Для преобразования синтезированных моделей ЭФИ в многослойные толстопленочные конструкции были выбраны материалы для толстопленочных слоев. Для проводящих обкладок – паста ПП-16 ЕТ0.035.487ТУ, для резистивного слоя – паста ПРу-П-10К ЕТ0.035.231ТУ с поверхностным сопротивлением 10 кОм/кв. и диэлектрических слоев – паста ПД-8 ЕТ0.035.368ТУ с удельной емкостью 400 пФ/см<sup>2</sup>. Эскизные изображения полученных конструкций для соответствующих моделей ЭФИ показаны в табл. 2.

## Таблица 2. Эскизные изображения конструкций ЭФИ Table 2. Sketch images of EFI structures



# Сравнение результатов работы программ синтеза *C-R-NC* ЭФИ и *R-C-NR* ЭФИ

Поскольку разработанная программа синтеза *C-R-NC* ЭФИ является альтернативой ранее разработанной программе синтеза *R-C-NR* ЭФИ, то представляет интерес сравнение результатов синтеза, полученных с помощью данных программ. Обе программы запускались на одном и том же компьютере при одинаковых требованиях к уровню постоянства фазы ФЧХ импеданса ЭФИ. Для определения средних значений оцениваемых показателей результатов синтеза на каждом заданном уровне фазы импеданса ФЧХ ЭФИ проводилось по 10 запусков программ. В табл. 3 показаны средние значения диапазона частот ( $\Theta = lg(f_{\text{макс}}/f_{\text{мин}})$ , в котором сохранялось заданное постоянство фазы.

Таблица 3. Результаты сравнения программ синтеза C-R-NC ЭФИ и R-C-NR ЭФИ по диапазону частот постоянства фазы

*Table 3.* Comparison results of the C-R-NC EPI and R-C-NR EPI synthesis programs in the frequency range of phase constancy

φ	$\Theta_{\text{C-R-NC}}$ , декад	$\Theta_{ ext{R-C-NR}}$ , декад
Минус 10 <sup>0</sup>	0	2,5
Минус 30 <sup>0</sup>	1,2	2,9
Минус 60 <sup>0</sup>	2,0	1,5
Минус 80 <sup>0</sup>	1,1	0

Видим, что при десяти запусках программы синтеза *C-R-NC* ЭФИ при заданном угле постоянства фазы минус 10° не было ни одного успешного результата. Подобная ситуация наблюдается и при десяти запусках программы синтеза *R-C-NR* ЭФИ, но уже при угле постоянства фазы минус 80°. Как и предполагалось, результаты синтеза *C-R-NC* ЭФИ с постоянством фазы от минус 80° до минус 45° дают в среднем лучшие результаты, чем результаты синтеза *R-C-NR* ЭФИ в этом диапазоне фаз. В то же время результаты синтеза *R-C-NR* ЭФИ с постоянством фазы от минус 10° до минус 45° дают в среднем лучшие результаты, чем результаты синтеза *C-R-NC* ЭФИ в этом диапазоне фаз.

Вторым сравниваемым показателем выбран процент синтезированных ЭФИ без гальванической связи при  $\varphi_c = -45^\circ$  и 10 успешных запусках обеих программ синтеза. Получены следующие результаты: *С-R-NC* ЭФИ – 90 % результатов без гальванической связи, а при *R-C-NR* ЭФИ – 10 %. Это подтверждает нашу гипотезу о том, что преимущественное количество диэлектрических слоев в *C-R-NC* ЭФИ с высокой долей вероятности будет приводить к ЭФИ без гальванической связи между выводами.

### Заключение

Разработан алгоритм синтеза C-R-NC ЭФИ на основе генетического алгоритма поисковой оптимизации, включающий в себя методы кодирования информации о внутренней структуре и параметрах RC-ЭРП, образующих эту структуру, способы реализации генетических операторов применительно к конструктивным особенностям объекта синтеза. Получены результаты работы программы синтеза, созданной в среде Matlab, на основе разработанного алгоритма. Подтверждена достоверность результатов синтеза с помощью моделирования характеристик синтезированной схемы замещения ЭФИ в известном пакете схемотехнического моделирования OrCAD. Анализ характеристик и параметров синтезированных С-R-NC ЭФИ позволяет сделать следующие выводы: для синтеза ЭФИ при заданных углах постоянства фазы ФЧХ от минус 45° и ниже целесообразно использовать разработанную программу C-R-NC ЭФИ; в 90 % случаев синтеза программа формирует ЭФИ без гальванической связи между выводами, что в большей степени соответствует характеристикам фрактального емкостного элемента.

#### Библиографические ссылки

1. *Mandelbrot B. B.* The Fractals Geometry of Nature. N. Y.: Freeman, 1982, 460 p.

2. *Mandelbrot B. B.* Fractals: Form, Chance, and Dimension, Freeman, San Francisco, 1977, 352 p.

3. *Учайкин В. В.* Метод дробных производных. Ульяновск : Артишок, 2008. 512 с. : ил.

4. *Monje C., Chen Y., Vinagre B., Xue D., Feliu V.* Fractional Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications (Advances in Industrial Control). Springer, London (2010), 431 p. ISBN: 978-1849963343.

5. *Gil'mutdinov K., Ushakov P. A., El-Khazali R.* Fractal Elements and their applications, Analog circuits and signal processing, Springer Publications, 2017. 252 p. ISBN 978-3-319-45248-7; DOI 10.1007/978-3-319-45249-4.

6. Biswas K., Bohannan G., Caponetto R., Lopes A. M., Machado J. A. T. Fractional-Order Devices, Springer Briefs in Applied Sciences and Technology, Nonlinear Circuits, Springer Publications, ISBN 978-3-319-54459-5; e-ISBN 978-3-319-54460-1; DOI 10.1007/978-3-319-54460-1.

7. Azar A. T., Radwan A. G., Vaidyanathan S. Mathematical Techniques of Fractional Order Systems, Publisher Elsevier Science 2018, 700 p. ISBN 9780128135938.

8. Fractional-Order Modeling of Dynamic Systems with Applications in Optimization, Signal Processing, and Control Editors: A. Radwan, F. Khanday, L. Said, Publisher: Academic Press; 1st edition (November 19, 2021), 528 p. ISBN: 978-0323900898.

9. Fractional Order Systems: An Overview of Mathematics, Design, and Applications for Engineers (Emerging Methodologies and Applications in Modelling, Identification and Control) 1st Editionby A. G. Radwan (Editor), F. A.Khanday (Editor), L. A. Said (Editor), Publisher : Academic Press; 1st edition (November 2, 2021), 612 p. ISBN: 978-0128242933.

10. Azar A. T., Radwan A. G., Vaidyanathan S. Fractional Order Systems: Optimization, Control, Circuit Realizations and Applications, Publisher: Academic Press; 1st edition (August 30, 2018), 2018, 741 p. ISBN: 978-0128161524.

11. Fractional-Order Design: Devices, Circuits, and Systems (Emerging Methodologies and Applicati Identification and Control) 1st Editionby A. G. Radwan (Editor), F. A.Khanday (Editor), L. A. Said (Editor), Publisher: Academic Press; 1st edition (November 10,2021) 548 p. ISBN: 978-0323900904.

12. Azar A. T., Vaidyanathan S. A. Ouannas. Fractional Order Control and Synchronization of Chaotic Systems, Springer International Publishing AG 2017, 877 p. ISBN 978-3319502489.

13. Fractional-order Modeling and Control of Dynamic Systems, Springer International Publishing AG 2017, 173 p. ISBN 978-3-319-52949-3 DOI 10.1007/978-3-319-52950-9.

14. *Tsirimokou G., Psychalinos C., Elwakil A.* Design of CMOS Analog Integrated Fractional-Order Circuits. Applications in Medicine and Biology, Springer Briefs in Electrical and Computer Engineering, Springer Publications, 2017, 118 p. ISBN 978-3-319-55632-1 DOI 10.1007/978-3-319-55633-8.

15. *Padula F., Visioli A.* Advances in Robust Fractional Control Springer International Publishing Switzerland 2015, 182 p. ISBN 978-3-319-10929-9, DOI 10.1007/978-3-319-10930-5.

16. *Oustaloup A*. Diversity and Non-integer Differentiation for System Dynamics, Published by ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc. 2014, 383 p. ISBN 978-1848214750.

17. Shah Z. M., Kathjoo M. Y., Khanday F. A., Biswas K., Psychalinos C. A survey of single and multicomponent Fractional-Order Elements (FOEs) and their applications // Microelectronics Journal, Volume 84, February 2019, Pages 9-25.

18. Князев И. В., Ушаков П. А. Разработка программы проектирования элементов с фрактальным импедансом на основе C-R-NC структур // Интеллектуальные системы в производстве. 2021. Т. 19, № 2. C. 62–71.

19. *Castro P. S.* Microsystem circuit analysis // Electrical Engineering. 1961. Vol. 80, no. 7. P. 535-542, Publisher: IEEE. DOI: 10.1109/EE.1961.6433340.

20. *Попов В. П.* Основы теории цепей. М. : Высш. шк., 2007, 415 с.

### References

1. Mandelbrot B.B. The Fractals Geometry of Nature. N. Y.: Freeman, 1982, 460 p.

2. Mandelbrot B. B. Fractals: Form, Chance, and Dimension, Freeman, San Francisco, 1977, 352 p.

3. Uchaikin V.V. Method of fractional derivatives / V.V. Uchaikin - Ulyanovsk, 2008. - 512 p.

4. C. Monje, Y. Chen, B. Vinagre, D. Xue, V. Feliu, Fractional Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications (Advances in Industrial Control). Springer, London (2010), 431 p. ISBN: 978-1849963343.

5. K. Gil'mutdinov, P. A. Ushakov, R. El-Khazali, Fractal Elements and their applications, Analog circuits and signal processing, Springer Publications, 2017. 252 p. ISBN 978-3-319-45248-7; DOI 10.1007/978-3-319-45249-4.

6. K. Biswas, G. Bohannan, R. Caponetto, A. M. Lopes, J. A. T. Machado, Fractional-Order Devices, Springer Briefs in Applied Sciences and Technology, Nonlinear Circuits, Springer Publications, ISBN 978-3-319-54459-5; e-ISBN 978-3-319-54460-1; DOI 10.1007/978-3-319-54460-1.

7. A. T. Azar, A. G. Radwan, S.Vaidyanathan, Mathematical Techniques of Fractional Order Systems, Publisher Elsevier Science 2018, 700 p. ISBN 9780128135938.

8. Fractional-Order Modeling of Dynamic Systems with Applications in Optimization, Signal Processing, and Control Editors:A.Radwan, F.Khanday, L.Said,Publisher: Academic Press; 1st edition (November 19, 2021), 528 p.ISBN: 978-0323900898.

9. Fractional Order Systems: An Overview of Mathematics, Design, and Applications for Engineers (Emerging Methodologies and Applications in Modelling, Identification and Control) 1st Editionby A. G. Radwan (Editor), F. A. Khanday (Editor), L. A. Said (Editor), Publisher : Academic Press; 1st edition (November 2, 2021), 612 p. ISBN: 978-0128242933.

10. T. Azar, A. G. Radwan, S. Vaidyanathan.Fractional Order Systems: Optimization, Control, Circuit Realizations and Applications, Publisher: Academic Press; 1st edition (August 30, 2018), 2018, 741 p. ISBN: 978-0128161524. 11. Fractional-Order Design: Devices, Circuits, and Systems (Emerging Methodologies and Applicati Identification and Control) 1st Editionby A. G. Radwan(Editor), F. A. Khanday (Editor), L. A. Said (Editor), Publisher: Academic Press; 1st edition (November 10,2021) 548 p. ISBN: 978-0323900904.

12. T. Azar, S. Vaidyanathan. A. Ouannas. Fractional Order Control and Synchronization of Chaotic Systems, Springer International Publishing AG 2017, 877 p. ISBN 978-3319502489.

13. Fractional-order Modeling and Control of Dynamic Systems, Springer International Publishing AG 2017, 173 p.ISBN 978-3-319-52949-3 DOI 10.1007/978-3-319-52950-9.

14. G. Tsirimokou, C. Psychalinos, A. Elwakil. Design of CMOS Analog Integrated Fractional-Order Circuits. Applications in Medicine and Biology, Springer-Briefs in Electrical and Computer Engineering, Springer Publications, 2017, 118 p.ISBN 978-3-319-55632-1 DOI 10.1007/978-3-319-55633-8.

15. F. Padula, A. Visioli. Advances in Robust Fractional Control Springer International Publishing Switzerland 2015, 182 p.ISBN 978-3-319-10929-9, DOI 10.1007/978-3-319-10930-5.

16. A.Oustaloup, Diversity and Non-integer Differentiation for System Dynamics, Published by ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc. 2014, 383 p. ISBN 978-1848214750.

17. Z. M. Shah, M. Y. Kathjoo, F. A. Khanday, K. Biswas, C. Psychalinos.A survey of single and multicomponent Fractional-Order Elements (FOEs) and their applications //Microelectronics Journal, Volume 84, February 2019, Pages 9-25.

18. Knyazev I.V., Ushakov P.A. [Development of a program for designing elements with a fractal impedance based on C-R-NC structures]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2021. Vol. 19, no. 2. P. 62-71 (in Russ.).

19. P.S. Castro. Microsystem circuit analysis // Electrical Engineering, V. 80, N 7, 1961. P. 535-542, Publisher: IEEE. DOI: 10.1109/EE.1961.6433340.

20. Popov V.P. *Osnovy teorii tsepei* [Fundamentals of the theory of circuits]. Moscow : Higher school, 2007, 415 p. (in Russ.).

#### \* \* \*

## Fractal Impedance Element Synthesis Based on Multilayer Resistance-Capacitance Environment with C-R-Nc Layer Structure

*I. V. Knyazev*, Student, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia *P. A. Ushakov*, DSc, Professor, Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

The idea of fractural calculus appeared almost at the same time as the development of conventional differential calculus began. However, modern scientists became familiar with it only from pioneering works of B. Mandelbrot on fractal geometry of nature in 1980s. Since then, numerous scientific works were published on various aspects of fractural calculus and its application in science and engineering, and the interest to this area remains high. However, for physical implementation of fractural integration operators two-terminal elements with fractional power and frequency law (the fractural impedance elements - FIE) are required. Commercial FIE that could be produced industrially have not been developed so far. The greatest potential, in this case, have FIE built on the basis of multilayer resistance-capacitance element with distributed parameters (RC-distributed elements).

One of the baseline designs of such FIEs with R-C-NR layer structure was manufactured as a prototype model. However, when manufacturing and testing of this element, flaws that may prevent its application were detected.

The article suggests making FIE based on RC-distributed elements with dual C-R-NC layer structure where, as it is assumed, it is possible to avoid flaws found in FIE with R-C-NR layer structure. However, to solve this problem it is necessary to develop an algorithm and a program of structure synthesis of new type FIE enabling production elements with parameters not worse than those of the existing FIE with R-C-NR layer structure.

For this purpose, an algorithm of frequency characteristic analysis of equivalent circuit FIE based on RCdistributed parameters having C-R-NC layer structure and being the component of synthesis algorithm, was developed. Principal stages of synthesis algorithm based on search optimization genetic algorithm were formulated. Ways of information coding of internal structure and parameter C-R-NC FIE were defined. Method of function calculation of individual fitness within population of object representation and ways of genetic operators (selection, crossing-over and mutation) realization in the process of genetic algorithm performance was described. Thereupon the synthesis program was developed and the results of its operation are given in the article. Synthesis result validity was verified by means of circuit simulation software OrCAD by application of Pspice-based C-R-NC-line model. The obtained FIE equivalent circuits integral C-R-NC structures, taking into account chosen materials and layer parameters, were designed. Comparative analysis results of synthesis program operation of C-R-NC FIE and R-C-NR FIE for synthesis FIE with the same requirements to frequency impedance FIE characteristics are given, showing that synthesizing C-R-NC FIE; the FIE with phase uniformity phase-frequency impedance characteristics from - 45° to about - 80° without galvanic coupling between poles and synthesizing R-C-NR FIE, the FIE with phase uniformity of phase-frequency impedance from -10° to about -45° with galvanic coupling between the pole are more likely to be realized.

**Keywords:** Fractal impedance elements, synthesis of elements with fractal impedance, *C-R-NC*-line, *R-C-NR*-line, *RC*-distributed element, genetic algorithm.

Получено: 23.05.22