УДК 531.383
DOI: 10.22213/2410-9304-2022-4-34-47

Алгоритмическое повышение точности сигналов твердотельных волновых гироскопов

К. В. Шишаков, доктор технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Проводится обсуждение возможных путей алгоритмического повышения точности выходных сигналов твердотельных волновых гироскопов пониженного качества изготовления при наличии у их резонаторов остаточных механических дефектов в виде разночастотности и разнодобротности.

Для этого использованы узкополосные амплитудно-фазовые модели колебаний резонаторов на второй угловой гармонике, записанные в резонансных переменных. Далее выполнен переход к произвольным неподвижным осям, включая приборные оси измерительного устройства. Также выполнен переход к подвижным осям рабочей и квадратурной стоячих волн для раскрытия параметрических зависимостей в функции дрейфа выходного сигнала гироскопа.

На этой основе обозначены семь основных этапов последовательного системного алгоритмического повышения точности выходного сигнала. Из них в статье преимущественно рассматриваются варианты комбинирования операций калибровки функций систематического дрейфа выходного сигнала с новыми возможностями повышения точности алгоритма расчета сигнала.

Среди таких вариантов выделены: построение двумерных калибровочных функций; использование теоретических зависимостей для уменьшения трудоемкости калибровки функции дрейфа; разделение функций дрейфа на калибруемую и измеряемую части.

Для калибровки коэффициентов теоретических частей функций дрейфа рассмотрены разные модели их идентификации в режиме свободных колебаний резонатора гироскопа. При этом использованы модели колебаний в подвижных осях стоячих волн и неподвижных приборных осях.

Дополнительно для случая одноэлектродной системы параметрического возбуждения кратко обозначены возможности контроля разночастотности и разнодобротности резонаторов гироскопов в рабочем режиме эксплуатации. А также поставлена задача идентификации параметров эталонных моделей колебаний резонаторов с целью формирования альтернативных алгоритмов повышения точности измерительного сигнала гироскопов.

Развитие описанных направлений поиска путей алгоритмического повышения точности сигнала твердотельных волновых гироскопов со значительными остаточными разночастотностью и разнодобротностью их резонаторов на практике ожидается в процессе непосредственной их отработки в конкретных условиях эксплуатации.

Ключевые слова: математическая модель, цифровой двойник, резонатор, твердотельный волновой гироскоп, идентификация, разнодобротность, разночастотность.

Введение

Неослабевающий интерес к теории и практике волновых твердотельных гироскопов (ВТГ ≡ ≡ ТВГ) связан в настоящее время с анализом тонких факторов, влияющих на точность выходного сигнала [1–4 и др.]. При этом часто неявно стоит важная производственная задача по нахождению наилучшего баланса между требуемой точностью выходного сигнала гироскопов и себестоимостью ее достижения, который зависит от конкретных прикладных областей предназначения и использования гироскопов.

Современные технологии изготовления волновых твердотельных гироскопов позволяют эффективно выявлять и ослаблять явно выраженные несовершенства производственных образцов резонаторов, влияющие в наибольшей мере на точность выходных сигналов гироскопов [5–9 и др.]. Поэтому дальнейшее повышение точности выпускаемых гироскопов связывают уже с более широким системным исследованием тонких факторов производства и обработки сигналов [10, 11 и др.]. Практическая востребованность такого разностороннего исследования объясняется, во-первых, необходимостью уменьшения себестоимости существующего производства гироскопов. Во-вторых, сохраняется актуальность перехода на производство новых серий более дешевых твердотельных волновых гироскопов уменьшенных размеров с одновременным упрощением их конструктивного исполнения.

На практике все используемые факторы повышения эффективности производства твердотельных волновых гироскопов можно разделить на две большие группы – соответственно с доминированием производственных или алгоритмических решений. Так, первая группа факторов обычно рекомендует совершенствование или удлинение цикла (чтобы достичь нужных точностей) процесса изготовления гироскопов. На практике она обычно предполагает повышение себестоимости выпускаемой продукции. Вторая же группа факторов относится к совершенствованию алгоритмического (и отчасти аппаратного) обеспечения электронных модулей гироскопов. С ее развитием связывают, наоборот, возможности уменьшения себестоимости выпускаемой продукции, в том числе за счет ослабления требований к достигаемым показателям первой группы факторов. Анализ таких новых возможностей замещения факторов эффективности первой группы на факторы эффективности второй группы становится особенно актуальным при разработке и освоении более дешевых новых серий твердотельных волновых гироскопов уменьшенных размеров.

Говоря об эффективности факторов, следует договориться о выборе наиболее важного критерия эффективности выпускаемых гироскопов. Так, при использовании гироскопов в бесплатформенных инерциальных навигационных системах важнейшим фактором их эффективности будет величина накапливаемого систематического дрейфа выходного измерительного сигнала. Если же в таких системах присутствует достаточно частое периодическое комплексирование сигнала по внешним измерителям, тогда этот критерий можно заменить на выбранное ограничение его накопления на промежуточных временных интервалах. В свою очередь, при использовании ТВГ в системах управления объектами с быстрым временным откликом отдельный интерес могут представлять шумы измерений, так как их сглаживание низкочастотными фильтрами будет увеличивать временную постоянную отклика системы на команды управления подвижными объектами.

Заметим, что на практике величина систематического дрейфа твердотельных волновых гироскопов обычно напрямую связана с остаточными погрешностями технологических операций [12]. Поэтому его уменьшение технологическими решениями может значительно (а иногда и конкурентно неприемлемо) повышать конечную стоимость гироскопов (в том числе на нее будет влиять и количество повторных производственных операций по доводке конструкций составных элементов гироскопа).

С другой стороны, среди алгоритмических путей уменьшения систематического дрейфа выходных сигналов твердотельных волновых гироскопов наибольший эффект обычно дает операция калибровки уже изготовленных гироскопов. При этом на основе специальных измерений строятся компенсирующие функции «антидрейфа», которые вводятся в алгоритмы обработки сигналов. На практике такие функции измеряют в лабораторных условиях. Важно учитывать, что для них требуется некоторая структурная грубость (например, через ограничение полосы учитываемых пространственных частот), при которой сохраняется их структурная стабильность в выбранных интервалах изменения эксплуатационных факторов. К недостаткам калибровочных функций можно отнести отсутствие наглядности факторных зависимостей, что влияет на выбираемую меру их грубости. Для преодоления этого используют разные математические варианты описания структуры функций дрейфа, полученные на основе моделей колебаний резонаторов с разной степенью детализации и точности.

Целью настоящей статьи является поиск и обсуждение дополнительных потенциальных путей (вариантов) алгоритмического повышения точности выходных сигналов твердотельных волновых гироскопов пониженного качества изготовления – при наличии у их резонаторов остаточных механических дефектов в виде разночастотности и разнодобротности. При этом основной интерес представляет анализ возможностей «замещения» производственных факторов повышения точности таких гироскопов на альтернативные алгоритмические факторы. Это становится особенно важным при освоении выпуска более дешевых гироскопов уменьшенных размеров (при прежней точности обрабатывающих инструментов), что предполагает поиск разных путей уменьшения их производственной себестоимости.

Механические модели резонаторов гироскопа

Сначала выпишем выбранные узкополосные модели, чтобы далее на их основе попробовать выделить разные факторные зависимости, потенциально предназначенные для повышения точности сигналов твердотельных волновых гироскопов за счет использования новых алгоритмов цифровой обработки их внутренних сигналов. Для этого воспользуемся уже готовыми результатами из статьи автора в этом журнале (Математические модели для цифровых двойников неидеальных резонаторов твердотельных волновых гироскопов // Интеллектуальные системы в производстве, 2022, № 3).

Базовую узкополосную механическую модель осесимметричного резонатора гироскопа составляют уравнения его колебаний в резонансных переменных (p, q) на второй угловой гармонике с почти совпадающими частотами $\omega_p \approx \omega_q$ и близким коэффициентами демпфирования $\nu_p \approx \nu_q$:

$$\begin{aligned} &\ddot{p} + 2\nu_p \dot{p} + \omega_p^2 p + 2(\nu_{pq} - \Omega K)\dot{q} = \Phi_p, \\ &\ddot{q} + 2\nu_q \dot{q} + \omega_q^2 q + 2(\nu_{qp} + \Omega K)\dot{p} = \Phi_q, \end{aligned} \quad (1)$$

где Ω – измеряемая скорость вращения; K – масштабный коэффициент.

При этом угловое положение θ_ω осей жесткости (p, q) относительно приборных осей (C, S) учитывается в угловой функции деформации $W(\theta,t)$ рабочей кромки резонатора и распределенного по углу управляющего воздействия $\Phi(\theta,t)$:

$$\begin{aligned} W(\theta,t) &= p(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_\omega) + q(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_\omega), \\ \Phi(\theta,t) &= \Phi_p(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_\omega) + \Phi_q(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_\omega), \end{aligned}$$

а угловое положение осей добротности (θ_μ) – в коэффициентах:

$$\begin{aligned} 2\nu_p &= (\mu_0 + \Delta\mu\cdot\cos4\Delta\theta_{\mu\omega})\cdot\omega_p^2; \quad 2\nu_q = \\ &= (\mu_0 - \Delta\mu\cdot\cos4\Delta\theta_{\mu\omega})\cdot\omega_q^2; \\ 2\nu_{pq} &= \Delta\mu\cdot\sin4\Delta\theta_{\mu\omega}\cdot\omega_q^2; \quad 2\nu_{qp} = \\ &= \Delta\mu\cdot\sin4\Delta\theta_{\mu\omega}\cdot\omega_p^2; \quad \Delta\theta_{\mu\omega} \equiv \theta_\mu - \theta_\omega. \end{aligned}$$

Выделяя в (1) средние значения почти совпадающих коэффициентов и их малые отличия, имеем:

$$\begin{aligned} &\ddot{p} + 2(\nu + \Delta\nu_{\mu c})\dot{p} + 2\Delta\nu_{\mu s}\dot{q} + \\ &+(\omega^2 + \Delta\omega^2)p - 2\Omega K\dot{q} = \Phi_p, \\ &\ddot{q} + 2(\nu - \Delta\nu_{\mu c})\dot{q} + 2\Delta\nu_{\mu s}\dot{p} + \\ &+(\omega^2 - \Delta\omega^2)q + 2\Omega K\dot{p} = \Phi_q, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\omega^2 \equiv (\omega_p^2+\omega_q^2)/2$, $\Delta\omega^2 \equiv (\omega_p^2 - \omega_q^2)/2 \to 0$; $\nu \equiv (\nu_p + \nu_q)/2$, $\delta\mu \equiv \Delta\mu/\mu_0 \to 0$; $\Delta\nu_{\mu s} \equiv (\nu_{pq} + \nu_{qp})/2 = \nu\,\delta\mu\,\sin4\Delta\theta_{\mu\omega}$, $\Delta\nu_{\mu c} \equiv (\nu_p - \nu_q)/2 = \nu\,\delta\mu\cos4\Delta\theta_{\mu\omega}$.

На основе (2) может быть сформирована более общая модель с привязкой к другим выбранным осям (X, Y), развернутым относительно приборных осей (C, S) на угол θ_x:

$$\begin{aligned} X(t) &= C(t)\cos2\theta_x + S(t)\sin2\theta_x, \\ Y(t) &= -C(t)\sin2\theta_x + S(t)\cos2\theta_x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X &= p\cos\Psi_x + q\sin\Psi_x, \\ Y &= -p\sin\Psi_x + q\cos\Psi_x, \\ \Psi_x &\equiv 2(\theta_x - \theta_\omega). \end{aligned}$$

Она получается следующей:

$$\begin{aligned} &\ddot{X} + 2\nu_x\dot{X} + \omega_x^2 X - 2\Omega K\dot{Y} = \\ &= \Phi_x + \Delta\omega_{xy}^2 Y + 2\Delta\nu_{xy}\dot{Y}, \\ &\ddot{Y} + 2\nu_y\dot{Y} + \omega_y^2 Y + 2\Omega K\dot{X} = \\ &= \Phi_y + \Delta\omega_{xy}^2 X + 2\Delta\nu_{xy}\dot{X}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} W(\theta,t) &= X(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_x) + \\ &+Y(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_x), \\ \Phi(\theta,t) &= \Phi_x(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_x) + \\ &+\Phi_y(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_x), \end{aligned}$$

где $\Delta\omega_{xy}^2 = \Delta\omega^2\sin2\Psi_x \to 0$;
$\Delta\nu_{xy} = \nu\delta\mu\sin4(\theta_x-\theta_\mu) \to 0; \Psi_x \equiv 2(\theta_x - \theta_\omega)$;
$\omega_x^2 = \omega^2 + \Delta\omega^2\cos2\Psi_x$, $\omega_y^2 = \omega^2 - \Delta\omega^2\cos2\Psi_x$;
$\nu_x = \nu[1+\delta\mu\cos4(\theta_x-\theta_\mu)]$, $\nu_y = \nu[1-\delta\mu\cos4(\theta_x-\theta_\mu)]$.

При анализе волновых процессов в твердотельном волновом гироскопе основной интерес представляют временные изменения амплитуд колебаний. Поэтому от уравнений колебаний (1)–(3), записанных в быстрых переменных, обычно переходят к моделям в *медленных переменных* (их будем обозначать нижним индексом «0»), выделяя высокочастотные колебания на средней резонансной частоте ω:

$$\begin{aligned} X(t) &= X_0(t)\exp[-j\omega t], \\ Y(t) &= Y_0(t)\exp[-j\omega t]. \end{aligned}$$

В результате вместо (3) будем иметь:

$$\begin{aligned} &\dot{X}_0 + (\nu_x - j\delta\omega_c)X_0 - \Omega K Y_0 = \\ &= -j\Phi_{x0}/2\omega + (-j\delta\omega_s + \Delta\nu_{xy})Y_0, \\ &\dot{Y}_0 + (\nu_y + j\delta\omega_c)Y_0 + \Omega K X_0 = \\ &= -j\Phi_{y0}/2\omega + (-j\delta\omega_s + \Delta\nu_{xy})X_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\Phi_x(t) = \Phi_{x0}(t)\exp[-j\omega t]$,
$\Phi_y(t) = \Phi_{y0}(t)\exp[-j\omega t]$,
$\delta\omega_c \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\cos2\Psi_x/2$,
$\delta\omega_s \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\sin2\Psi_x/2$.

А в амплитудно-фазовом представлении:

$$\begin{aligned} X_0 &= a_X\exp[j\varphi_X],\ Y_0 = a_Y\exp[j\varphi_Y]; \\ \Phi_{x0}/2\omega &= a_{\Phi x}\exp[j\varphi_{\Phi x}], \\ \Phi_{y0}/2\omega &= a_{\Phi y}\exp[j\varphi_{\Phi y}]; \end{aligned}$$

уравнения (4) преобразуются к следующим:

$$
\begin{aligned}
&\dot a_X + \nu_x a_X - \Omega K\cos(\varphi_X-\varphi_Y)\cdot a_Y = \\
&= a_{\Phi x}\sin(\varphi_{\Phi x}-\varphi_X) + [\Delta\nu_{xy}\cos(\varphi_X-\varphi_Y) - \\
&- \delta\omega_s\sin(\varphi_X-\varphi_Y)]\cdot a_Y, \\
&\dot a_Y + \nu_y a_Y + \Omega K\cos(\varphi_X-\varphi_Y)\cdot a_X = \\
&= a_{\Phi y}\sin(\varphi_{\Phi y}-\varphi_Y) + [\Delta\nu_{xy}\cos(\varphi_X-\varphi_Y) + \\
&+ \delta\omega_s\sin(\varphi_X-\varphi_Y)]\cdot a_X, \\
&(\dot\varphi_X - \delta\omega_c)\cdot a_X + \Omega K\sin(\varphi_X-\varphi_Y)\cdot a_Y = \\
&= -a_{\Phi x}\cos(\varphi_{\Phi x}-\varphi_X) - [\Delta\nu_{xy}\sin(\varphi_X-\varphi_Y) + \\
&+ \delta\omega_s\cos(\varphi_X-\varphi_Y)]\cdot a_Y, \\
&(\dot\varphi_Y + \delta\omega_c)\cdot a_Y + \Omega K\sin(\varphi_X-\varphi_Y)\cdot a_X = \\
&= -a_{\Phi y}\cos(\varphi_{\Phi y}-\varphi_Y) + [\Delta\nu_{xy}\sin(\varphi_X-\varphi_Y) - \\
&- \delta\omega_s\cos(\varphi_X-\varphi_Y)]\cdot a_X,
\end{aligned}
\tag{5}
$$

где с учетом ранее введенных обозначений коэффициентов:

$$
\begin{aligned}
&\delta\omega_c \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\cos4(\theta_x-\theta_\omega)/2, \\
&\delta\omega_s \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\sin4(\theta_x-\theta_\omega)/2; \\
&\nu_{x,y} = \nu[1\pm\delta\mu\cos4(\theta_x-\theta_\mu)], \\
&\Delta\nu_{xy} = \nu\delta\mu\sin4(\theta_x-\theta_\mu).
\end{aligned}
$$

В качестве таких осей (X, Y) обычно будем выбирать приборные оси измерительного устройства (C, S) (при этом $\theta_x = 0$).

Если же в качестве новых осей выбрать подвижные оси стоячих волн (рабочей волны A и квадратурной волны B: $(X,Y) = (A, B)$, $\theta_x = \theta_A$), тогда с учетом фазовой связи $\varphi_A - \varphi_B = \pm\pi/2$ и изменяемости углового положения $\theta_A(t)$ вместо уравнений (4) получим:

$$
\begin{aligned}
&\dot A_0 + (\nu_x - j\delta\omega_c)A_0 - (\Omega K + 2\dot\theta_A)B_0 = \\
&= -j\Phi_{A0}/2\omega + (-j\delta\omega_s + \Delta\nu_{xy})B_0, \\
&\dot B_0 + (\nu_y + j\delta\omega_c)B_0 + (\Omega K + 2\dot\theta_A)A_0 = \\
&= -j\Phi_{B0}/2\omega + (-j\delta\omega_s + \Delta\nu_{xy})A_0,
\end{aligned}
\tag{6}
$$

где $W \approx A\cos2(\theta-\theta_A) + B\sin2(\theta-\theta_A)$;
$A = p\cos\Psi + q\sin\Psi$, $B = -p\sin\Psi + q\cos\Psi$,
$\Psi \equiv 2(\theta_A - \theta_\omega)$;
$A(t) = A_0(t)\exp[-j\omega t]$, $A_0(t) = a_A(t)\exp[j\varphi_A]$,
$\varphi_A - \varphi_B = \pm\pi/2$;
$B(t) = B_0(t)\exp[-j\omega t]$, $B_0(t) = a_B(t)\exp[j\varphi_B]$,
$a_B / a_A \to 0$.

Условно разрешая произвольные знаки амплитуды a_B и выбирая фазы управляющих воздействий из обеспечения эффективного воздействия на амплитуды соответствующих волн:

$$
\begin{aligned}
&\Delta\varphi_{\Phi A} \equiv \pi/2 - (\varphi_{\Phi A} - \varphi_A) \to 0. \\
&\Delta\varphi_{\Phi B} \equiv \pi/2 - (\varphi_{\Phi B} - \varphi_B) \to 0,
\end{aligned}
$$

уравнения (6) в амплитудно-фазовой форме записи примут вид:

$$
\begin{aligned}
&\dot a_A + \nu_A a_A = a_{\Phi A} - \delta\omega_s\cdot a_B, \\
&\dot a_B + \nu_B a_B = a_{\Phi B} + \delta\omega_s\cdot a_A; \\
&(\dot\varphi_A - \delta\omega_c)\cdot a_A + (\Omega K + 2\dot\theta_A + \Delta\nu_{AB})\cdot a_B = \\
&= -a_{\Phi A}\Delta\varphi_{\Phi A}, \\
&(\dot\varphi_A + \delta\omega_c)\cdot a_B + (\Omega K + 2\dot\theta_A - \Delta\nu_{AB})\cdot a_A = \\
&= -a_{\Phi B}\Delta\varphi_{\Phi B},
\end{aligned}
\tag{7}
$$

где будем иметь уже зависящие от времени параметры:

$$
\begin{aligned}
&\delta\omega_c \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\cos4(\theta_A-\theta_\omega)/2, \\
&\delta\omega_s \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\sin4(\theta_A-\theta_\omega)/2; \\
&\nu_{A,B} = \nu[1\pm\delta\mu\cos4(\theta_A-\theta_\mu)], \\
&\Delta\nu_{AB} = \nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu).
\end{aligned}
$$

Из двух последних уравнений (7) получается алгоритм формирования выходного измерительного сигнала гироскопа с выявлением малой функции дрейфа D.

$$
\begin{aligned}
&\Omega K + 2\dot\theta_A \approx \Delta\nu_{xy} - 2\dot\varphi_A\cdot(a_B/a_A) - \\
&-(a_{\Phi B}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi B} + (a_B/a_A)\cdot(a_{\Phi A}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi A}, \\
&\dot\varphi_A \approx \delta\omega_c - (a_{\Phi A}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi A} + (a_B/a_A)\cdot(a_{\Phi B}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi B}, \\
&\delta\omega_c = \delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega).
\end{aligned}
$$

В случае малости отношения $a_B / a_A \to 0$ здесь будем иметь:

$$
\begin{aligned}
&2\dot\theta_A = -\Omega K + D, \\
&D \approx \Delta\nu_{xy} - 2\dot\varphi_A\cdot(a_B/a_A) - (a_{\Phi B}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi B} = \\
&= \nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu) - 2(a_B/a_A)\times \\
&\times\delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega) - (a_{\Phi B}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi B},
\end{aligned}
\tag{8}
$$

где $\dot\varphi_A \approx \delta\omega_c = \delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega)$,
$\delta\omega \equiv \Delta\omega^2/2\omega \approx (\omega_p - \omega_q)/2$.

Остановимся отдельно на третьем слагаемом $(a_{\Phi B}/a_A)\Delta\varphi_{\Phi B}$ в функции дрейфа (8). В общем случае оно зависит от формируемого управляющего воздействия, которое можно непосредственно регистрировать разными способами. При этом вклад данного слагаемого в функцию дрейфа будет уменьшаться с повышением добротности резонаторов гироскопов (т. к. потребуется меньшая энергия параметрической подкачки резонансных колебаний). А для варианта одноканальной (одноэлектродной) системы параметрического возбуждения в идеальном случае вообще можно принять: $a_{ФB} \approx 0$.

Тогда первые два уравнения (7) примут вид:

$$\dot{a}_A + \nu a_A \approx a_{ФA};\ \dot{a}_B + \nu a_B \approx \delta\omega_s \cdot a_A,$$
$$\delta\omega_s \equiv \delta\omega \sin 4(\theta_A - \theta_\omega). \quad (9)$$

Так как система управления колебаниями резонатора поддерживает заданной амплитуду рабочей стоячей волны $a_A \approx \text{const}$, поэтому здесь можно принять: $\nu a_A \approx a_{ФA}$ (т. е. вклад $a_{ФA}$ уменьшается пропорционально ν). Кроме этого, при малых угловых скоростях ($\Omega \to 0$) можно принять стационарное решение и второго уравнения:

$$a_B \approx (\delta\omega/\nu)\sin 4(\theta_A - \theta_\omega)\cdot a_A,$$

что приведет к следующей параметрической зависимости для функции систематического дрейфа выходного сигнала:

$$D \approx \nu\delta\mu \sin 4(\theta_A - \theta_\mu) - (\delta\omega^2/\nu)\sin 8(\theta_A - \theta_\omega).$$

Отсюда, в частности, следует, что с уменьшением конструктивной вязкости ν вклад малой разночастотности может возрастать.

Направления системного алгоритмического повышения точности выходного сигнала гироскопа

В настоящее время при практическом применении системного подхода к нейтрализации остаточных факторов, ухудшающих точность выходных сигналов твердотельных волновых гироскопов, просматривается следующая последовательность этапов повышения точности гироскопов.

На первом этапе обычно выполняется общая калибровка настроечных коэффициентов (включая $K \approx K_0$ =const) изготовленного гироскопа и измеряется получающаяся точность его сигнала [13].

На втором этапе на основе зависимости $2\dot{\theta}_A = -\Omega K + D$ в лабораторных условиях исследуется эффективность дополнительных однофакторных алгоритмических калибровок по углу стоячей волны [14]. В зависимости от углового положения θ_A рабочей стоячей волны анализируются возможности повышения точности сигнала гироскопа после введения структурно устойчивых функций антидрейфа $D \approx D_1(\theta_A)$ и уточнения масштабного коэффициента $K \approx K_0 + \Delta K_1(\theta_A)$.

На третьем этапе оцениваются дополнительные возможности повышения точности сигнала гироскопа после введения уже двухфакторных калибровок (в которых обычно учитываются еще и температурные (T) зависимости калибровочных функций): $K \approx K_0 + \Delta K_2(T, \theta_A)$; $D \approx D_2(T, \theta_A)$. Такие функции часто задаются таблично с внутренней интерполяцией. Для повышения их структурной устойчивости измеренные массивы значений предварительно можно обработать с помощью пространственного преобразования Фурье с уменьшением частотной полосы.

На четвертом этапе калибровки выходного сигнала комбинируются с новыми возможностями повышения точности алгоритма расчета сигнала.

Пятый этап посвящают совершенствованию внутренних контуров управления гироскопов. Здесь изучается чувствительность выходных сигналов к несовершенствам этих контуров, а также прорабатываются новые версии алгоритмического обеспечения и более простой (дешевой) аппаратной реализации.

Шестой этап может быть связан с введением дополнительных внутренних калибровок для этих контуров управления (по более широкому списку параметров).

И на седьмом этапе уже следует провести итоговый системный анализ ранее исследованных факторов повышения точности выходного сигнала ТВГ (с выявлением их значимости, независимости, коррелированности, а также себестоимости достижения).

Заметим, что охватить в полной мере все перечисленные этапы системного повышения эффективности производства твердотельных волновых гироскопов редко удается на практике по причине сложности и потребности в большой теоретической глубине проработки каждого из перечисленных направлений. Поэтому в настоящее время практические исследования обычно проводятся в рамках выявленного доминирования нескольких наиболее важных факторов.

Ниже более подробно обсудим потенциальные возможности алгоритмического повышения точности формирования сигнала гироскопа только в рамках четвертого этапа. При этом не будем отдельно останавливаться на алгоритмах повышения точности за счет алгоритмов промежуточной обработки внутренних измерительных сигналов, которые подробно описаны в статье автора в этом журнале (Алгоритмы обработки измерительных сигналов в интегрирующем твердотельном волновом гироскопе // Интеллектуальные системы в производстве, 2021, № 4).

Варианты калибровок для алгоритмического уменьшения систематического дрейфа выходного сигнала гироскопа

Табличное построение двумерных калибровочных функций. В этом случае составляются индивидуальные для каждого гироскопа таблицы двумерных калибровочных функций по углу и по температуре $K \approx K_0 + \Delta K_2(T, \theta_A)$; $D \approx \approx D_2(T, \theta_A)$. Это требует проведения множества лабораторных измерений и поэтому достаточно трудоемко (что может существенно повысить себестоимость гироскопов). Здесь для каждой температуры выполняется своя калибровку на основе уравнения: $2\dot{\theta}_A = -\Omega K + D$. На практике функция дрейфа $D(T,\theta_A) = 2\dot{\theta}_A$ обычно измеряется при выставке оси гироскопа ортогонально угловой скорости вращения Земли ($\Omega = 0$). А масштабный коэффициент: $K(T,\theta_A) \approx -2\dot{\theta}_A/\Omega$ уточняется при выбранной угловой скорости $\Omega K >> D$.

Перевод таких калибровочных таблиц в двумерные калибровочные функции выполняется выбранными алгоритмами интерполяции. Заметим, что кроме проведенных измерений желательно выполнить дополнительное подтверждение структурной устойчивости полученных калибровочных таблиц (т. е. их сохраняемость в течение длительного времени и при изменении внешних условий эксплуатации).

В этих калибровочных функциях угол θ_A измеряется непосредственно, так как является основным выходным сигналом гироскопа. В свою очередь, для грубого измерения температуры T потребуется дополнительный датчик. При этом следует отдельно оценивать неравномерность распределения температуры по конструкции гироскопа.

На практике при построении двухфакторных калибровочных функций систематического дрейфа в ряде случаев оказалось возможным заменить фактор изменения температуры T на фактор изменения частоты f (которая зависит от изменения температуры): $K \approx K_0 + \Delta K_2(f, \theta_A)$; $D \approx D_2(f, \theta_A)$. Удобством такой замены является более простой контроль частоты колебаний резонатора (здесь не требуется дополнительный датчик температуры). Такой контроль можно проводить, например, с помощью алгоритмов, приведенных в статье с участием автора в этом журнале (Методики исследования свободного выбега стоячих волн в твердотельном волновом гироскопе // Интеллектуальные системы в производстве, 2020, № 3).

Уменьшение трудоемкости калибровки функции дрейфа за счет использования теоретических зависимостей. В этом случае в функции дрейфа выделяются теоретические параметрические зависимости (8):

$$D \approx \nu\delta\mu\sin4(\theta_A - \theta_\mu) - 2(a_B / a_A)\delta\omega\cos4(\theta_A - \theta_\omega) + \\ + \Delta D_3(T,\theta_A) = \\ = K_{DS}(T)\sin4\theta_A + K_{DC}(T)\cos4\theta_A + \Delta D_4(T,\theta_A),$$

где корректирующими ошибками в ряде областей изменения (T, θ_A) часто можно пренебречь $(\Delta D_3(T,\theta_A) \approx 0, \Delta D_4(T,\theta_A) \approx 0)$; а коэффициенты

$$\begin{aligned} K_{DS} &\approx \nu\delta\mu\cos4\theta_\mu - 2(a_B / a_A)\delta\omega\sin4\theta_\omega, \\ K_{DC} &\approx -\nu\delta\mu\sin4\theta_\mu - 2(a_B / a_A)\delta\omega\cos4\theta_\omega \end{aligned} \qquad (10)$$

калибруются в зависимости только от одного параметра (T или f).

Так как здесь ограничена полоса частот по углу θ_A, поэтому точность такой калибровки должна быть ниже по сравнению с предыдущей.

Однако параметрические зависимости (10) дают общее представление о мере структурной устойчивости измеряемых функций дрейфа. Так, первые слагаемые в коэффициентах (10) характеризуются большей структурной устойчивостью по сравнению со вторыми слагаемыми. Поэтому их учет будет основным в калибровочных систематических функциях. Во вторых же слагаемых может изменяться как амплитуда квадратурной волны, так и угловое положение осей жесткости. Поэтому они будут влиять на несистематические ошибки функций дрейфа. На практике уменьшить это влияние обычно стремятся технологическими операциями компенсации разночастотности резонаторов гироскопов. В настоящее время отработаны эффективные технологические операции балансировки резонаторов, практически нейтрализующие их разночастотность.

Кроме этого, на практике для уменьшения вклада квадратурной волны в функцию дрейфа D также применяют активную систему квазистатической коррекции осей жесткости путем создания «электрической пружины» с обратной связью по сигналу, зависящему от разности фаз с сигналов емкостного измерительного устройства: $a_A a_B = a_C a_S \sin(\varphi_C - \varphi_S)$.

Так как параметры разночастотности и разнодобротности входят в функцию дрейфа аддитивно, поэтому после уменьшения разночастотности (или после эффективного уменьшения амплитуды квадратурной стоячей волны) оставшаяся разнодобротность ($\delta\mu \equiv \Delta\mu / \mu_0$) сохранит свое влияние на величину дрейфа сигнала гироскопа. Она зависит от случайного распределения микротрещин в кварцевом резонаторе и от условий закрепления ножки резонатора. К сожалению, технологические операции уменьшения разнодобротности в настоящее время недостаточно развиты.

В итоге, после значительного подавления амплитуды квадратурной волны (или эффективной компенсации разночастотности), в функции дрейфа начнут доминировать составляющие разнодобротности:

$$2\dot{\theta}_A = -\Omega K + D, \quad D \approx \nu\delta\mu\sin 4(\theta_A - \theta_\mu).$$

В этом случае для неподвижного гироскопа ($\Omega \approx 0$) данное уравнение имеет простое и физически понятное аналитическое решение:

$$\left|\mathrm{tg}2(\theta_A - \theta_\mu)\right| = \exp[2\nu\delta\mu(t - t_0)].$$

Однако при существенном остаточном влиянии разночастотности здесь угловой сдвиг θ_μ придется заменить с учетом (10) на некоторое взвешенное значение.

В случае же поворачиваемого гироскопа ($\Omega \neq 0$) простого аналитического решения вообще не существует. Но с учетом (9) можно оценивать верхнюю границу дрейфа величиной: $D_{\max} \approx \nu\delta\mu + (\delta\omega^2/\nu)$.

Для более общих случаев (при $\Omega \neq 0$ и учете нерегулярной во времени функции дрейфа) лучше выполнять численное интегрирование (8). Для этого может быть рекомендован, например, высокоточный явный четырехточечный метод Адамса четвертого порядка:

$$d\theta_A / dt = f(t) \Rightarrow (\theta_A)_4 = (\theta_A)_3 + [55 f_3\Delta t - 59 f_2\Delta t + \\ +37 f_1\Delta t - 9 f_0\Delta t] / 24.$$

Вариант калибровки для плохо сбалансированного резонатора гироскопа. Для уменьшения себестоимости производства резонаторов гироскопов операции их технологической балансировки можно попробовать ограничить пониженной точностью достигаемой ошибки разночастотности. При этом будем иметь относительно стабильное угловое положение осей жесткости. Тогда для оценки функции дрейфа можно выбрать зависимость:

$$D \approx \nu\delta\mu\sin 4(\theta_A - \theta_\mu) - 2(a_B / a_A)\delta\omega\cos 4(\theta_A - \theta_\omega). \quad (11)$$

В этом случае первое слагаемое будет восстанавливаться калибровочной функцией, а второе рассчитываться через дополнительное наблюдение амплитуд стоячих волн. Здесь пригодится отмеченная ранее связь a_B с амплитудами и фазами измерительных сигналов:

$$a_A a_B = a_C a_S \sin(\varphi_C - \varphi_S).$$

Вариант калибровки при работе контура квазистатической коррекции осей жесткости. Данный контур фактически создает дополнительную управляемую электрическую пружину для активного уменьшения эксплуатационной разночастотности. Однако при его работе может появиться угловая нестабильность осей жесткости электромеханической конструкции резонатора гироскопа.

В таких случаях для калибровки функции дрейфа рекомендуется использовать зависимость, не зависящую от угла θ_ω:

$$D \approx -2\dot{\varphi}_A \cdot (a_B / a_A) + \nu\delta\mu\sin 4(\theta_A - \theta_\mu). \quad (12)$$

Однако это потребует в реальном времени измерять не только влияние амплитуды квадратурной волны a_B, но и скорости изменения фазы $\dot{\varphi}_A$ рабочей стоячей волны (последнее позволяет отказаться от контроля углового положения осей жесткости).

В целом, два последних алгоритма вычисления измерительного сигнала потенциально позволяют ослабить технологические требования к достигаемой величине разночастотности, что может уменьшить себестоимость выпускаемой продукции.

Заметим, что подробное описание и сравнительный анализ разных вариантов алгоритмов текущих расчетов a_A, a_B и скорости ухода фазы $\dot{\varphi}_A$ можно найти в статьях с участием автора в этом журнале (Имитационное моделирование точности идентификации характеристик твердотельного волнового гироскопа с настройкой вычислительных алгоритмов на периодичность сигналов // Интеллектуальные системы в производстве, 2021, № 3; Исследование алгоритмов идентификации волновых параметров в твердотельных волновых гироскопах без настройки вычислений на периодичность сигналов // Интеллектуальные системы в производстве, 2022, № 2).

Идентификация параметров функций дрейфа измерительного сигнала в режиме свободных колебаний резонатора гироскопа

Если калибрующую функцию антидрейфа настраивать на основе приведенных выше теоретических зависимостей (11), (12), тогда потребуется дополнительно провести идентификацию входящих в (8) механических параметров резонатора гироскопа.

При этом, чтобы исключить влияние внутренних контуров управления волновыми процессами в гироскопе, это лучше сделать в режиме свободных колебаний его резонатора. Такой режим еще называют режимом «свободного выбега волновой картины». Заметим, что методики идентификации механических параметров резонатора будут иметь свои особенности при ее проведении в лабораторных условиях и в эксплуатационных условиях.

Более разнообразными будут варианты лабораторных калибровок параметров функции дрейфа. Поэтому рассмотрим их более подробно. На практике такие методики могут входить в состав методик предэксплуатационной калибровки твердотельных волновых гироскопов в целом. Некоторые из них описаны и исследованы в статье с участием автора (Идентификация механических погрешностей резонаторов твердотельных волновых гироскопов в режиме свободного выбега стоячих волн // Интеллектуальные системы в производстве, 2022, № 2). Все они предполагают сначала вычисление $\{a_A,\ a_B,\ \theta_A\}$, а потом уже нахождение механических параметров резонатора. Приведенные в указанной статье формулы также позволяют оценить и влияние погрешностей найденных $\{a_A,\ a_B,\ \theta_A\}$ на конечный результат идентификации механических параметров резонатора.

Для проведения идентификации интересующих нас механических погрешностей обычно рекомендуют использовать только первые два уравнения из (7), которые явно не зависят от угловой скорости Ω [15]:

$$\begin{aligned}&\dot a_A + \nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_A +\\ &\quad +\delta\omega\cdot\sin 4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_B = 0,\\ &\dot a_B + \nu[1-\delta\mu\cos 4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_B -\\ &\quad -\delta\omega\cdot\sin 4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_A = 0.\end{aligned} \tag{13}$$

Для случаев малых квадратурных волн $(a_B/a_A\to 0)$ они упрощаются:

$$\begin{aligned}&\dot a_A + \nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_A \approx 0,\\ &\dot a_B + \nu\cdot a_B \approx \delta\omega\cdot\sin 4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_A.\end{aligned} \tag{14}$$

Тогда, измеряя изменение амплитуд $\{a_A(t),\ a_B(t)\}$ стоячих волн в зависимости от угла θ_A, из первого уравнения можно идентифицировать добротность (ν), а также величину ($\delta\mu$) и угол оси (θ_μ) разнодобротности. После этого из второго уравнения можно оценить величину разночастотности ($\delta\omega$) и положение угла оси жесткости (θ_ω).

Если же вклад a_B существенен, правильнее идентификацию отмеченных параметров выполнять на основе исходной модели (13), записанной в следующем преобразованном виде:

$$\begin{aligned}&\dot a_A + \nu\cdot a_A + (\Delta\nu_C\cdot a_A - \Delta\omega_S\cdot a_B)\cos 4\theta_A +\\ &\quad + (\Delta\nu_S\cdot a_A + \Delta\omega_C\cdot a_B)\sin 4\theta_A = 0,\\ &\dot a_B + \nu\cdot a_B + (\Delta\omega_S\cdot a_A - \Delta\nu_C\cdot a_B)\cos 4\theta_A -\\ &\quad - (\Delta\omega_C\cdot a_A + \Delta\nu_S\cdot a_B)\sin 4\theta_A = 0,\end{aligned} \tag{15}$$

где $\Delta\nu_C \equiv \nu\delta\mu\cos 4\theta_\mu$, $\Delta\nu_S \equiv \nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu$,

$\Delta\omega_C \equiv \Delta\omega\cos 4\theta_0$, $\Delta\omega_S \equiv \Delta\omega\sin 4\theta_0$;

$$\mathrm{tg}4\theta_\mu = \frac{\Delta\nu_S}{\Delta\nu_C},\quad \delta\mu^2 = (\Delta\nu_S{}^2 + \Delta\nu_C{}^2)/\nu^2,$$

$$\mathrm{tg}4\theta_0 = \frac{\Delta\omega_S}{\Delta\omega_C},\quad \Delta\omega^2 = \Delta\omega_S{}^2 + \Delta\omega_C{}^2.$$

Здесь явно виден малый вклад $a_B\ /\ a_A \to 0$ в выделенные коэффициенты. Если им пренебречь, получим другую форму записи (14):

$$\begin{aligned}&\dot a_A + \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) +\\ &\quad + \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A) \approx 0,\\ &\dot a_B + \nu\cdot a_B + \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A) -\\ &\quad - \Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) \approx 0.\end{aligned} \tag{16}$$

В (16) с использованием первого уравнения можно независимо идентифицировать $\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S$, а с помощью второго уравнения – $\Delta\omega_C, \Delta\omega_S$.

Сам расчет выполняется как решение стандартной задачи идентификации коэффициентов линейных функций (15) (или (16)) через минимизацию накопленной во времени суммарной квадратичной ошибки. В результате формируется и решается система линейных алгебраических уравнений.

При проведении такой идентификации в лабораторных условиях удобны два варианта методик. В первой из них фиксируют разные начальные угловые положения $\{\theta_A\}$ свободного выбега волновой картины и для каждого из них измеряют функции уменьшения амплитуд $\{a_A(t),\ a_B(t)\}$.

Во втором варианте можно равномерно поворачивать гироскоп на длине π интервала изменения $4\theta_A$. В его частном случае можно последовательно умножить уравнения (16) на ($\sin 4\theta_A$, $\cos 4\theta_A$) и выполнить интегрирование по полному обороту 2π для угла $8\theta_A$. Тогда с учетом $a_A \approx \mathrm{const}$ будем иметь:

$$\Delta\nu_C \cdot a_A \approx -2\int(\dot{a}_A + \nu \cdot a_A)\cos 4\theta_A d4\theta_A,$$
$$\Delta\nu_S \cdot a_A \approx -2\int(\dot{a}_A + \nu \cdot a_A)\sin 4\theta_A d4\theta_A,$$
$$\Delta\omega_S \cdot a_A \approx -2\int(\dot{a}_B + \nu \cdot a_B)\cos 4\theta_A d4\theta_A,$$
$$\Delta\omega_C \cdot a_A \approx 2\int(\dot{a}_B + \nu \cdot a_B)\sin 4\theta_A d4\theta_A.$$

Также кратко отметим особенности методик идентификация механических параметров резонатора в эксплуатационных условиях. Их отладка становится особенно важной, если допустить возможным сбой параметров калибровки в процессе длительной эксплуатации гироскопа. В этом случае нужны дополнительные специальные режимы контроля и настройки калибровочных коэффициентов непосредственно в ходе эксплуатации гироскопа.

В таких режимах периодически отключается активная система возбуждения колебаний резонатора ($a_{\Phi A} = 0$, $a_{\Phi B} = 0$) и в эти временные интервалы модель (7) упрощается. На практике режим свободных колебаний обычно продолжается несколько минут до очередной активной подкачки резонансных колебаний.

Наблюдения проводятся с одновременным измерением угловой скорости Ω и вспомогательных функций $\{a_A, a_B, \theta_A\}$. Далее из разных серий измерений рекомендуется выбирать наиболее различающиеся по своим значениям наборы измеряемых функций $\{a_A(t), a_B(t), \theta_A(t)\}$. Далее выполняется идентификация механических погрешностей с использованием (15) или (16).

В заключение пункта сделаем ряд замечаний. Во-первых, следует обратить особое внимание на то, что по мере уменьшения эксплуатационной разночастотности амплитуда квадратурной волны a_B тоже будет уменьшаться. И поэтому при наличии шумов измерений расчет малых значений a_B может давать критическую погрешность. В таких случаях при появлении очень малых значений a_B влиянием амплитуды квадратурной волны в функциях дрейфа (11), (12) рекомендуется пренебрегать и поэтому не выполнять идентификацию разночастотности. При этом идентификацию параметров разнодобротности следует проводить на основе первых уравнений (14) или (16).

Во-вторых, для резонаторов с известными стабильными угловыми положениями осей жесткости и добротности (не изменяющимися после заводской калибровки) количество идентифицируемых параметров в (13) может быть уменьшено до ($\delta\mu$, $\delta\omega$).

Это же можно отнести и к методикам, когда положение осей жесткости определяется другими методами. Так, эффективным критерием для поиска углового положения θ_ω осей жесткости резонатора является изменение знака функции a_B при прохождении рабочей стоячей волной A какой-либо из них.

В-третьих, нахождение осей жесткости резонатора позволяет наиболее эффективно организовать работу активного контура их квазистатической коррекции [16]. Так, с помощью создания электрической пружины в направлении наиболее жесткой оси можно не только уменьшить разночастотность, но и нейтрализовать ее влияние (причем без непрерывной подстройки).

В альтернативном же режиме работы такого контура электрическая пружина создается посредине между угловыми положениями рабочей и квадратурной волн. Она непрерывно настраивается по сигналу a_B (или сигналу разнофазности с учетом $a_A a_B = a_C a_S \sin(\varphi_C - \varphi_S)$). При этом для каждого положения рабочей стоячей волны выполняется активная коррекция функции жесткости резонатора. Однако в случае измерения высоких угловых скоростей Ω этот контур может начать конфликтовать с другими внутренними контурами управления волновыми процессами в гироскопе.

Другие варианты моделей для идентификации параметров функций дрейфа измерительного сигнала в режиме свободных колебаний резонатора гироскопа

При работе с вышеописанной моделью (15) требуется сначала вычислять волновые параметры $\{a_A(t), a_B(t), \theta_A(t)\}$, а потом уже проводить идентификацию интересующих нас параметров разночастотности и разнодобротности резонаторов. В этом пункте для полноты обсудим потенциально альтернативные варианты, не требующие такого промежуточного расчета.

Для этого будем использовать модель (5), записанную в выбранных фиксированных осях (X,Y). А явно присутствующую при этом зависимость уравнений от Ω будем убирать с помощью $\Omega \approx -2\dot{\theta}_A / K$, принимая $D \approx 0$.

В качестве таких осей (X, Y) выберем приборные оси измерительного устройства, в которых наблюдаются сигналы (C, S). Тогда уравнения (5) для режима свободных колебаний примут вид (при этом $\theta_x = 0$):

$$\dot a_C + \nu_C a_C - [\Delta\nu_{CS}\cos\Delta\varphi_{CS} - \delta\omega_s \sin\Delta\varphi_{CS}]\cdot a_S \approx$$
$$\approx -2\dot\theta_A \cos\Delta\varphi_{CS}\cdot a_S ,$$
$$\dot a_S + \nu_S a_S - [\Delta\nu_{CS}\cos\Delta\varphi_{CS} + \delta\omega_s \sin\Delta\varphi_{CS}]\cdot a_C \approx$$
$$\approx 2\dot\theta_A \cos\Delta\varphi_{CS}\cdot a_C ,$$
$$(\dot\varphi_C - \delta\omega_c)\cdot a_C + [\Delta\nu_{CS}\sin\Delta\varphi_{CS} + \delta\omega_s\cos\Delta\varphi_{CS}]\cdot a_S \approx$$
$$\approx 2\dot\theta_A \sin\Delta\varphi_{CS}\cdot a_S ,$$
$$(\dot\varphi_S + \delta\omega_c)\cdot a_S - [\Delta\nu_{CS}\sin\Delta\varphi_{CS} - \delta\omega_s\cos\Delta\varphi_{CS}]\cdot a_C \approx$$
$$\approx 2\dot\theta_A \sin\Delta\varphi_{CS}\cdot a_C , \tag{17}$$

где $\Delta\varphi_{CS} \equiv (\varphi_C - \varphi_S); \nu_{C,S} \equiv \nu[1 \pm \delta\mu\cos 4\theta_\mu]$,
$\Delta\nu_{CS} \equiv -\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu$;
$\delta\omega_c \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\cos 4\theta_\omega/2, \delta\omega_s \equiv$
$\equiv -\omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\sin 4\theta_\omega/2$.

Отсюда на основе измеряемых массивов $\{a_C, a_S, \Delta\varphi_{CS}, \varphi_C, \varphi_S, \theta_A\}$ можно идентифицировать: $(\nu_C, \nu_S, \Delta\nu_{CS}) \Rightarrow (\nu, \delta\mu, \theta_\mu)$,
$(\delta\omega_c, \delta\omega_s) \Rightarrow (\Delta\omega, \theta_\omega)$.

Сделаем ряд замечаний. Во-первых, количество измеряемых массивов данных можно уменьшить до $\{a_C, a_S, \Delta\varphi_{CS}, \theta_A\}$, если последние два уравнения (17) заменить их взвешенной разностью:

$$a_C a_S \Delta\dot\varphi_{CS} - 2\dot\theta_A (a_S^2 - a_C^2)\sin\Delta\varphi_{CS} =$$
$$= 2\delta\omega_c a_C a_S + \delta\omega_s (a_C^2 - a_S^2)\cos\Delta\varphi_{CS} -$$
$$-\Delta\nu_{CS}(a_C^2 + a_S^2)\sin\Delta\varphi_{CS}.$$

Во-вторых, решение задачи идентификации можно упростить, если весь массив данных разбить на две группы. В основную группу следует включить измерения, когда рабочая стоячая волна находится между измерительными осями. Для нее с учетом зависимости $a_A a_B = a_S a_C \sin\Delta\varphi_{CS}$ будет выполняться: $\sin\Delta\varphi_{CS} \to 0$, $\cos\Delta\varphi_{CS} \to 1$, что позволяет для таких массивов $\{\theta_A(t)\}$ существенно упростить модель (17):

$$\dot a_C + \nu_C a_C - \Delta\nu_{CS} a_S \approx -2\dot\theta_A \cdot a_S ,$$
$$\dot a_S + \nu_S a_S - \Delta\nu_{CS} a_C \approx 2\dot\theta_A \cdot a_C ,$$
$$2\delta\omega_c a_C a_S + \delta\omega_s (a_C^2 - a_S^2) = a_C a_S \Delta\dot\varphi_{CS} \to 0.$$

В дополнительную группу при необходимости можно собрать измерения, соответствующие моментам прохождения рабочей стоячей волной измерительных осей. В этом случае будет наблюдаться локальный всплеск разнофазности $\Delta\varphi_{CS} = \pm\pi/2$ (и поэтому в (17) следует полагать $\cos\Delta\varphi_{CS} \to 0$).

В-третьих, при формировании квадратичной ошибки идентификации уравнений (17) появятся произведения амплитуд. Для их расчета удобно использовать зависимости (см. отмеченные выше статьи с участием автора):

$$a_X^2 = 2 < X^2 >, \; a_Y^2 = 2 < Y^2 >,$$
$$\dot a_X a_X = \frac{d}{dt}\left\langle X^2 \right\rangle, \quad \dot a_Y a_Y = \frac{d}{dt}\left\langle Y^2 \right\rangle;$$
$$a_X a_Y \cos\Delta\varphi_{XY} = 2 < X(t)\cdot Y(t) >;$$
$$a_X a_Y \sin\Delta\varphi_{XY} = 2 < X(t)\cdot Y(t - t_3) > ,$$
$$(= a_A a_B = a_C a_S \sin\Delta\varphi_{CS} = 2 < C(t)\cdot S(t - t_3) >),$$

где вместо (X, Y) следует принять (C, S); $\omega t_3 = \pi/2$, а усреднение во времени на нескольких периодах колебаний резонатора для краткости обозначено:

$$< f > \equiv (1/T)\int_0^T f(t)\,dt \approx \sum_i^n f/n,$$

причем такой интервал усреднения T выбирается из условия: $< \sin 2\omega t > = 0$.

В-четвертых, при малых угловых скоростях ($\Omega \to 0$) для упрощения модели (17) можно попробовать выбрать «замороженные» оси стоячих волн: $(X, Y) \approx (A, B)$, $\theta_x \approx \theta_A$. В этом случае с учетом $\varphi_A - \varphi_B = \pm\pi/2$ вместо (17) будем иметь:

$$\dot a_X + \nu_x a_X + \delta\omega_s \cdot a_Y \approx 0,$$
$$(a_X \approx a_A); \quad \dot a_Y + \nu_y a_Y - \delta\omega_s \cdot a_X \approx 0,$$
$$(a_Y \approx a_B);$$
$$(\dot\phi_X - \delta\omega_c)\cdot a_X + \Delta\nu_{xy}\cdot a_Y \approx 0,$$
$$(\dot\phi_X + \delta\omega_c)\cdot a_Y - \Delta\nu_{xy}\cdot a_X \approx 0.$$

В-пятых, рассмотренные модели для идентификации разночастотности и разнодобротности резонатора в ряде случаев можно заменить усредненными на некотором интервале времени. Это на практике позволит использовать вместо скоростей изменения функций $\{a_C, a_S, \Delta\varphi_{CS}, \theta_A\}$ более точно рассчитываемые их приращения, что может оказаться важным в условиях шумов.

О возможности контроля разночастотности и разнодобротности резонаторов гироскопов в рабочем режиме эксплуатации

Ограничимся рассмотрением варианта одноканальной (одноэлектродной) системы параметрического возбуждения. Так как она настроена на поддержание заданной амплитуды только рабочей стоячей волны, поэтому здесь в идеальном случае можно принять: $a_{\Phi B} \approx 0$. При этом первые два уравнения (7) примут вид типа (9), причем второе уравнение (16) сохранится:

$$\dot{a}_B + \nu \cdot a_B + \Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) -$$
$$-\Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) \approx 0,$$
$$\Delta\omega_C \equiv \Delta\omega \cos 4\theta_0, \Delta\omega_S \equiv \Delta\omega \sin 4\theta_0.$$

Видно, что оно может быть потенциально использовано для контроля параметров разночастотности.

В свою очередь, для контроля за разнодобротностью резонатора можно попробовать использовать третье и четвертое уравнения из (7). При $a_{\Phi B} \approx 0$ и $\Delta\varphi_{\Phi A} \equiv \pi/2 - (\varphi_{\Phi A} - \varphi_A) \to 0$ с учетом $\nu a_A \approx a_{\Phi A}$ (система управления колебаниями резонатора поддерживает заданной амплитуду рабочей стоячей волны $a_A \approx$ const, компенсируя рассеяние энергии из-за малого конструктивного демпфирования) при их взвешенном вычитании будем иметь:

$$(\dot{\varphi}_A - \delta\omega_c) \cdot a_A^2 + 2\Delta\nu_{AB} \cdot a_A a_B \approx 0,$$
$$\Delta\nu_{AB} = \nu\delta\mu \sin 4(\theta_A - \theta_\mu).$$

Об идентификации параметров эталонных моделей колебаний резонаторов гироскопов

Данная задача может представлять интерес для твердотельных волновых гироскопов с низким качеством балансировки и калибровки.

В общем случае в качестве таких моделей может быть принята одна из ранее выписанных систем дифференциальных уравнений в вариантах (2)–(7). Идентификация входящих в них параметров разночастотности и разнодобротности была описана в предыдущих пунктах для режима свободного выбега волновой картины.

Далее для модели (7) в подвижных осях стоячих волн из первых двух уравнений можно оценить вклад контуров управления стоячими волнами. А из последних двух уравнений попробовать более точно вычислять входящую в них угловую скорость.

В свою очередь, модель типа (17) в неподвижных приборных осях примет следующий вид:

$$\dot{a}_C + \nu_C a_C - \Delta_{11} \cdot a_S - a_{\Phi C} \sin(\varphi_{\Phi C} - \varphi_C) =$$
$$= \Omega K \cos\Delta\varphi_{CS} \cdot a_S,$$
$$\dot{a}_S + \nu_y a_S - \Delta_{22} \cdot a_C - a_{\Phi S} \sin(\varphi_{\Phi S} - \varphi_S) =$$
$$= -\Omega K \cos\Delta\varphi_{CS} \cdot a_C,$$
$$(\dot{\varphi}_C - \delta\omega_c) \cdot a_C + \Delta_{12} \cdot a_S + a_{\Phi C} \cos(\varphi_{\Phi C} - \varphi_C) =$$
$$= -\Omega K \sin\Delta\varphi_{CS} \cdot a_S,$$
$$(\dot{\varphi}_S + \delta\omega_c) \cdot a_S - \Delta_{21} \cdot a_C + a_{\Phi S} \cos(\varphi_{\Phi S} - \varphi_S) =$$
$$= -\Omega K \sin\Delta\varphi_{CS} \cdot a_C,$$

где $\Delta_{11} \equiv \Delta\nu_{CS} \cos\Delta\varphi_{CS} - \delta\omega_s \sin\Delta\varphi_{CS}$,

$\Delta_{12} \equiv \Delta\nu_{CS} \sin\Delta\varphi_{CS} + \delta\omega_s \cos\Delta\varphi_{CS}$,

$\Delta_{22} \equiv \Delta\nu_{CS} \cos\Delta\varphi_{CS} + \delta\omega_s \sin\Delta\varphi_{CS}$,

$\Delta_{21} \equiv \Delta\nu_{CS} \sin\Delta\varphi_{CS} - \delta\omega_s \cos\Delta\varphi_{CS}$;

$\delta\omega_c \equiv \omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\cos 4\theta_\omega/2$,

$\delta\omega_s \equiv -\omega(\Delta\omega^2/\omega^2)\sin 4\theta_\omega/2$;

$\nu_{C,S} = \nu[1 \pm \delta\mu \cos 4\theta_\mu]$, $\Delta\nu_{CS} = -\nu\delta\mu \sin 4\theta_\mu$.

Подстройка решений этих дифференциальных уравнений к реально наблюдаемым измерительным сигналам путем выбора параметра Ω потенциально может улучшить измерение угловой скорости для «удешевленных по себестоимости» твердотельных волновых гироскопов.

Более углубленное рассмотрение таких задач требует отдельного большого экспериментального исследования, включая отработку методик проведения предыдущих операций идентификации.

Анализ результатов

Таким образом, в статье кратко рассмотрены разные потенциальные варианты уменьшения систематического дрейфа выходного сигнала гироскопа при наличии у их резонаторов остаточных механических дефектов в виде разночастотности и разнодобротности. Для своего практического использования каждый из них требует отдельной настройки и экспериментальной проверки эффективности для конкретных эксплуатационных условий.

Разработка этих вариантов проведена на основе амплитудно-фазовых моделей колебаний резонаторов на второй угловой гармонике, записанных в резонансных переменных. Использованы разные модели, записанные в подвижных осях рабочей и квадратурной стоячих волн, а также в фиксированных приборных осях измерительного устройства.

Системная проработка возможностей повышения точности выходного сигнала гироскопа условно разделена на семь последовательно усложняющихся этапов. Из них более подробно рассмотрены варианты разделения функций дрейфа на калибруемую структурно устойчивую систематическую часть и нестабильную во времени измеряемую часть.

Для калибровки коэффициентов теоретических частей функций дрейфа предложены разные модели их идентификации в режиме свободных колебаний резонатора гироскопа, записанные в подвижных осях стоячих волн и неподвижных приборных осях.

Дополнительно для случая одноэлектродной системы параметрического возбуждения кратко обозначены возможности контроля разночастотности и разнодобротности резонаторов гироскопов в рабочем режиме эксплуатации. А также поставлена задача идентификации параметров эталонных моделей колебаний резонаторов с целью формирования альтернативных алгоритмов повышения точности измерительного сигнала гироскопов.

Выбор наиболее удобного из описанных направлений алгоритмического повышения точности сигнала твердотельных волновых гироскопов со значительными остаточными разночастотностью и разнодобротностью их резонаторов будет определяться практической эффективностью. Для этого потребуется выполнение отдельного процесса настройки и улучшения приведенных алгоритмов для выбранной серии гироскопов и применяемого оборудования их изготовления.

Библиографические ссылки

1. *Журавлев В. Ф.* Дрейф несовершенного ВТГ // Изв. РАН. МТТ. 2004. № 4. С. 19–23.

2. *Маслов А. А., Маслов Д. А., Меркурьев И. В.* Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа с учетом нелинейности колебаний резонатора. // Приборы и системы: управление, контроль, диагностика. 2014. № 5. С. 18–23.

3. *Басараб М. А., Матвеев В. А., Лунин В. С.* Аппроксимация распределения плотности резонатора волнового твердотельного гироскопа по измеренным параметрам дебаланса // Приборы и системы: управление, контроль, диагностика. 2015. № 10. С. 9–16.

4. *Маслов Д. А.* Идентификация параметров гироскопа с цилиндрическим резонатором при учете влияния нелинейности на амплитуду возбуждающего воздействия. // Машиностроение и инженерное образование. 2017. № 1 (50). С. 24–31.

5. *Чуманкин Е. А., Лунин Б. С., Басараб М. А.* Особенности балансировки металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов // Динамика сложных систем – XXI век. 2018. Т. 12, № 4. С. 85–95.

6. Расчет расщепления собственной частоты цилиндрического резонатора твердотельного волнового гироскопа на основе численного интегрирования высокой точности / О. С. Нарайкин, Ф. Д. Сорокин, А. М. Гуськов, С. А. Козубняк, Д. С. Вахлярский // Инженерный журнал: наука и инновации. 2019. № 5 (89). С. 4.

7. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 25–36.

8. *Маслов Д. А., Меркурьев И. В.* Влияние нелинейных свойств электростатических датчиков управления на динамику цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 6. С. 88–110.

9. *Басараб М. А., Лунин Б. С., Чуманкин Е. А.* Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов общего применения. // Динамика сложных систем – XXI век. 2021. Т. 15, № 1. С. 58–68.

10. *Журавлёв В. Ф.* Пространственный осциллятор Ван-дер-Поля. Технические приложения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 1. С. 158–164.

11. *Журавлёв В. Ф.* О формировании обратных связей в пространственном осцилляторе Ван-дер-Поля // Прикладная математика и механика. 2020. Т. 84, № 2. С. 151–157.

12. *Лунин Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А.* Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технологии. М. : Радиотехника, 2014. 176 с.

13. *Слюсарь В. М.* О влиянии инструментальных факторов на скорость углового дрейфа БИНС // Гироскопия и навигация. 2007. № 1. С. 47–61.

14. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа / Г. И. Джанджгава, К. А. Бахонин, Г. М. Виноградов, А. В. Требухов // Гироскопия и навигация. 2008. № 1 (60). С. 22–32.

15. *Шаталов М. Ю., Лунин Б. С.* Идентификация параметров математической модели вибрационных гироскопов по экспериментальным данным // XIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2007. С. 66–70.

16. *Шишаков К. В.* Твердотельные волновые гироскопы: волновые процессы, управление, системная интеграция. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2018. 264 с.

References

1. Zhuravlev V.F. [Drift imperfect VTG]. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics. 2004. No. 4. Pp. 19-23 (in Russ.).

2. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V. [Identification of parameters of wave solid-state gyroscope taking into account the nonlinearity of resonator oscillations]. Devices and systems: control, control, diagnostics. 2014, no. 5. Pp. 18-23 (in Russ.).

3. Basarab M.A., Matveev V.A., Lunin V.S. [Approximation of the density distribution of the resonator of the wave solid-state gyroscope according to the meas-

ured debalance parameters]. Devices and systems: control, control, diagnostics. 2015, no. 10. Pp. 9-16 (in Russ.).

4. Maslov D.A. [Identification of gyroscope parameters with a cylindrical resonator when taking into account the effect of nonlinearity on the amplitude of the excitation effect]. Mechanical Engineering and Engineering Education. 2017. No. 1. Pp. 24-31 (in Russ.).

5. Chumankin E.A., Lunin B.S., Basarab M.A. Features of balancing metal resonators of wave solid-state gyroscopes // Dynamics of complex systems - XXI century. 2018. Vol. 12, No. 4. Pp. 85-95 (in Russ.).

6. Naraikin O.S., Sorokin F.D., Guskov A.M., Kozubnyak S.A., Vakhlyarsky D.S. [Calculation of the splitting of the natural frequency of the cylindrical resonator of a solid-state wave gyroscope based on numerical integration of high accuracy]. Journal of Engineering: Science and Innovation. 2019. No. 5. p. 4 (in Russ.).

7. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. [Compensation for the departures of the wave solid-state gyroscope caused by anisotropy of the elastic properties of the monocrystalline resonator]. Gyroscopy and navigation. 2020. Vol. 28, no. 2 (109). Pp. 25-36 (in Russ.).

8. Maslov D.A., Merkuryev I.V. [Influence nonlinear properties of electrostatic control sensors on the dynamics of a cylindrical resonator of a wave solid-state gyroscope]. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics. 2021. No. 6. Pp. 88-110 (in Russ.).

9. Basarab M.A., Lunin B.S., Chumankin E.A. [Balancing of metal resonators of wave solid-state gyroscopes of general application]. Dynamics of complex systems - XXI century. 2021. Vol. 15, no. 1. Pp. 58-68 (in Russ.).

10. Zhuravlev V.F. [Spatial oscillator Van der Pola. Technical appendices]. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics. 2020. No. 1. Pp. 158-164 (in Russ.).

11. Zhuravlev V.F. [On the formation of feedbacks in the spatial oscillator of Van der Pol]. Applied Mathematics and Mechanics. 2020. Vol. 84, no. 2. Pp. 151-157 (in Russ.).

12. Lunin B.S., Matveev V.A., Basarab M.A. *Volnovoi tverdotel'nyi giroskop. Teoriya i tekhnologii* [Wave solid state gyroscope. Theory and technology. – M.: Radiotekhnika]. 2014. 176 p. (in Russ.).

13. Slyusar V.M. [On the influence of instrumental factors on the speed of angular drift of BINS]. Gyroscopy and navigation. 2007. No. 1. Pp. 47-61 (in Russ.).

14. Janjgava G.I., Bakhonin K.A., Vinogradov G.M., Trebukhov A.V. [Platformless inertial navigation system based on solid-state wave gyroscope]. Gyroscopy and navigation. 2008. No. 1. Pp. 22-32 (in Russ.).

15. Shatalov M.Yu., Lunin B.S. *Identifikatsiya parametrov matematicheskoi modeli vibratsionnykh giroskopov po eksperimental'nym dannym* [Identification of parameters of the mathematical model of vibrational gyroscopes by experimental data]. *XIV Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integriro-vannym navigatsionnym sistemam* [Proc. XIV St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems], 2007, pp. 66-70 (in Russ.).

16. Shishakov K.V. *Tverdotel'nye volnovye giroskopy: volnovye protsessy, upravlenie, sistemnaya integratsiya* [Solid wave gyroscopes: wave processes, control, system integration]. Izhevsk: Izd-vo IzhGTU. 2018. 264 p. (in Russ.).

* * *

Algorithmic Signal Accuracy Improvement of Solid-State Wave Gyroscopes

K. V. Shishakov, DrSc inEngineering, Assoc. Prof., Kalashnikov ISTU, Izhevsk, Russia

Possible ways to algorithmically improve the accuracy of the output signals of solid-state wave gyroscopes of reduced manufacturing quality are discussed - if their resonators have residual mechanical defects in the form of anisotropy of the elastic and damping properties.

For this purpose, narrowband amplitude-phase models of oscillations of resonators at the second angular harmonic, recorded in resonant variables, were used. Next, the transition to arbitrary fixed axes, including the instrument axes of the measuring device, is made. A transition to the movable axes of the working and quadrature standing waves was also made to reveal parametric dependencies in the drift function of the output signal of the gyroscope.

On this basis, seven main stages of sequential system algorithmic improvement of output signal accuracy are outlined. Among them, the article mainly considers options for combining calibration operations for systematic drift functions of the output signal with new opportunities to improve the accuracy of the signal calculation algorithm.

The highlighted options are: the plotting of two-dimensional calibration functions; application of theoretical relations to reduce the complexity of calibration of the drift function; separation of drift functions into calibrated and measured parts.

To calibrate the coefficients of the theoretical parts of the drift functions, different models of their identification in the mode of free oscillations of the gyroscope resonator are considered. At the same time, models of oscillations in the movable axes of standing waves and fixed instrument axes were used.

Additionally, for the case of a single-electrode parametric excitation system, the possibilities of controlling anisotropy of the elastic and damping properties of gyroscope resonators in the operating mode of exploitation are briefly *indicated. The task of identifying the parameters of reference models of oscillations of resonators in order to form alternative algorithms for improving the accuracy of the measurement signal of gyroscopes was also set.*

The development of the described areas of search for ways to algorithmically improve the accuracy of the signal of solid-state wave gyroscopes with significant residual processing errors of their resonators in practice is expected in the process of their direct development in specific operating conditions.

Keywords: mathematical model, digital double, resonator, solid-state wave gyroscope, identification, different frequency, different Q-values

Получено: 13.05.22

Образец цитирования

Шишаков К. В. Алгоритмическое повышение точности сигналов твердотельных волновых гироскопов // Интеллектуальные системы в производстве. 2022. Том 20, № 4. С. 34–47. DOI: 10.22213/2410-9304-2022-4-34-47.

For Citation

Shishakov K.V. [Algorithmic improvement of signal accuracy of solid-state wave gyroscopes]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2022, vol. 20, no.4, pp. 34-47 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2022-4-34-47.