ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 531.383
DOI: 10.22213/2410-9304-2024-2-4-18

Измерение колебательно-диссипативных характеристик резонаторов твердотельных волновых гироскопов: алгоритмы на основе идентификации уравнений свободных колебаний

К. В. Шишаков, доктор технических наук, доцент, РТУ МИРЭА, Москва, Россия

В статье описана методологическая основа построения вычислительных схем разной степени сложности и разного предназначения для решения широкого списка производственных и лабораторных задач измерения угловой неравномерности колебательно-диссипативных характеристик резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов. Основным методом для таких задач выбрана идентификация коэффициентов дифференциальных уравнений состояния кварцевого полусферического резонатора в режиме его свободных колебаний. В качестве уравнений состояния выбраны уравнения колебаний резонатора как в неподвижных измерительных осях, так и в подвижных осях стоячих волн. После сведения к медленным переменным для задач идентификации оставлены только уравнения для медленно изменяющихся амплитуд. Во всех описанных схемах предполагается, что информационные сигналы для решаемых задач идентификации формируются в измерительном устройстве, аналогичном штатному устройству гироскопа.

Приведенные алгоритмы позволяют для разных типовых исходных требований по точности измерений и режимов проведения экспериментов выполнять измерения колебательно-диссипативных характеристик резонаторов разной степени полноты и направленности, что позволяет добиться уменьшения времени измерений и понижения трудоемкости установленного комплекса операций производственного контроля. Среди решаемых задач для режима свободного выбега волновой картины резонатора выбраны: измерение угловой неравномерности диссипативных свойств резонатора гироскопа в условиях малой и значительной остаточной разночастотности; измерение угловой неравномерности колебательных свойств резонатора гироскопа (его разночастотности); одновременное измерение колебательно-диссипативных характеристик резонатора для режимов неподвижного и специально поворачивающегося гироскопа.

Выполненная детализация вычислительных схем реализации этих алгоритмов ориентирована на их практическое применение для разных задач производственного операционного контроля. При этом выбор наиболее подходящего вычислительного алгоритма из рассмотренных вариантов зависит от условий, требований и специфики проведения измерений.

Ключевые слова: твердотельный волновой гироскоп, резонансные колебания, волновая картина, идентификация, свободные колебания, колебательно-диссипативные характеристики, алгоритмы измерения.

Введение

В настоящее время тема идентификации угловой неравномерности механических характеристик волновых твердотельных гироскопов (ВТГ) продолжает привлекать внимание инженеров и исследователей [1–4], так как они на практике существенно влияют на точность выходного сигнала производимых гироскопов.

Представленная статья посвящена продолжению рассмотрения этого важного для производства направления повышения точности интегрирующих волновых твердотельных волновых гироскопов [5–8] через измерение углового распределения колебательно-диссипативных характеристик их резонаторов для последующего углового выравнивания данных свойств. Среди показателей их угловой неравномерности для производственного контроля традиционно выделяют остаточные величины разночастотности и разнодобротности резонаторов [9–11], а также угловые положения их осей жесткости и добротности. На их основе в первую очередь принимаются решения о завершении или необходимости продолжения технологической обработки изготавливаемых резонаторов [12].

Применяемый в настоящее время технологический процессе изготовления интегрирующих твердотельных волновых гироскопов, авторски предложенный и доведенный до серийного производства под руководством Петра Кузьмича Мачехина, представляет собой многошаговый процесс обработки полусферических кварцевых резонаторов на различных стендах с параллельным и повторяющимся контролем разночастотности и разнодобротности. Отмечая специфику серийного производства таких интегрирующих гироскопов, с самого начала их стали выпускать с авторской аббревиатурой ТВГ (твердотельный волновой гироскоп), которую для сокращений чаще будем использовать в дальнейшем.

По своему содержанию данная статья дополняет описание вычислительных алгоритмов измерения, начатое в предыдущей статье автора в журнале «Интеллектуальные системы в производстве» («ИСП», № 1, 2024). В последней были систематизированы и рассмотрены различные вычислительные схемы алгоритмов, ограниченные использованием только информации о переходных процессах при свободных колебаниях резонатора после возбуждения в нем развитой стоячей волны.

В настоящей же статье рассматривается измерение угловой неравномерности колебательно-диссипативных характеристик резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов на основе идентификации коэффициентов дифференциальных уравнений их свободных колебаний. Повышение интереса инженеров к этому направлению во многом вызвала методика, ясно изложенная в статье М. Ю. Шаталова, Б. С. Лунина «Идентификация параметров математической модели вибрационных гироскопов по экспериментальным данным». Так как на разных стадиях контроля производственного цикла могут выдвигаться разные требования к отдельным и комплексным измерениям таких параметров, поэтому у инженеров сохраняется интерес к более широкой проработке данного направления для выбора удобных на практике методик контроля разнодобротности и разночастотности при решении производственных задач разной сложности и предназначения.

Исходя из этого целью статьи выбраны разработка и обсуждение разных удобных вычислительных схем для практической реализации таких алгоритмов измерения. Как и в предыдущей статье, здесь предполагается, что информационные сигналы для поставленных задач идентификации формируются в измерительном устройстве, аналогичном штатному устройству гироскопа [13].

К преимуществам такого идентификационного подхода можно отнести возможность как автономного, так и одновременного комплексного измерения угловой неравномерности сразу всех интересующих колебательно-диссипативных свойств резонаторов. Поэтому на этом пути можно добиться уменьшения времени измерений и понижения трудоемкости установленного комплекса операций производственного контроля. Однако в таких алгоритмах, в отличие от ранее изложенных («ИСП», № 1, 2024), потребуется выполнять высокоточное численное дифференцирование сигналов в условиях шумов измерений, на что следует обратить особое внимание.

Чтобы исключить влияние контуров внутреннего управления волновыми процессами гироскопа, идентификация искомых параметров выполняется в режиме наблюдения за свободным выбегом возбужденной и развитой стоячей волны [14–16].

Заметим, что похожие постановки задач измерения механических характеристик резонаторов на основе идентификации коэффициентов дифференциальных уравнений колебаний часто встречаются в технической литературе [17–20]. Кроме этого, рассмотрение данной темы применительно к производственным задачам операционного контроля начато в более ранней статье авторов в журнале «ИСП», 2022, № 2, с. 4. Тем не менее сохраняющаяся потребность ее дальнейшего развития и улучшения получающихся вычислительных схем применительно к производственной практике послужила причиной написания излагаемой ниже статьи.

1. Математический аппарат описания волновых процессов в резонаторе гироскопа в условиях его свободных колебаний

В этом пункте для последующих формулировок разных вариантов задач идентификации и описания их вычислительных схем кратко повторим важные математические зависимости, приведенные в предыдущей статье автора («ИСП», 2024, № 1).

В рассматриваемом режиме свободного выбега волновой картины после выключения активного режима возбуждения развитой стоячей волны A_0 свободные колебания (p, q) резонатора гироскопа с близкими резонансными частотами (ω_p, ω_q) можно описать дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}
&\ddot{p} + 2\nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_\mu-\theta_\omega)]\dot{p} + \\
&+ 2[\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_\omega) - \Omega K]\dot{q} + \\
&+ (\omega^2+\Delta\omega^2)p = 0, \\
&\ddot{q} + 2\nu[1-\delta\mu\cos 4(\theta_\mu-\theta_\omega)]\dot{q} + \\
&+ 2[\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_\omega) + \Omega K]\dot{p} + \\
&+ (\omega^2-\Delta\omega^2)q = 0,
\end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{\Omega}$ – угловая скорость поворота гироскопа вокруг его оси симметрии; K – известный масштабный коэффициент; $\omega^2 \equiv (\omega_p^2+\omega_q^2)/2$, $\Delta\omega^2 \equiv (\omega_p^2 - \omega_q^2)/2 = \Delta\omega_{qp}(\omega_p+\omega_q)/2$; θ_ω и θ_μ – угловые положения осей жесткости и добротности по отношению к приборной системе координат (x, y), связанной с измерительным устройством гироскопа.

При этом угловое распределение функции вязкости принято в виде:

$$\nu(\theta) = \nu[1 + 2\delta\mu \cdot \cos 4(\theta - \theta_\mu)],\ \delta\mu \to 0,$$

а функция деформации $W(\theta,t)$ кромки полусферического резонатора представляется зависимостью:

$$W(\theta,t) = p(t)\cdot \cos 2(\theta - \theta_\omega) + q(t)\cdot \sin 2(\theta - \theta_\omega).$$

Для более общего случая наблюдения в произвольных координатных осях (X, Y), развернутых относительно осей (p, q) на постоянный выбранный угол $\Psi_x \equiv 2(\theta_x - \theta_\omega) = \text{const}$, уравнения (1) преобразуются в следующие:

$$\begin{aligned}
&\ddot{X} + 2\nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_\mu - \theta_x)]\dot{X} + \\
&+ 2[\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu - \theta_x) - \Omega K]\dot{Y} + \\
&+ \omega_x^2 X - \Delta\omega_{xy}^2 Y = 0, \\
&\ddot{Y} + 2\nu[1-\delta\mu\cos 4(\theta_\mu - \theta_x)]\dot{Y} + \\
&+ 2[\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu - \theta_x) + \Omega K]\dot{X} + \\
&+ \omega_y^2 Y - \Delta\omega_{xy}^2 X = 0,
\end{aligned} \qquad (2)$$

где $X(t) = p(t)\cos\Psi_x + q(t)\sin\Psi_x$, $Y(t) = -p(t)\times\sin\Psi_x + q(t)\cos\Psi_x$, $\omega_x^2 = \omega_p^2\cos^2\Psi_x + \omega_q^2\sin^2\Psi_x$, $\omega_y^2 = \omega_p^2\sin^2\Psi_x + \omega_q^2\cos^2\Psi_x$, $\Delta\omega_{xy}^2 = \Delta\omega^2\sin 2\Psi_x$.

Частным случаем таких новых осей являются приборные оси (x, y) гироскопа, в которых его измерительное устройство измеряет сигналы $S_C(t)$ и $S_D(t)$ с шумами ε_C и ε_D :

$$\begin{gathered}
S_C(t) = C(t) + \varepsilon_C, \quad S_D(t) = D(t) + \varepsilon_D; \\
W(\theta,t) = C(t)\ \cos 2\theta + D(t)\ \sin 2\theta; \\
C = p\cos 2\theta_\omega - q\sin 2\theta_\omega, \\
D = p\sin 2\theta_\omega + q\cos 2\theta_\omega.
\end{gathered} \qquad (3)$$

В этих осях $\theta_x = 0$, $(X,Y) = (C, D)$. И уравнения (2) приобретают вид:

$$\begin{aligned}
&\ddot{C} + 2\nu[1+\delta\mu\cos 4\theta_\mu]\dot{C} + \\
&+ 2[\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu - \Omega K]\dot{D} + \\
&+ \omega_C^2 C - \Delta\omega_{CD}^2 D = 0, \\
&\ddot{D} + 2\nu[1-\delta\mu\cos 4\theta_\mu]\dot{D} + \\
&+ 2[\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu + \Omega K]\dot{C} + \\
&+ \omega_D^2 D - \Delta\omega_{CD}^2 C = 0. \\
&\omega_C^2 = \omega_p^2\cos^2 2\theta_\omega + \omega_q^2\sin^2 2\theta_\omega, \\
&\omega_D^2 = \omega_p^2\sin^2 2\theta_\omega + \omega_q^2\cos^2 2\theta_\omega, \\
&\Delta\omega_{CD}^2 = -\Delta\omega^2\sin 4\theta_\omega.
\end{aligned} \qquad (4)$$

Для формирования выходного сигнала гироскопа резонансные колебания (1) в измерительном устройстве представляются в виде суперпозиции ортогональных во времени и по углу стоячих волн (A, B), имеющих одинаковую, слабо изменяющуюся по углу частоту:

$$\begin{gathered}
W(\theta,t) = A(t)\cdot\cos 2(\theta - \theta_A(t)) + \\
+ B(t)\cdot\sin 2(\theta - \theta_A(t)); \\
A(t) = a_A(t)\cos\varphi_A(t),\ B(t) = \\
= a_B(t)\sin\varphi_A(t); \quad \varphi_A(t) \equiv \omega(t)\cdot t - \alpha(t),
\end{gathered} \qquad (5)$$

где $\alpha(t)$ – медленно изменяемая фаза стоячих волн; $\omega(t)$ – частоты стоячих волн (A, B); a_A – положительная амплитуда рабочей волны; a_B – амплитудная функция (может быть как положительной, так и отрицательной) квадратурной паразитной волны.

Выделяемое отсюда угловое перемещение θ_A сильно выраженной по амплитуде рабочей стоячей волны $A(t)$ оказывается пропорциональным угловой скорости вращения $\mathbf{\Omega}$. и поэтому является основным выходным сигналом интегрирующего гироскопа.

Заметим, что алгоритмы расчета входящих в (5) функций $\{\theta_A(t), a_A(t), a_B(t), \alpha(t), \omega(t)\}$ через наблюдаемые сигналы (3) для разных условий оцифровки сигналов (C, D) приведены в журнале «ИСП»: 2020, № 3; 2021, № 3, 4.

Высокая добротность резонансных колебаний исследуемых кварцевых резонаторов позволяет понизить порядок дифференциальных уравнений (1), (2), (4) с помощью применения метода медленно меняющихся амплитуд. В результате уравнения (2) свободных колебаний преобразуются в следующие:

$$\begin{gathered}\dot{a}_X+\nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_\mu-\theta_x)]a_X=\\=\{\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_x)\cos(\Delta\varphi_{XY})+\\+\Delta\omega\sin 4(\theta_\omega-\theta_x)\sin(\Delta\varphi_{XY})\}\cdot a_Y+\\+\Omega K\cos(\Delta\varphi_{XY})\cdot a_Y,\\\dot{a}_Y+\nu[1-\delta\mu\cos 4(\theta_\mu-\theta_x)]a_Y=\\=\{\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_x)\cos(\Delta\varphi_{XY})-\\-\Delta\omega\sin 4(\theta_\omega-\theta_x)\sin(\Delta\varphi_{XY})\}\cdot a_X-\\-\Omega K\cos(\Delta\varphi_{XY})\cdot a_X;\end{gathered}\tag{6}$$

$$\begin{gathered}[\dot{\varphi}_X-\Delta\omega\cos 4(\theta_\omega-\theta_x)]\cdot a_X=\\=\{-\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_x)\sin(\Delta\varphi_{XY})+\\+\Delta\omega\sin 4(\theta_\omega-\theta_x)\cos(\Delta\varphi_{XY})\}\cdot a_Y-\\-[\Omega K]\sin(\Delta\varphi_{XY})\cdot a_Y,\\[\dot{\varphi}_Y+\Delta\omega\cos 4(\theta_\omega-\theta_x)]\cdot a_Y=\\=\{\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_x)\sin(\Delta\varphi_{XY})+\\+\Delta\omega\sin 4(\theta_\omega-\theta_x)\cos(\Delta\varphi_{XY})\}\cdot a_X-\\-[\Omega K]\sin(\Delta\varphi_{XY})\cdot a_X,\end{gathered}\tag{7}$$

где $\Delta\varphi_{XY}\equiv\varphi_X-\varphi_Y$; $\Delta\omega\equiv\left|\omega_p-\omega_q\right|/2$.

Для рассматриваемого здесь измерительного устройства из сигналов (3) обычно извлекают функции изменения во времени амплитуд сигналов (a_C, a_D) и их разнофазности $\Delta\varphi_{CD}$.

Поэтому уравнения (7), описывающие изменение во времени фаз сигналов, не всегда удобно вводить в ошибку идентификации, так для них придется дополнительно строить контура извлечения еще и фаз сигналов из (3).

С учетом этого в дальнейшем задачу идентификации будем рассматривать в урезанной постановке, используя в качестве квадратичной ошибки идентификации точность выполнения только уравнений для амплитуд (6). Приведем рассматриваемые далее частные случаи (6).

В первом частном случае (6), подставляя в них $(X,Y)=(C,D)$ и $\theta_x=0$, будем иметь уравнения для амплитуд сигналов в измерительных осях:

$$\begin{gathered}\dot{a}_C+\nu[1+\delta\mu\cos 4\theta_\mu]a_C=\\=[(\Omega K+\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu)\cos\Delta\varphi_{CD}+\\+(\Delta\omega\sin 4\theta_\omega)\sin\Delta\varphi_{CD}]\cdot a_D,\\\dot{a}_D+\nu[1-\delta\mu\cos 4\theta_\mu]a_D=\\=[(-\Omega K+\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu)\cos\Delta\varphi_{CD}-\\-(\Delta\omega\sin 4\theta_\omega)\sin\Delta\varphi_{CD}]\cdot a_C.\end{gathered}\tag{8}$$

Заметим, что на начальных этапах свободного выбега сформированной стоячей волны A с учетом синхронизации резонансных колебаний (p, q) должно иметь место отсутствие разнофазности $\Delta\varphi_{CD}\to 0$ (малость такой разнофазности измерительных сигналов легко контролируется в процессе измерений). В этих случаях уравнения (8) упростятся и примут вид:

$$\begin{gathered}\dot{a}_C+\nu[1+\delta\mu\cos 4\theta_\mu]a_C-\\-(\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu)\cdot a_D\approx\Omega K\cdot a_D,\\\dot{a}_D+\nu[1-\delta\mu\cos 4\theta_\mu]a_D-\\-(\nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu)\cdot a_C\approx-\Omega K\cdot a_C.\end{gathered}\tag{9}$$

Их особенностью является отсутствие жесткостных характеристик, что удобно при автономном измерении разнодобротности.

Во втором частном случае (6), подставляя в них $(X,Y)=(A,B)$ и $\theta_x=\theta_A$, с учетом $\Delta\varphi_{AB}=\pi/2$ получим волновые уравнения для амплитуд в подвижных осях взаимно ортогональных стоячих волн (A, B):

$$\begin{gathered}\dot{a}_A+\nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_A+\\+\Delta\omega\cdot\sin 4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_B=0,\\\dot{a}_B+\nu[1-\delta\mu\cos 4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_B-\\-\Delta\omega\cdot\sin 4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_A=0.\end{gathered}\tag{10}$$

К важным преимуществам этой модели для рассматриваемых задач идентификации можно отнести следующие. Во-первых, в уравнения (10) не входит угловая скорость Ω. Это позволяет использовать их для идентификации колебательно-диссипативных характеристик без дополнительного измерения (или расчета) ненулевой Ω. Во-вторых, сюда входят погрешности углового распределения как вязкостных, так и колебательных характеристик. Это удобно для выполнения комплексной их идентификации одновременно. При этом угол рабочей стоячей волны $\theta_A(t)$ является переменным, что позволяет проще разделять вклад диссипативных и колебательных характеристик.

В то же время здесь потребуется проведение дополнительного высокоточного расчета зависящих от времени функций $\{\theta_A(t), a_A(t), a_B(t)\}$ через наблюдаемые сигналы (3).

Для полноты приведем также третий частный случай уравнений (6), подставляя в них $(X,Y)=(p, q)$ и $\theta_x=\theta_\omega$ при известных осях жесткости. Здесь получим уравнения для амплитуд резонансных колебаний:

$$\begin{gathered}\dot{a}_p+\nu[1+\delta\mu\cos 4(\theta_\mu-\theta_\omega)]a_p=\\=[\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_\omega)+\Omega K]\cdot\cos(\Delta\varphi_{pq})\cdot a_q,\\\dot{a}_q+\nu[1-\delta\mu\cos 4(\theta_\mu-\theta_\omega)]a_q=\\=[\nu\delta\mu\sin 4(\theta_\mu-\theta_\omega)-\Omega K]\cdot\cos(\Delta\varphi_{pq})\cdot a_p,\end{gathered}$$

где в рассматриваемом режиме свободного выбега $\Delta\varphi_{pq}(t)\approx\Delta\omega_{pq}t$.

Особых новых свойств они не показывают. Поэтому в дальнейшем их целенаправленно использовать не будем.

Далее на основе приведенных моделей (6), (8)–(10) рассмотрим разные варианты удобных вычислительных алгоритмов нахождения характеристик разнодобротности и разночастотности полусферических резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов.

2. Модели идентификации вязкостных (диссипативных) свойств резонатора в режиме его свободного выбега

Рассмотрение задач идентификации параметров резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов для разных направлений проведения операционного производственного контроля начнем с алгоритмов измерения вязкостных свойств, что объясняется следующими причинами.

Во-первых, разночастотность резонатора достаточно просто можно уменьшить путем его дополнительной механической обработки, чего нельзя сказать о возможностях уменьшения остаточной разнодобротности. Поэтому, если на начальных этапах операционного контроля окажется, что исходная заготовка резонатора превысила некоторую выбранную критическую величину разнодобротности (что вызвано плохим распределением внутренних микротрещин в кварцевой заготовке), такую заготовку следует сразу отправлять в брак без дополнительной ее «чистовой» балансировки по разночастотности.

Во-вторых, на завершающих этапах операционного контроля после выполнения операций «чистовой» балансировки остаточной разночастотностью часто можно условно пренебречь вследствие ее малости по сравнению с остаточной разнодобротностью.

В-третьих, в современные конструкции интегрирующих твердотельных волновых гироскопов включена эффективно работающая система электрической коррекции разночастотности. Если рассматривать режим свободного выбега волновой картины при ее работе, тогда влиянием разночастотности тоже следует пренебречь. В-четвертых, разночастотность резонатора может быть предварительно измерена другими эффективными методами (см. в том числе предыдущую статью автора в журнале «ИСП», 2024, № 1).

В качестве исходных моделей идентификации для разных постановок задач будем выбирать либо уравнения (8) для измерительных переменных, либо уравнения (10) для волновых переменных.

В первом варианте формирование квадратичной ошибки параметрической идентификации выполняется в осях измерительного устройства по непосредственно измеряемым сигналам $(a_C, a_D, \Delta\varphi_{CD})$ на основе уравнений (8), переписанных в следующем более удобном виде:

$$\begin{aligned} &\nu_C \cdot a_C - \Delta\nu_S \cdot (a_D \cos\Delta\varphi_{CD}) = \Phi_{C\omega}, \\ &\nu_D \cdot a_D - \Delta\nu_S \cdot (a_C \cos\Delta\varphi_{CD}) = \Phi_{D\omega}, \end{aligned} \tag{11}$$

где $\Phi_{C\omega} \equiv -(\dot a_C - \Phi\cdot a_D)$, $\Phi_{D\omega} \equiv -(\dot a_D + \Phi\cdot a_C)$; $\Phi \equiv \Omega K\cos\Delta\varphi_{CD} + \delta\omega_\theta \sin\Delta\varphi_{CD}$, $\delta\omega_\theta \equiv \Delta\omega \sin 4\theta_\omega$; $\nu_C \equiv \nu[1+\delta\mu\cos 4\theta_\mu]$, $\nu_D \equiv \nu[1-\delta\mu\cos 4\theta_\mu]$, $\Delta\nu_S \equiv$ $\equiv \nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu$.

Здесь сначала идентифицируются постоянные параметры $(\nu_C, \nu_D, \Delta\nu_S)$ через решение задачи идентификации в традиционной постановке:

$$\begin{aligned} J = <\{&\nu_C \cdot a_C(t) - \\ &- \Delta\nu_S \cdot [a_D(t)\cos\Delta\varphi_{CD}(t)] - \Phi_{C\omega}(t)\}^2 + \\ &+[\nu_D \cdot a_D(t) - \Delta\nu_S \cdot [a_C(t)\cos\Delta\varphi_{CD}(t)] - \\ &- \Phi_{D\omega}(t)\}^2 > \Rightarrow \min(\nu_C, \nu_D, \Delta\nu_S), \end{aligned} \tag{12}$$

где $<f> \equiv (1/T)\int_0^T f(t)\,dt \approx \sum_i^n f/n$; n – число тактов усреднения.

Далее уже легко вычислить искомые характеристики по формулам:

$$\begin{aligned} &\nu = (\nu_C + \nu_D)/2, \\ &(\nu\delta\mu)^2 = (\nu_C - \nu_D)^2/4 + \Delta\nu_S^2, \\ &\mathrm{tg}\,4\theta_\mu = 2\Delta\nu_S/(\nu_C - \nu_D). \end{aligned} \tag{13}$$

Другим вариантом выбора идентифицируемых параметров в (8) представляют интерес $(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S)$, где $\Delta\nu_C \equiv \nu\delta\mu\cos 4\theta_\mu$, $\Delta\nu_S \equiv \nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu$

В этом случае модель (11) для задачи идентификации перепишем в виде:

$$\begin{aligned} &\nu\cdot a_C + \Delta\nu_C \cdot a_C - \Delta\nu_S \cdot (a_D\cos\Delta\varphi_{CD}) = \Phi_{C\omega}, \\ &\nu\cdot a_D - \Delta\nu_C \cdot a_D - \Delta\nu_S \cdot (a_C\cos\Delta\varphi_{CD}) = \Phi_{D\omega}. \end{aligned} \tag{14}$$

Далее решается похожая на (12) задача:

$$\begin{aligned} J = <[&\nu\cdot a_C + \Delta\nu_C \cdot a_C - \\ &- \Delta\nu_S \cdot (a_D\cos\Delta\varphi_{CD}) - \Phi_{C\omega}]^2 + \\ &+[\nu\cdot a_D - \Delta\nu_C \cdot a_D - \Delta\nu_S \cdot (a_C\cos\Delta\varphi_{CD}) - \\ &- \Phi_{D\omega}]^2 > \Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S), \end{aligned} \tag{15}$$

после чего искомые характеристики разновязкости находятся по формулам:

$$\begin{aligned} &\mathrm{tg}\,4\theta_\mu = \Delta\nu_S/\Delta\nu_C, \\ &\delta\mu^2 = (\Delta\nu_S^2 + \Delta\nu_C^2)/\nu^2. \end{aligned} \tag{16}$$

Заметим, что через (13) или (16) при необходимости несложно вычислить величины добротности и разнодобротности: $Q = \omega / 2\nu$, $\Delta Q = 2\delta\mu Q$.

Выбор временного интервала интегрирования T в (12), (15) и везде далее следует выбирать по мере накопления достаточно хорошего числа обусловленности получающейся системы линейных алгебраических уравнений (это легко контролировать на практике), чтобы при решении этой системы не было чрезмерного влияния погрешностей, присутствующих в исходной информации.

Кроме этого, желательно иметь некоторую «сбалансированность» квадратичных ошибок по разным измерительным каналам в функционале J. Последнее будет зависеть от выбора углового положения точки свободного выбега сформированной стоячей волны A, так как («ИСП», 2022, № 2, с. 4):

$$\begin{gathered} C = A\cos 2\theta_A - B\sin 2\theta_A, \\ D = A\sin 2\theta_A + B\cos 2\theta_A; \\ a_C^2 = a_A^2\cos^2 2\theta_A + a_B^2\sin^2 2\theta_A; \\ a_D^2 = a_A^2\sin^2 2\theta_A + a_B^2\cos^2 2\theta_A. \end{gathered} \tag{17}$$

При этом на начальных этапах свободного выбега будет сохраняться синфазность резонансных колебаний, что отразится в: $a_B / a_A \to 0$, $\Delta\varphi_{CD} \to 0$. Отсюда видно, что хорошая уравновешенность квадратичных ошибок в функционале J будет иметь место при начальном возбуждении стоячей волны A в угловом положении $\theta_A = \pi/8$. С другой стороны, если стоячую волну создавать последовательно – сначала вдоль одной оси измерительного устройства ($\theta_A = 0$), а потом вдоль другой ($\theta_A = \pi/8$), тогда общую задачу минимизации квадратичных ошибок двух уравнений можно разбить на две задачи – сначала только для первого уравнения, потом – только для второго.

Также заметим, что удобный внешний вид (14) потенциально позволяет упростить их аналитическую форму переходом в новые переменные в виде квадратичных функций от амплитуд (a_C, a_D). Однако здесь этого делать не будем, чтобы не ухудшить чувствительность минимизируемой ошибки идентификации из-за возможного появления умножений на малые величины.

Важно подчеркнуть, что выписанные модели (11) или (14) предполагают неподвижность гироскопа при проведении измерений. При этом проекция угловой скорости вращения Земли на ось гироскопа может быть либо обнулена специальной выставкой оси гироскопа ортогонально оси вращения Земли, либо должна быть рассчитана заранее и подставлена в функцию Φ.

Перейдем ко второму, наиболее часто применяемому на практике варианту формирования квадратичной ошибки параметрической идентификации через уравнения (10) для волновых переменных, которые преобразуем аналогично (14) к следующему виду:

$$\begin{gathered} \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) + \\ + \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A) = \Phi_{A\omega}, \\ \nu\cdot a_B - \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) - \\ - \Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A) = \Phi_{B\omega}, \end{gathered} \tag{18}$$

где $\Delta\nu_C \equiv \nu\delta\mu\cos 4\theta_\mu$, $\Delta\nu_S \equiv \nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu$,

$$\Delta\omega_C \equiv \Delta\omega\cos 4\theta_\omega,\ \Delta\omega_S \equiv \Delta\omega\sin 4\theta_\omega$$

$$\Phi_{A\omega} \equiv -\dot a_A - \Delta\omega_C\cdot(a_B\sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A),$$

$$\Phi_{B\omega} \equiv -\dot a_B + \Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A);$$

причем алгоритмы расчета входящих сюда волновых переменных $\{\theta_A(t), a_A(t), a_B(t)\}$ хорошо отработаны для разных условий оцифровки измерительных сигналов (C, D) (см. статьи в журнале «ИСП»: 2020, № 3; 2021, № 3, 4).

Идентифицируемыми параметрами в (18) являются, как и в (14): $(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S)$ с последующим расчетом (15). На практике такой подход наиболее интересен, так как в модели (18) нет зависимости от угловой скорости вращения Ω. Это позволяет ускорять процесс накопления исходной информации для решения задачи идентификации путем специально выбранных режимов поворота оси гироскопа. То есть, здесь можно выполнять управление желаемым изменением во времени функции $\theta_A(t)$.

При проведении реальных экспериментов для формирования входящих в (18) и зависящих от времени вспомогательных функций рекомендуется использовать следующие полезные зависимости («ИСП», 2022, № 2, с. 4):

$$\begin{gathered} \sin 4\theta_A = 2a_C a_D\cos\Delta\varphi_{CD} / (a_A^2 - a_B^2); \\ \cos 4\theta_A = (a_C^2 - a_D^2)/(a_A^2 - a_B^2); \\ \mathrm{tg}\, 4\theta_A = 2a_C a_D\cos\Delta\varphi_{CD} / (a_C^2 - a_D^2) \approx \\ \approx 2 < C\cdot D > / [< C^2 > - < D^2 >]; \\ a_C a_D\cos\Delta\varphi_{CD} = 2 < C(t)\cdot D(t) >; \\ a_C^2 = 2 < C^2 >,\quad a_D^2 = 2 < D^2 >; \\ a_C^2 - a_D^2 = (a_A^2 - a_B^2)\cos 4\theta_A;\ a_C^2 + a_D^2 = \\ = a_A^2 + a_B^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow a_A^2 = a_C^2(1 + 1/\cos 4\theta_A) + a_D^2(1 - 1/\cos 4\theta_A), \\ a_B^2 = a_C^2(1 - 1/\cos 4\theta_A) + a_D^2(1 + 1/\cos 4\theta_A). \end{gathered} \tag{19}$$

Решение задачи идентификации диссипативных характеристик с использованием модели (18) в волновых переменных сводится в общем случае к минимизации квадратичной ошибки:

$$J =< [\nu \cdot a_A + \Delta\nu_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) + \\ + \Delta\nu_S \cdot (a_A \sin 4\theta_A) - \Phi_{A\omega}]^2 + \\ +[\nu \cdot a_B - \Delta\nu_C \cdot (a_B \cos 4\theta_A) - \\ -\Delta\nu_S \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \Phi_{B\omega}]^2 > \Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S). \quad (20)$$

Опираясь на приведенные математические модели (11)–(20), рассмотрим изучаемую задачу идентификации вязкостных свойств резонатора в разных исходных постановках с учетом разного уровня требований по точности и разных условий выполнения экспериментов.

3. Алгоритмы идентификации вязкостных (диссипативных) свойств резонатора в режиме его свободного выбега для случая малой остаточной разночастотности

По мере повышения сложности математических вычислений сначала будем считать, что вкладом разночастотности резонатора можно пренебречь, то есть можно приближенно принять $\Delta\omega \to 0$. В этом случае в уравнениях (11) и (14) следует положить: $\Phi \equiv \Omega K \cos\Delta\varphi_{CD}$. А если еще ось гироскопа выставить ортогонально оси вращения Земли, тогда будем иметь:

$$\Phi = 0, \quad \Phi_{C\omega} = -\dot{a}_C, \quad \Phi_{D\omega} = -\dot{a}_D .$$

Аналогично для модели (18) при малой остаточной разночастотности ($\Delta\omega \to 0$): $\Phi_{A\omega} = -\dot{a}_A, \Phi_{B\omega} \equiv -\dot{a}_B$.

Кроме этого, при $\Delta\omega \to 0$ будет выполняться: $a_B / a_A \to 0$. Поэтому в модели задачи идентификации (18), (20) можно оставить только первое доминирующее по числовым значениям уравнение:

$$\nu \cdot a_A + \Delta\nu_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) + \\ + \Delta\nu_S \cdot (a_A \sin 4\theta_A) = \Phi_{A\omega} = -\dot{a}_A. \quad (21)$$

Также можно поступить и в случае применения режима свободного выбега волновой картины с дополнительно включенной и хорошо работающей системой электрической коррекции упругих свойств резонатора. Известно, что работа последней строится через обратную связь по активному подавлению проявляющейся в измерительных сигналах квадратурной волны: $a_B \to 0$. Поэтому для такого режима тоже можно перейти к усеченной модели (21), когда в ошибке (20) останется только первое слагаемое.

Чтобы повысить вычислительную обусловленность получающейся задачи, входящие в (21) переменные функции $(a_A \cos 4\theta_A, a_A \sin 4\theta_A)$ должны иметь по возможности большую изменяемость. Это, в свою очередь, наиболее просто обеспечить изменяемостью угла θ_A. Так как в уравнения (21) угловая скорость Ω не входит, поэтому запись этих функций можно производить и при вращении основания гироскопа. Это ускорит накопление нужной информации для улучшения вычислительной обусловленности критерия (20).

В последнем случае усреднение по времени при формировании ошибки идентификации (20) также можно заменить на усреднение по ансамблю реализаций на специально выбираемых «удобных» угловых положениях θ_A, управляемо выставляемых для измерений путем поворота оси гироскопа.

В минимальном варианте для нахождения входящих в (21) трех параметров $\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S$ достаточно будет выбора трех угловых точек измерений: $\theta_{A1} = \theta_{A0}$, $\theta_{A2} = \theta_{A0} + \Delta\theta$, $\theta_{A3} = \theta_{A0} - \Delta\theta$. Чтобы не было повторяемости результатов по причине периодичности тригонометрических функций, значения этих точек измерения желательно выбирать в интервале $0 \le 4\theta_A \le 2\pi \Rightarrow 0 \le \theta_A \le \pi /2$. Тогда для равномерно распределенных трех точек имеем: $\Delta\theta = (\pi /2) / 4 = \pi /8$. Этот вариант $\Delta\theta = \pi /8$ наиболее удобен, причем он соответствует имеющейся конструкции размещения электродов в гироскопе.

В этом случае в соответствии с (21) будем иметь замкнутую систему из трех уравнений:

$$\nu \cdot a_{A1} + \Delta\nu_C \cdot (a_{A1} \cos 4\theta_{A0}) + \\ + \Delta\nu_S \cdot (a_{A1} \sin 4\theta_{A0}) = -\dot{a}_{A1}, \\ \nu \cdot a_{A2} + \Delta\nu_C \cdot (a_{A2} \sin 4\theta_{A0}) - \\ - \Delta\nu_S \cdot (a_{A2} \cos 4\theta_{A0}) = -\dot{a}_{A2}, \\ \nu \cdot a_{A3} - \Delta\nu_C \cdot (a_{A3} \sin 4\theta_{A0}) + \\ + \Delta\nu_S \cdot (a_{A3} \cos 4\theta_{A0}) = -\dot{a}_{A3}, \quad (22)$$

решение которой можно выполнить и без решения задачи (20).

Так, из второго и третьего уравнений (22) сразу находим:

$$\partial(a_{A2} a_{A3}) / \partial t + 2\nu \cdot (a_{A2} a_{A3}) = 0. \quad (23)$$

Вычислив из (23) величину ν, перепишем (22) в виде:

$$\Delta\nu_C \cdot (\cos 4\theta_{A0}) + \Delta\nu_S \cdot (\sin 4\theta_{A0}) = \\ = -(\dot{a}_{A1} + \nu \cdot a_{A1}) / a_{A1}, \\ \Delta\nu_C \cdot (\sin 4\theta_{A0}) - \Delta\nu_S \cdot (\cos 4\theta_{A0}) = \\ = -(\dot{a}_{A2} + \nu \cdot a_{A2}) / a_{A2}, \\ \Delta\nu_C \cdot (\sin 4\theta_{A0}) - \Delta\nu_S \cdot (\cos 4\theta_{A0}) = \\ = (\dot{a}_{A3} + \nu \cdot a_{A3}) / a_{A3}. \quad (24)$$

Отсюда уже несложно вычислить:

$$\begin{aligned}\Delta\nu_C &= -[(\dot a_{A1} + \nu\cdot a_{A1})/a_{A1}]\cdot\cos 4\theta_{A0} + \\ &+[(\dot a_{A2} + \nu\cdot a_{A2})/a_{A2}]\cdot\sin 4\theta_{A0}, \\ \Delta\nu_S &= -[(\dot a_{A1} + \nu\cdot a_{A1})/a_{A1}]\cdot\sin 4\theta_{A0} + \\ &+[(\dot a_{A3} + \nu\cdot a_{A3})/a_{A3}]\cdot\cos 4\theta_{A0},\end{aligned} \qquad (25)$$

причем возможны и другие решения.

Для вычислительной сбалансированности входящих в (25) слагаемых следует выбирать: $\theta_{A0} = \pi/8$.

Если же принять $\theta_{A0} = 0$, тогда исходные уравнения (23) еще более упростятся:

$$\begin{aligned}\nu\cdot a_{A1} + \Delta\nu_C\cdot a_{A1} &= -\dot a_{A1}, \\ \nu\cdot a_{A2} - \Delta\nu_S\cdot a_{A2} &= -\dot a_{A2}, \\ \nu\cdot a_{A3} + \Delta\nu_S\cdot a_{A3} &= -\dot a_{A3}.\end{aligned}$$

Заметим, что в целях уменьшения влияния шумов измерений на результаты идентификации, формулы (23), (25) следует усреднить во времени в малых окрестностях углов (θ_{A1}, θ_{A2}, θ_{A3}), в которых угловым уходом волновой картины еще можно пренебречь.

Повысить точность идентификации вязкостных свойств резонатора через еще большее уменьшение влияния ошибок измерений потенциально позволяет режим свободного выбега волновой картины при вращающемся с постоянной скоростью Ω = const гироскопе.

В этом случае интегрирование по времени в функционалах типа (19) можно заменить на интегрирование по углу стоячей волны: $\theta_A = K\Omega\cdot t$, причем период интегрирования достаточно выбрать из ранее отмеченного условия $0 \le \theta_A \le \pi/2$:

$$<f>_\theta \equiv (2/\pi)\int_0^{\pi/2} f(\theta_A)\,d\theta_A \approx \textstyle\sum_i^n f/n,$$

где n – число тактов усреднения.

Тогда после интегрирования (21) сразу вычисляются:

$$\begin{aligned}\nu\cdot <a_A>_\theta &= <\Phi_{A\omega}>_\theta, \\ \Delta\nu_C\cdot <a_A>_\theta/2 &= <\Phi_{A\omega}\cos 4\theta_A>_\theta, \\ \Delta\nu_S\cdot <a_A>_\theta/2 &= <\Phi_{A\omega}\sin 4\theta_A>_\theta.\end{aligned} \qquad (26)$$

Заметим, что интегрирование уравнений на основе (21) достаточно выполнять и в более узком угле $0 \le \theta_A \le \pi/4$.

При этом итоговые соотношения типа (26) несколько усложнятся.

В следующем пункте перейдем к рассмотрению более сложной задачи автономной идентификации разнодобротности резонатора гироскопа уже при существенной его остаточной разночастотности ($\Delta\omega \ne 0$).

4. Алгоритмы идентификации вязкостных (диссипативных) свойств резонатора в режиме его свободного выбега для случая значимой остаточной разночастотности

Предварительно отметим, что решение данной задачи при известных параметрах разночастотности (которые уже были измерены другими методами – см. в том числе «ИСП», 2024, № 1) с небольшими изменениями в представлении правых частей Φ повторит приведенные в предыдущем пункте вычислительные реализации соответствующих алгоритмов идентификации.

Поэтому здесь обсудим возможности решения более сложной задачи автономной идентификации вязкостных свойств резонатора при неизвестных характеристиках разночастотности. Как и ранее, последовательно рассмотрим возможности применения двух моделей (8) или (10).

Особенностью модели (8) в измерительных переменных является вхождение угловой неравномерности жесткостных свойств резонатора с коэффициентом разнофазности измерительных сигналов: $(\Delta\omega\sin 4\theta_\omega)\sin\Delta\varphi_{CD}$.

Это позволяет пренебречь его влиянием на начальных этапах свободного выбега сформированной стоячей рабочей волны A, когда разнофазность в измерительных сигналах еще не будет проявляться ($\Delta\varphi_{CD} \to 0$).

В таких измерениях модель для задачи параметрической идентификации может быть выбрана в варианте (11) или (14), где в правых частях следует положить:

$$\begin{aligned}\Phi_{C\omega} &\equiv -(\dot a_C - \Phi\cdot a_D), \\ \Phi_{D\omega} &\equiv -(\dot a_D + \Phi\cdot a_C); \quad \Phi \approx \Omega K;\end{aligned} \qquad (27)$$

здесь при выставке оси гироскопа ортогонально оси вращения Земли: $\Omega = 0$.

Так как измерения проводятся в начале выбега волновой картины, поэтому интегрирование в функционалах (12) или (20) на длительном промежутке времени следует заменить усреднением по ансамблю реализаций, соответствующих коротким промежуткам времени начального выбега из разных угловых положений.

Здесь, как и ранее, достаточно выполнить измерения на трех угловых точках начального этапа выбега волновой картины: $\theta_{A1} = \theta_{A0}$, $\theta_{A2} = \theta_{A0} + \Delta\theta$, $\theta_{A3} = \theta_{A0} - \Delta\theta$, $\Delta\theta = \pi/8$. Так как в них должно выполняться (см. (17)): $a_C \approx a_A\cos 2\theta_A$, $a_D \approx a_A\sin 2\theta_A$, $a_B \to 0$, поэтому удобно выбирать: $\theta_{A0} = \pi/8$.

Это соответствует угловым точкам по осям измерительного устройства и между ними.

Тогда с учетом $\Delta\varphi_{CD} \to 0$ из уравнений (14) с учетом (27) при $\Omega = 0$ оставим только те уравнения, которые наиболее значимы по входящим величинам:

$$\begin{gathered} \nu \cdot a_{C3} + \Delta\nu_C \cdot a_{C3} \approx -\dot{a}_{C3}; \\ \nu \cdot a_{D2} - \Delta\nu_C \cdot a_{D2} \approx -\dot{a}_{D2}; \\ \nu \cdot a_{C1} + \Delta\nu_C \cdot a_{C1} - \Delta\nu_S \cdot a_{D1} \approx -\dot{a}_{C1}, \\ \nu \cdot a_{D1} - \Delta\nu_C \cdot a_{D1} - \Delta\nu_S \cdot a_{C1} \approx -\dot{a}_{D1}. \end{gathered} \tag{28}$$

Здесь, например, из первой пары уравнений модели (28) можно найти величину ν, а из второй пары – значения $(\Delta\nu_C, \Delta\nu_S)$. Так, после несложных преобразований получим:

$$\begin{gathered} \partial(a_{C3}a_{D2})/\partial t + 2\nu \cdot (a_{C3}a_{D2}) = 0, \\ \partial(a_{C1}a_{D1})/\partial t + 2\nu \cdot (a_{C1}a_{D1}) = \\ = \Delta\nu_S \cdot (a_{C1}^2 + a_{D1}^2), \\ \partial(a_{C1}^2 - a_{D1}^2)/\partial t + 2\nu \cdot (a_{C1}^2 - a_{D1}^2) = \\ = -2\Delta\nu_C \cdot (a_{C1}^2 + a_{D1}^2), \end{gathered} \tag{29}$$

причем возможны и другие варианты решения.

Если для уменьшения влияния ошибок измерения желательно перейти к более длинным временным интервалам интегрирования в функционалах (12), (20), тогда резонансные свободные колебания уже могут утратить свою начальную синхронизацию и слагаемым $(\Delta\omega \sin 4\theta_\omega)\sin\Delta\varphi_{CD}$ в уравнениях (8) уже пренебрегать нельзя. В этом случае модель задачи идентификации следует принимать в полном виде (8), а список параметров идентификации в функционале (15) придется увеличить на один вспомогательный параметр:

$$\begin{gathered} J \Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S, \Delta\omega_S), \\ \Delta\omega_S \equiv \Delta\omega \sin 4\theta_\omega. \end{gathered} \tag{30}$$

Для ускорения операции контроля вязкостных свойств резонатора гироскопа следует перейти к модели (10) в волновых переменных.

В ней отсутствует угловая скорость Ω, что позволяет управляемо менять угловое положение θ_A стоячей волны A в процессе измерений одного выбега путем соответствующего поворота оси гироскопа. Для такого варианта перепишем уравнения (10), (18) в следующем развернутом виде («ИСП», 2022, № 2, с. 4):

$$\begin{gathered} \dot{a}_A + \nu \cdot a_A + \Delta\nu_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) + \\ + \Delta\nu_S \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \\ + \Delta\omega_C \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S \cdot (a_B \cos 4\theta_A) = 0, \\ \dot{a}_B + \nu \cdot a_B - \Delta\nu_C \cdot (a_B \cos 4\theta_A) - \\ - \Delta\nu_S \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \\ - \Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) = 0. \end{gathered} \tag{31}$$

В общем случае здесь вместо (30) придется решать уже пятипараметрическую задачу идентификации с дополнительным вычислением вспомогательных двух параметров разножесткости:

$$J \Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S, \Delta\omega_S, \Delta\omega_C). \tag{32}$$

Более детально ее вычислительные схемы будут приведены в двух предпоследних пунктах.

Чтобы упростить процесс нахождения ее менее точного решения, можно выбрать режим измерений свободных колебаний с работающей системой квазистатической электрической коррекции разночастотности. Здесь будем иметь $a_B / a_A \to 0$, и поэтому вместо модели (31) можно будет ограничиться более простой моделью (21).

Если же такая система коррекции в условиях операционных измерений отсутствует, тогда можно попробовать приближенно решать поставленную задачу, ограничиваясь измерениями только на начальных этапах свободного выбега. В этом случае будет еще сохраняться вынужденная синхронизация резонансных переменных, что обеспечит сравнительную малость амплитуды квадратурной волны a_B. При этом получим снова рассмотренную ранее упрощенную модель (21), которую можно решать алгоритмом (22)–(25).

5. Алгоритмы идентификации разночастотности (колебательных свойств) резонатора в волновых переменных для режима его свободного выбега

Предварительно заметим, что с помощью модели (8) (или более общей модели (6) в других неподвижных осях) идентифицировать параметры разночастотности не получается.

Основной моделью здесь выбираются уравнения (31) в волновых переменных. Из них видно, что определяющую роль при идентификации разночастотности резонатора играют амплитуды квадратурной волны a_B (а в рассмотренной выше задаче идентификации вязкостных свойств эту роль играла амплитуда a_A доминирующей рабочей волны A). Поэтому для повышения эффективности решения поставленной задачи следует выбирать интервалы времени, отвечающие наибольшему развитию квадратурной волны в режиме свободных колебаний. Они соответствуют времени накопления разнофазности резонансных колебаний в четверть длины волны ($\Delta\varphi_{pq}(t) = \pi/2$). При этом начальное возбуждение стоячей волны A желательно подбирать ближе к середине между осями жесткости резонатора. Более подробно эти вопросы были обсуждены в предыдущей статье («ИСП», 2024, № 1).

Рассматриваемую задачу идентификации разночастотности можно решать в трех постановках. Первая постановка задачи относится к измерению явно выраженной разночастотности плохо обработанных заготовок резонаторов, когда разнодобротностью можно пренебречь (полагаем $\Delta Q = 2\delta\mu Q \approx 0$ в силу ее относительной малости). Вторая постановка задачи относится к проведению измерений уже обработанных резонаторов, для которых выполнены автономные измерения разнодобротности (см. алгоритмы предыдущего пункта). Эти две постановки задачи характеризуются следующей моделью (получена из (31)), в которой правые части непосредственно измеряются:

$$\begin{gathered}\Delta\omega_C \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S \cdot (a_B \cos 4\theta_A) = \Phi_{A\nu},\\ -\Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) = \Phi_{B\nu};\\ \Phi_{A\nu} \equiv -\dot{a}_A - \nu \cdot a_A - \Delta\nu_C \cdot (a_A \cos 4\theta_A) - \\ -\Delta\nu_S \cdot (a_A \sin 4\theta_A),\\ \Phi_{B\nu} \equiv -\dot{a}_B - \nu \cdot a_B + \Delta\nu_C \cdot (a_B \cos 4\theta_A) + \\ +\Delta\nu_S \cdot (a_B \sin 4\theta_A);\end{gathered} \tag{33}$$

где параметры вязкости $\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S$ считаются известными.

В общем случае длительных наблюдений за свободными колебаниями идентификационная задача решается через минимизацию функционала квадратичной ошибки:

$$\begin{gathered}J = <[\Delta\omega_C \cdot (a_B \sin 4\theta_A) - \\ -\Delta\omega_S \cdot (a_B \cos 4\theta_A) - \Phi_{A\nu}]^2 + \\ +[-\Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) - \\ -\Phi_{B\nu}]^2 > \Rightarrow \min(\Delta\omega_C, \Delta\omega_S).\end{gathered} \tag{34}$$

Далее вычисляем искомые характеристики разночастотности:

$$\begin{gathered}\Delta\omega_C \equiv \Delta\omega \cos 4\theta_\omega,\\ \Delta\omega_S \equiv \Delta\omega \sin 4\theta_\omega, \quad \Rightarrow\\ \mathrm{tg} 4\theta_\omega = \Delta\omega_S / \Delta\omega_C,\\ \Delta\omega^2 = \Delta\omega_S^2 + \Delta\omega_C^2.\end{gathered} \tag{35}$$

В третьей постановке задачи требуется автономно оценить разночастотность резонатора при неизвестной его разнодобротности. В этом случае идентификация проводится с контролем амплитуды квадратурной волны a_B.

Выбираются только те измерения из всего массива, для которых выполняется: $a_B / a_A \to 0$. Ранее уже отмечалось, что это могут быть начальные участки свободного выбега, когда разнофазность резонансных колебаний еще не успела накопиться.

Учтем здесь дополнительно соотношения:

$$a_A^2 + a_B^2 = a_p^2 + a_q^2,\ a_A a_B = = a_p a_q \sin\Delta\varphi_{pq};\ \Delta\varphi_{pq}(t) = \Delta\omega_{qp} t.$$

Дифференцируя их по времени (первое из них при высокой добротности колебаний почти постоянно), будем иметь:

$$\begin{gathered}\dot{a}_A \approx -\dot{a}_B \cdot (a_B / a_A);\\ \dot{a}_A \cdot a_B + \dot{a}_B \cdot a_A = \Delta\omega_{pq} a_p a_q \cos(\Delta\omega_{pq} t).\end{gathered}$$

Поэтому, пренебрегая малыми слагаемыми с $a_B / a_A \to 0$, из общей модели (31) выберем только второе уравнение:

$$\begin{gathered}\Delta\omega_C \cdot (a_A \sin 4\theta_A) - \\ -\Delta\omega_S \cdot (a_A \cos 4\theta_A) \approx (\dot{a}_B + \nu \cdot a_B).\end{gathered} \tag{36}$$

Видна структурная похожесть моделей (36) с (21). Поэтому решение задачи идентификации разночастотности на основе уравнений (36) будет повторять логику решения (22)–(25). Отличие заключается в том, что здесь идентифицируются только два параметра $\Delta\omega_C, \Delta\omega_S$, поэтому достаточно провести измерения для двух выбегов: $\theta_{A1} = \theta_{A0}$, $\theta_{A2} = \theta_{A0} + \Delta\theta$.

В качестве $\Delta\theta$ можно выбирать (в зависимости от условий проведения эксперимента) значения: $\pi/8$, $\pi/6$, $\pi/4$. Приведем пример, соответствующий наиболее простым вычислениям: $\theta_{A1} = 0$, $\theta_{A2} = \pi/8 \Rightarrow$

$$-\Delta\omega_S \cdot a_{A1} \approx \dot{a}_{B1}, \quad \Delta\omega_C \cdot a_{A2} \approx \dot{a}_{B2}. \tag{37}$$

Заметим, что при таком подходе в первых двух постановках задачи идентификации разночастотности (для случая заранее оцененной разнодобротности резонатора) в минимальном варианте может оказаться достаточным измерений только одного свободного выбега, но в двух угловых точках с развитой квадратурной волной. Как и в прежнем варианте для простоты выберем: $\theta_{A1} = 0$, $\theta_{A2} = \pi/8$. Тогда из (34) получим:

$$\begin{gathered}-\Delta\omega_S \cdot a_{B1} = \Phi_{A\nu 1}, \quad \Delta\omega_S \cdot a_{A1} = \Phi_{B\nu 1};\\ \Delta\omega_C \cdot a_{B2} = \Phi_{A\nu 2}, \quad -\Delta\omega_C \cdot a_{A2} = \Phi_{B\nu 2},\end{gathered} \tag{38}$$

решить которые через минимизацию квадратичной ошибки несложно.

В заключение кратко остановимся на возможности уменьшения влияния погрешностей отдельно вычисляемых волновых переменных.

По аналогии с (26) здесь можно выбрать режим свободного выбега волновой картины при вращающемся с $\Omega = \mathrm{const}$ гироскопе ($\theta_A = K\Omega \cdot t$, $0 \le \theta_A \le \pi/2$). Тогда после интегрирования по углу (33) вместо (26) будем иметь:

$$\begin{gathered}\Delta\omega_C \cdot <a_B>_\theta / 2 = <\Phi_{A\nu} \sin 4\theta_A>_\theta,\\ -\Delta\omega_C \cdot <a_A>_\theta / 2 = <\Phi_{B\nu} \sin 4\theta_A>_\theta;\\ -\Delta\omega_S \cdot <a_B>_\theta / 2 = <\Phi_{A\nu} \cos 4\theta_A>_\theta,\\ \Delta\omega_S \cdot <a_A>_\theta / 2 = <\Phi_{B\nu} \cos 4\theta_A>_\theta.\end{gathered} \tag{39}$$

Заметим, что интегрирование уравнений на основе (33) достаточно выполнять и в более узком угле $0 \le \theta_A \le \pi/4$. При этом изменится только внутреннее содержание правых частей в (39).

6. Алгоритмы идентификации колебательно-диссипативных характеристик резонатора неподвижного гироскопа в волновых переменных для режима его свободного выбега

Предварительно замерим, что идентификацию характеристик разночастотности и разнодобратности можно выполнять как поочередно, так и одновременно. В первом случае можно использовать разные комбинации алгоритмов, описанных ранее в пунктах 4 и 5.

В том числе можно решать поставленную задачу в два этапа. Сначала подавляется квадратурная волна системой коррекции осей жесткости и идентифицируются вязкостные параметры. Далее система коррекции отключается и идентифицируются жесткостные характеристики резонатора. Возможны также варианты последовательной идентификации и без использования дополнительного режима коррекции угловой неравномерности распределения жесткости резонатора (см. п. 4 и 5).

Ниже более подробно обсудим комплексные алгоритмы одновременной идентификации сразу всех колебательно-диссипативных характеристик резонаторов, а также возможности упрощения из вычислительных схем. Такие алгоритмы наиболее удобно строить в волновых переменных (*A, B*) для задачи параметрической идентификации на основе полных уравнений (31).

Искомыми параметрами здесь будут следующие пять коэффициентов: $\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S$, $\Delta\omega_C, \Delta\omega_S$. Далее на их основе по формулам (16) и (35) вычисляются интересующие нас параметры разночастотности и разнодобротности.

Для выписанной линейной относительно искомых параметров модели (31) могут быть применены стандартные процедуры идентификации неизвестных коэффициентов линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, получающиеся из минимизации квадратичного функционала (после приравнивания нулю его частных производных по соответствующим параметрам идентификации):

$$
\begin{aligned}
J =&< [\dot a_A + \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) + \\
&+\Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A) + \\
&+\Delta\omega_C\cdot(a_B\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A)]^2 > + \\
&+ < [\dot a_B + \nu\cdot a_B - \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) - \\
&-\Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A) - \\
&-\Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A)]^2 > \Rightarrow \\
&\Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S, \Delta\omega_C, \Delta\omega_S)
\end{aligned} \qquad (40)
$$

При этом для более корректного вычисления скоростей изменения $(\dot a_A, \dot a_B)$ в условиях шумов измерений (3) рекомендуется функции (a_A, a_B) предварительно пропускать через сглаживающие фильтры.

Так как при этом получаем систему из пяти линейных алгебраических уравнений, поэтому наименьшим числом точек измерения здесь будет пять отличающихся по θ_A точек. Их лучше всего выбирать равномерно распределенными с интервалом: $\Delta\theta = (\pi/2)/6 = \pi/12$.

Еще большего уменьшения точек измерения можно достичь, если выполнять измерения в начальные моменты выбега, когда квадратурная волна *B* еще не успела явно сформироваться. Учитывая здесь $a_B / a_A \to 0$, видим, что две составляющие критерия (40) становятся почти независимыми. Тогда достаточно будет трех точек измерения с переходом к двум задачам (22) и (28).

На практике же измерения в (40) лучше всего накапливать непрерывно. При этом, чтобы не было доминирования по влиянию шумов измерений для отдельных углов θ_A, полученные массивы желательно предварительно «просеять», оставив только те их них, которые соответствуют близким к равномерным приращениям углов θ_A основной стоячей волны *A*. Если этого не сделать, могут появиться области с неравномерным распределением θ_A, что будет напоминать задачу введения весовых коэффициентов в функционал (40).

7. Алгоритмы одновременной идентификации колебательно-диссипативных характеристик резонатора вращающегося гироскопа

Значительно упростить задачу комплексной идентификации и соответствующую вычислительную схему позволяет выбор режима свободного выбега волновой картины при вращающемся гироскопе.

В этом случае суммирование по интервалам времени в функционале (40) следует заменить на суммирование по угловой координате θ_A. Преимуществом такого подхода является возможность более быстрого накопления исходной информации, обеспечивающей достаточно хорошее число обусловленности получающейся системы из пяти линейных алгебраических уравнений.

Частным случаем такого вращения является поворот гироскопа с постоянной угловой скоростью Ω = const. Тогда, переходя в (40) от интегрирования по времени к интегрированию по углу $\theta_A = K\Omega\cdot t$, $(0 \le \theta_A \le \pi/2)$, можно облегчить вычислительную схему решения задачи (40). При этом существенного упрощения можно достичь, если считать, что поворот в диапазоне ($0 \le \theta_A \le \pi/2$) выполняется достаточно быстро, при котором амплитуды (a_B, a_A) остаются еще примерно постоянными, но скоростями их изменения пренебречь уже нельзя.

В этом случае приравнивание к нулю частных производных функционала (40) по идентифицируемым параметрам приведет к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
&\nu\cdot(<a_A^2>_\theta+<a_B^2>_\theta)+\\
&+(<a_A\dot a_A>_\theta+<a_B\dot a_B>_\theta)\approx 0,\\
&\Delta\nu_C\cdot(<a_A^2>_\theta+<a_B^2>_\theta)/2-\Delta\omega_S\cdot<a_B\cdot a_A>_\theta+\\
&+<(a_A\dot a_A-a_B\dot a_B)\cos 4\theta_A>_\theta\approx 0,\\
&\Delta\nu_C\cdot<a_B\cdot a_A>_\theta-\Delta\omega_S\cdot(<a_A^2>_\theta+<a_B^2>_\theta)/2+\\
&+<(a_B\dot a_A-a_B\dot a_B)\cos 4\theta_A>_\theta\approx 0.\\
&\Delta\nu_S\cdot(<a_A^2>_\theta+<a_B^2>_\theta)/2+\Delta\omega_C\cdot<a_B\cdot a_A>_\theta+\\
&+<(a_A\dot a_A-a_B\dot a_B)\sin 4\theta_A>_\theta\approx 0,\\
&\Delta\nu_S\cdot<a_B\cdot a_A>_\theta+\Delta\omega_C\cdot(<a_A^2>_\theta+<a_B^2>_\theta)/2+\\
&+<(a_B\dot a_A-a_A\dot a_B)\sin 4\theta_A>_\theta\approx 0,
\end{aligned}\tag{41}$$

которые уже легко решаются.

Заметим, что интегрирование уравнений на основе (31) достаточно выполнять и в более узком угле $0 \le \theta_A \le \pi/4$. При этом система уравнений (41) чуть усложнится.

Альтернативой построению вычислительных схем типа (41) является непосредственное использование уравнений модели (31). Так, последовательно умножая последние на ($\sin 4\theta_A$, $\cos 4\theta_A$) и интегрируя по углу в интервале ($0 \le \theta_A \le \pi/2$), с учетом ($a_B \approx \text{const}$, $a_A \approx \text{const}$) будем иметь:

$$\begin{aligned}
&\nu\cdot<a_A>_\theta+<\dot a_A>_\theta\approx 0,\\
&\nu\cdot<a_B>_\theta+<\dot a_B>_\theta\approx 0,\\
&\Delta\nu_C\cdot<a_A>_\theta-\Delta\omega_S\cdot<a_B>_\theta+\\
&+2<\dot a_A\cos 4\theta_A>_\theta\approx 0,\\
&\Delta\nu_C\cdot<a_B>_\theta-\Delta\omega_S\cdot<a_A>_\theta-\\
&-2<\dot a_B\cos 4\theta_A>_\theta\approx 0,\\
&\Delta\nu_S\cdot<a_A>_\theta+\Delta\omega_C\cdot<a_B>_\theta+\\
&+2<\dot a_A\sin 4\theta_A>_\theta\approx 0,\\
&\Delta\nu_S\cdot<a_B>_\theta+\Delta\omega_C\cdot<a_A>_\theta-\\
&-2<\dot a_B\sin 4\theta_A>_\theta\approx 0.
\end{aligned}\tag{42}$$

Кроме выписанных уравнений (42) возможны и другие вычислительные схемы, например получающиеся при использовании более короткого интервала интегрирования ($0 \le \theta_A \le \pi/4$), при котором проще обеспечить условия $a_B \approx$ $\approx \text{const}$, $a_A \approx \text{const}$.

Заключение

Таким образом, в статье подробно рассмотрена методологическая основа построения вычислительных схем разной степени сложности и разного предназначения для решения широкого списка производственных и лабораторных задач измерения угловой неравномерности колебательно-диссипативных характеристик резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов на основе идентификации коэффициентов дифференциальных уравнений их свободных колебаний.

В описанных вычислительных схемах предполагается, что информационные сигналы для решаемых задач идентификации формируются в измерительном устройстве, аналогичном штатному устройству гироскопа.

Получающиеся алгоритмы позволяют для разных исходных требований и условий выполнять измерения разной степени полноты и направленности, что позволяет добиться уменьшения времени измерений и понижения трудоемкости установленного комплекса операций производственного контроля. Среди решаемых задач для режима свободного выбега волновой картины выбраны: измерение угловой неравномерности диссипативных свойств резонатора гироскопа в условиях малой и значительной остаточной разночастотности; измерение угловой неравномерности колебательных свойств резонатора гироскопа (его разночастотности); одновременное измерение колебательно-диссипативных характеристик резонатора для режимов неподвижного и поворачивающегося гироскопа.

Выполненная детализация вычислительных схем реализации этих алгоритмов позволит инженерам легко применять их для разных задач производственного операционного контроля. При этом выбор наиболее подходящего вычислительного алгоритма из рассмотренных вариантов зависит от условий, требований и специфики проведения измерений. В результате утверждение хорошо работающей рабочей методики для разных этапов операционного контроля будет зависеть от накопленного опыта их практического применения инженерами и метрологами.

Библиографические ссылки

1. *Чернодаров А. В., Патрикеев А. П., Переляев С. Е.* Корреляционная обработка сигналов и структурно-параметрическая идентификация динамической модели ошибок волнового твердотельного гироскопа // XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сб. материалов. СПб., 2023. С. 268–271.

2. *Маслов А. А., Маслов Д. А., Меркурьев И. В.* Учет нелинейности колебаний резонаторов при идентификации параметров волновых твердотельных гироскопов разных типов // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2022. № 6. С. 28–40.

3. *Басараб М. А., Иванов И. П., Лунин Б. С.* Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа на основе нейросетевого авторегрессионного алгоритма прогнозирования временных рядов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированных навигационным системам. СПб., 2021. С. 291–293.

4. Разработка методов идентификации параметров нелинейной математической модели волнового твердотельного гироскопа / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированных навигационным системам : сб. материалов. СПб., 2020. С. 244–247.

5. *Климов Д. М., Журавлев В. Ф., Жбанов Ю. К.* Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М. : Ким Л.А., 2017. 194 с.

6. *Скрипкин А. А., Переляев С. Е.* К вопросу оптимизации конструкции пространственного интегрирующего волнового твердотельного гироскопа // XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сб. материалов. СПб, 2023. С. 263–264.

7. *Лунин Б. С., Лопатин В. М.* Поверхностное внутреннее трение в высокодобротных резонаторах из кварцевого стекла // Неорганические материалы. 2022. Т. 58, № 6. С. 658–665.

8. Влияние разночастотности и нелинейности на дрейф волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сб. материалов конференции. СПб., 2021. С. 286–290.

9. *Басараб М. А., Лунин Б. С., Чуманкин Е. А.* Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов общего применения // Динамика сложных систем – XXI век. 2021. Т. 15, № 1. С. 58–68.

10. *Басараб М. А., Лунин Б. С.* Способ балансировки металлического резонатора волнового твердотельного гироскопа : пат. RU 2754394 C1, 01.09.2021. Заяв. № 2020143736 от 29.12.2020.

11. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 25–36. Doi: 10.17285/0869-7035.0031.

12. Определение параметров резонатора твердотельного волнового гироскопа и моделирование по экспериментальным данным / А. В. Кривов, Р. В. Мельников, Ф. И. Спиридонов, Г. А. Трутнев // Вестник Казанского государственного технического университета им. А. Н. Туполева. 2019. № 2, вып. 1. С. 22.

13. *Трутнев Г. А., Назаров С. Б., Перевозчиков К. К.* Система съема и способы измерения колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 2020. № 1 (130). С. 20–63.

14. *Переляев С. Е., Алехин А. В.* Влияние неидентичности информационных каналов ВТГ в режиме свободной волны // XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сб. материалов. СПб., 2023. С. 265–267.

15. *Журавлёв В. Ф., Климов Д. М.* Пространственный эффект инертности упругих волн на сфере // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 3. С. 3–6.

16. *Переляев С. Е., Журавлев В. Ф.* Пространственный эффект инертности упругих волн на сфере. Технические приложения в современной гироскопии // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сб. материалов. СПб., 2022. С. 276–284.

17. *Маслов Д. А.* Идентификация параметров гироскопа с цилиндрическим резонатором при учете влияния нелинейности на амплитуду возбуждающего воздействия // Машиностроение и инженерное образование. 2017. № 1 (50). С. 24–31.

18. *Маслов Д. А.* Идентификация и компенсация погрешностей волнового твердотельного гироскопа с электростатическими датчиками управления // Машиностроение и инженерное образование. 2018. № 1. С. 36–42.

19. *Басараб М. А., Лунин Б. С., Колесников А. В.* Численно-аналитическое решение дифференциального уравнения свободных колебаний упругого кольца при произвольном законе поворота основания // Динамика сложных систем – XXI век. 2020. Т. 14, № 2. С. 5–15.

20. *Журавлев В. Ф., Петров А. Г.* Анализ действия возмущений линейных резонансных систем с двумя степенями свободы // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 2. С. 42–50.

References

1. Chernodarov A.V., Patrikeev A.P., Perelyaev S.E. *Korrelyatsionnaya obrabotka signalov i strukturno-parametricheskaya identifikatsiya dinamicheskoi modeli oshibok volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Correlation Signal Processing and Structural-Parametric Identification of a Dynamic Model of Wave Solid-State Gyroscope Errors]. *XXX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam : sb. materialov* [Proc. XXX St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Sat. Materials]. St. Petersburg, 2023. Pp. 268-271 (in Russ.).

2. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V. [Consideration of the Nonlinearity of Resonator Oscillations in the Identification of Parameters of Wave Solid-State Gyroscopes of Different Types]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 2022. No. 6. Pp. 28-40 (in Russ.).

3. Basarab M.A., Ivanov I.P., Lunin B.S. *Identifikatsiya parametrov volnovogo tverdotel'nogo giroskopa na*

osnove neirosetevogo avtoregressionnogo algoritma prognozirovaniya vremennykh ryadov [Identification of parameters of the wave solid-state gyroscope based on the neural network autoregression algorithm for forecasting time series]. *XXVIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannykh navigatsionnym sistemam* [Proc. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg. 2021 Pp. 291-293 (in Russ.).

4. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. *Razrabotka metodov identifikatsii parametrov nelineinoi matematicheskoi modeli volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Development of methods for identifying parameters of a nonlinear mathematical model of a wave solid-state gyroscope]. *XXVII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannykh navigatsionnym sistemam : sb. materialov* [Proc. XXVII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg. 2020. Pp. 244-247 (in Russ.).

5. Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhbanov Yu.K. *Kvartsevyi polusfericheskii rezonator (Volnovoi tverdotel'nyi giroskop)* [Quartz hemispherical resonator (Wave solid-state gyroscope)]. Moscow:Kim L.A. 2017. 194 p. (in Russ.).

6. Skripkin A.A., Perelyaev S.E. *K voprosu optimizatsii konstruktsii prostranstvennogo integriruyushchego volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [On the issue of optimizing the design of the spatial integrating wave solid-state gyroscope]. *XXX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam : sb. materialov* [Proc. XXX St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. Sat. Materials. St. Petersburg, 2023. Pp. 263-264 (in Russ.).

7. Lunin B.S., Lopatin V.M. [Surface Internal Friction in High-Quality Resonators of Quartz Glass]. *Neorganicheskie materialy*. 2022. Vol. 58, no. 6. Pp. 658-665 (in Russ.).

8. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. *Vliyanie raznochastotnosti i nelineinosti na dreif volnovogo tverdotel'nogo giroskopa v rezhime datchika uglovoi skorosti* [Influence of Different Frequency and Nonlinearity on the Drift of a Wave Solid-State Gyroscope in the Mode of an Angular Velocity Sensor]. *XXVIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam : sb. materialov konferentsii* [Proc. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg, 2021. Pp. 286-290 (in Russ.).

9. Basarab M.A., Lunin B.S., Chumankin E.A. [Balancing of metal resonators of wave solid-state gyroscopes of general application]. 2021. T. 15. № 1. P. 58-68.

10. Basarab M.A., Lunin B.S. *Sposob balansirovki metallicheskogo rezonatora volnovogo tverdotel'nogo giroskopa* [Method of balancing a metal resonator of a wave solid-state gyroscope]. Patent for invention RU 2754394 C1, 01.09.2021. Application No. 2020143736 dated 29.12.2020 (in Russ.).

11. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. [Compensation for the departures of the wave solid-state gyroscope caused by anisotropy of the elastic properties of the monocrystalline resonator]. *Giroskopiya i navigatsiya*. 2020. Vol. 28, no. 2. Pp. 25-36 (in Russ.).

12. Krivov A.V., Melnikov R.V., Spiridonov F.I., Trutnev G.A. [Determination of the parameters of the resonator of a solid-state wave gyroscope and modeling according to experimental data]. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A. N. Tupoleva*, Kazan, 2019, no. 2, issue 1, p. 22 (in Russ.).

13. Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K. [Removal system and methods of measuring the oscillations of the resonator of a solid-state wave gyroscope]. *Vestnik MGTU. Ser. Priborostroenie*. 2020. No. 1. Pp. 20-63 (in Russ.).

14. Perelyaev S.E., Alekhin A.V. *Vliyanie neidentichnosti informatsionnykh kanalov VTG v rezhime svobodnoi volny* [Influence of non-identity of VTG information channels in the free wave regime]. *XXX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam : sb. materialov* [Proc. XXX St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Sat. Materials]. St. Petersburg, 2023. Pp. 265-267 (in Russ.).

15. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. [Spatial effect of inertia of elastic waves on the sphere]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 2021. No. 3. Pp. 3-6 (in Russ.).

16. Perelyaev S.E., Zhuravlev V.F. *Prostranstvennyi effekt inertnosti uprugikh voln na sfere. Tekhnicheskie prilozheniya v sovremennoi giroskopii* [Spatial effect of inertia of elastic waves on a sphere. Technical Applications in Modern Gyroscopy]. *XXIX Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam : sb. materialov* [Proc. XXIX St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Sat. Materials]. St. Petersburg, 2022. Pp. 276-284 (in Russ.).

17. Maslov D.A. [Identification of Gyroscope Parameters with a Cylindrical Resonator Taking into Account the Effect of Nonlinearity on the Amplitude of the Excitation Action]. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie*. 2017. No. 1. Pp. 24-31 (in Russ.).

18. Maslov D.A. [Identification and compensation of errors of the wave solid-state gyroscope with electrostatic control sensors]. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie.* 2018. No. 1. Pp. 36-42 (in Russ.).

19. Basarab M.A., Lunin B.S., Kolesnikov A.V. [Numerical and analytical solution of the differential equation of free oscillations of the elastic ring under the arbitrary law of the rotation of the foundation]. *Dinamika slozhnykh sistem – XXI vek.* 2020. Vol. 14, no. 2. Pp. 5-15 (in Russ.).

20. Zhuravlev V.F., Petrov A.G. [Analysis of the action of perturbations of linear resonance systems with two degrees of freedom]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 2021. No. 2. Pp. 42-50 (in Russ.).

Vibrational and Dissipative Characteristic Measurement of Solid-state Wave Gyroscope Resonators: Algorithms Based on the Identification of Free Oscillation Equations

K. V. Shishakov, DSc in Engineering, Professor, MIREA - Russian Technological University, Moscow, Russia

The article describes the methodological basis for constructing computational circuits of different complexity degrees and different purposes for solving a wide range of industrial and laboratory problems to measure angular irregularity of vibrational-dissipative resonatorcharacteristics of integrating solid-state wave gyroscopes. The main method to solve such problems is the identification of the coefficients of the differential equations of quartz hemispherical resonator state in the mode of its free oscillations. The resonator oscillation equations both in the fixed measuring axes and in the moving axes of standing waves were chosen as the equations of state. After reduction to slow variables, only slowly changing amplitudeequations are left for identification problems. In all the described circuits, it is assumed that the information signals for the solved identification tasks are formed in a measuring device similar to the standard gyroscope device.

These algorithms make it possible to measure the vibrational and dissipative characteristics of resonators with different degrees of completeness and directionality for different standard initial requirements to themeasurement accuracy and experimental modes, which makes it possible to reduce the measurement time and labor intensity of the established set of production control operations. Among the tasks to be solved for the free run-down mode of the resonator wave pattern are the following: angular irregularity measurement of the gyroscope resonator dissipative properties under conditions of low and significant residual frequency difference; angular non-uniformity measurement of gyroscope resonator vibrational properties (its different frequency); simultaneous measurement of resonator oscillatory and dissipative characteristics for fixed and special rotating gyroscope modes.

The detailed processing of the computational schemes for the implementation of these algorithms is focused on their practical application for various tasks of production operational control. At the same time, the choice of the most suitable computational algorithm from the considered options depends on the conditions, requirements and specifics of measurements.

Keywords: solid-state wave gyroscope, resonant oscillations, wave pattern, identification, free oscillations, oscillatory and dissipative characteristics, measurement algorithms.

Получено: 02.02.24

Образец цитирования

Шишаков К. В. Измерение колебательно-диссипативных характеристик резонаторов твердотельных волновых гироскопов: лгоритмы на основе идентификации уравнений свободных колебаний // Интеллектуальные системы в производстве. 2024. Т. 22, № 2. С. 4–18. DOI: 10.22213/2410-9304-2024-2-4-18.

For Citation

Shishakov K.V. [Vibrational and Dissipative Characteristic Measurement of Solid-state Wave Gyroscope Resonators: Algorithms Based on the Identification of Free Oscillation Equations]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2024, vol. 22, no. 2, pp. 4-18 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2024-2-4-18.