УДК 531.383
DOI: 10.22213/2410-9304-2024-3-39-49

Измерение колебательно-диссипативных характеристик резонаторов твердотельных волновых гироскопов: алгоритмы эксплуатационной коррекции систематического дрейфа сигнала

К. В. Шишаков, доктор технических наук, доцент, РТУ МИРЭА, Москва, Россия

В статье выполнено обсуждение возможностей повышения точности выходного сигнала интегрирующих твердотельных волновых гироскопов, изготовленных с понижением требований к остаточным характеристикам разночастотности и разнодобротности их резонаторов, а также к центрированию управляющего кольцевого электрода. Эти возможности предполагают использование более сложной функции формирования выходного сигнала, в которую включается дополнительная часть, обусловленная влиянием перечисленных погрешностей на функцию систематического дрейфа. Однако для ее формирования приходится вводить интервальное отключение системы параметрического возбуждения с целью повышения чистоты идентификации перечисленных факторов.

Для раскрытия данной темы последовательно описаны: математическая формулировка задачи; общий анализ систематического дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, вызванного механическими погрешностями конструкции его резонатора; автономное алгоритмическое уменьшение влияния доминирующей остаточной разнодобротности в режиме интервального отключения возбуждения; автономное алгоритмическое уменьшение влияния доминирующей остаточной разночастотности в режиме интервального отключения возбуждения; одновременная алгоритмическая компенсация влияния остаточных разнодобротности и разночастотности в режиме интервального отключения возбуждения; оценка составляющей дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, обусловленной погрешностями контуров управления, а также возможности ее уменьшения. Анализ перечисленных задач выполнен на основе модели волновых процессов в резонаторе гироскопа, полученной только на основе законов классической механики. В ней не были дополнительные погрешности, обусловленные несовершенством электрических схем обработки сигналов измерения и управления.

Рассмотренные в статье разные вычислительные схемы могут быть также полезны для выполнения эксплуатационной донастройки системы измерения гироскопа, которая может потребоваться в результате фактора старения его конструкции, а также после ее интенсивного использования в широком диапазоне внешних возмущений.

Ключевые слова: твердотельный волновой гироскоп, резонансные колебания, волновая картина, идентификация, свободные колебания, колебательно-диссипативные характеристики, алгоритмы измерения.

Введение

Проблема повышения точности твердотельных волновых гироскопов в условиях присущей им высокой чувствительности выходных сигналов к изменению внешних и внутренних факторов остается важной научно-практической задачей как в теории [1–4], так и на практике [5–7]. Несмотря на множество преимуществ таких гироскопов и, как следствие, расширение потенциальных областей их практического применения, технология их изготовления с требуемым высоким качеством в настоящее время трудно осваиваема и характеризуется сложностью, уникальностью и много-шаговостью производственного цикла.

Особую значимость это направление приобретает для интегрирующих твердотельных волновых гироскопов, имеющих наиболее широкий сегмент практического использования по диапазону измеряемых угловых скоростей [8, 9]. Соответственно, и требования к такой продукции получаются очень широкими. Так, они должны иметь высокую точность измерения как малых угловых скоростей (в том числе уверенно измерять угловую скорость собственного вращения Земли), так и больших скоростей поворота и интервального вращения объектов [10, 11].

Однако в проведенных теоретических и практических исследованиях выявился некоторый технологический предел повышения точности интегрирующих гироскопов, зависящий от меры остаточной угловой неравномерности упруго-диссипативных свойств почти осесимметричных полусферических их резонаторов. Для его оценки в технической литературе были особо выделены характеристики остаточной неравномерности по углу разночастотности и разнодобротности резонаторов [12, 13]. Соответственно, далее появилось и стало развиваться отдельное направление их идентификации, востребованное на практике для организации и проведения многоуровневого операционного контроля этих значений на разных этапах производственного цикла изготовления гироскопов [14–16].

В том числе и автором в предыдущих статьях на данную тему (журнал «Интеллектуальные системы в производстве» (далее «ИСП»), 2024, № 1, 2) были систематизированы и рассмотрены возможные варианты постановок таких задач и получающихся вычислительных схем. Они были предназначены для использования в операциях контроля колебательно-диссипативных характеристик резонаторов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов (в дальнейшем кратко ТВГ – установившаяся аббревиатура выпускаемой продукции с кварцевыми резонаторами) в режиме свободных колебаний, когда влиянием управляющих воздействий можно пренебречь. Их назначение и производственная важность для операционного контроля многошаговых технологических операций по изготовлению ТВГ обусловлены тем, что на практике остаточные характеристики разночастотности и разнодобротности их кварцевых резонаторов фактически напрямую определяют точностной класс выпускаемых изделий.

С учетом сказанного, главные усилия по повышению точности сигналов твердотельных волновых гироскопов стали традиционно направляться на повышение качества изготовления резонаторов [17]. Такой подход в настоящее время используется повсеместно, несмотря на значительное повышение цены продукции из-за растущей трудоемкости изготовления почти совершенных кварцевых резонаторов (с предельно достигаемыми на производстве значениями разночастотности и разнодобротности). Однако важно учитывать, что в ряде случаев чрезмерное увеличение количества повторений операций по механической и другой специальной обработке кварцевых резонаторов может ухудшать их потенциально достижимую добротность из-за появления дополнительных внутренних микротрещин и микронапряжений.

Исходя их этого в рамках альтернативного подхода к производству твердотельных волновых гироскопов все чаще обсуждаются варианты изготовления менее дорогих кварцевых резонаторов, характеризующихся менее точной механической обработкой или более коротким циклом изготовления (встречаются даже предложения их «выдувания» из стекла). Все это связано с поиском ресурсов по упрощению технологического процесса изготовления резонаторов, понижения себестоимости продукции и уменьшения ее производственного брака. А в ряде случаев ожидается и повышение средней добротности таких резонаторов. В то же время к итоговым недостаткам таких решений можно отнести существенное возрастание показателей разночастотности и разнодобротности.

С похожими проблемами ухудшения остаточной технологической разночастотности и разнодобротности инженеры встречаются и при уменьшении габаритных размеров изготавливаемых резонаторов гироскопов. Так, уменьшение фактора масштаба изделия и обрабатывающего оборудования естественно приводит к повышению сложности изготовления кварцевых резонаторов с высокой угловой однородностью их свойств и характеристик.

Еще одним критическим фактором, влияющим на точность выходного сигнала твердотельных волновых гироскопов, является температура условий эксплуатации. Из практики уже общеизвестно, что изменение температуры окружающей среды достаточно сильно может ухудшать точность сигналов интегрирующих твердотельных волновых гироскопов [18, 19]. Причем чем совершеннее выполняется механическая обработка конструкции резонатора, тем больше последние часто оказываются подвержены влиянию перепадов температуры и других внешних воздействий, что является прямым следствием изменения не только интегральных параметров, но и структурного пространственного распределения их внутреннего напряженно-деформированного состояния.

Учитывая наблюдаемую на практике достаточно высокую чувствительность выходных сигналов твердотельных волновых гироскопов от изменения отмеченных и других эксплуатационных факторов, инженеры-гироскописты обычно идут традиционным путем. На этапе предвыходной настройки каждого такого гироскопа они вводят дополнительную операцию лабораторного измерения пространственных низкочастотных составляющих функции дрейфа сигнала с последующими формированием и «прошивкой в память» компенсирующей функции «антидрейфа» [20]. Среди последних наиболее часто применяются двухфакторные функции, зависящие как от угла расположения стоячей волны, так и от температуры среды. Заметим, что достаточная сложность их получения, а также невысокая структурная устойчивость к изменению напряженно-деформированного состояния резонатора уменьшает значимость этих функций на длительных временах интенсивной эксплуатации, особенно для почти совершенных резонаторов (с малыми остаточными разночастотностью и разнодобротностью и, как следствие, с малой их структурной устойчивостью).

Таким образом, в настоящее время рассматриваемую сложную задачу повышения точности интегрирующих твердотельных волновых гироскопов через уменьшение влияния остаточных разночастотности и разнодобротности их резонаторов стараются решать как на этапах производства (с введением многоуровневого операционного контроля), так и на этапах предвыходной настройки гироскопов (с использованием функций «антидрейфа»).

При этом еще одним, но плохо освоенным таким направлением является уменьшение влияния остаточных разночастотности и разнодобротности резонаторов гироскопов в ходе их непосредственной эксплуатации. Это могут быть как периодически включаемые операции тонкой настройки функций «антидрейфа», так и непрерывно работающие контуры такой подстройки. Обсуждению возможных вариантов повышения точности интегрирующих твердотельных волновых гироскопов с помощью алгоритмической эксплуатационной коррекции потенциального систематического дрейфа сигнала посвящена данная статья. Ее результаты также могут представлять интерес и для задачи уменьшения влияния систематического дрейфа сигнала у выпускаемых в настоящее время интегрирующих твердотельных волновых гироскопов (с целью уменьшения эксплуатационной роли отдельно измеряемых функций «антидрейфа»).

Предварительно заметим, что к постановке и решению данной важной задачи автор уже обращался в своей более ранней статье («ИСП», 2022, № 4, с. 34). В то же время полученные в последнее время практические результаты и отлаженные алгоритмы идентификации разночастотности и разнодобротности резонаторов стали причиной обновленного взгляда на указанную практическую задачу.

1. Математическая формулировка задачи

В математическую формулировку рассматриваемой задачи включим модели описания колебаний резонатора интегрирующего гироскопа и формулу формирования выходного измерительного сигнала.

Кратко напомним основные математические уравнения колебаний резонатора гироскопа («ИСП», 2022, № 3, с. 12). При этом будем преимущественно использовать обозначения и формы представления формул из предыдущих статей на эту тему («ИСП», 2024, № 1, 2).

На рабочей второй угловой гармонике изменение деформации кромки полусферического резонатора, по которой формируется выходной сигнал гироскопа, описывается следующей моделью колебаний в резонансных переменных (p, q):

$$\begin{gathered}\ddot{p}+2\nu[1+\delta\mu\cos4(\theta_\mu-\theta_\omega)]\dot{p}+(\omega^2+\Delta\omega^2)p+\\+2[\nu\delta\mu\sin4(\theta_\mu-\theta_\omega)-\Omega K]\dot{q}=\Phi_p,\\ \ddot{q}+2\nu[1-\delta\mu\cos4(\theta_\mu-\theta_\omega)]\dot{q}+(\omega^2-\Delta\omega^2)q+\\+2[\nu\delta\mu\sin4(\theta_\mu-\theta_\omega)+\Omega K]\dot{p}=\Phi_q,\end{gathered}\tag{1}$$

$$\begin{gathered}W(\theta,t)=p(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_\omega)+q(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_\omega),\\ \Phi(\theta,t)=\Phi_p(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_\omega)+\Phi_q(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_\omega),\end{gathered}$$

где Φ – управляющая распределенная по углу функция подкачки резонансных колебаний; **Ω** – угловая скорость поворота оси гироскопа; K – масштабный коэффициент; (ω_p, ω_q) – почти совпадающие резонансные частоты; $\omega^2 \equiv (\omega_p^2+\omega_q^2)/2$, $\Delta\omega^2 \equiv (\omega_p^2-\omega_q^2)/2 = \Delta\omega_{qp}(\omega_p+\omega_q)/2$; θ_ω и θ_μ – угловые положения осей жесткости и добротности по отношению к приборной системе координат (x, y), связанной с измерительным устройством гироскопа; угловая неравномерность функции вязкости взята в виде: $\nu(\theta) = \nu[1++2\delta\mu\cdot\cos4(\theta-\theta_\mu)]$.

Для формирования модели измеряемого сигнала, пропорционального угловому положению θ_A рабочей стоячей волны A, переходят от резонансных переменных (p, q) к волновым переменным (A, B), характеризующим соответственно основную (рабочую) волну A и ортогональную ей по времени и по углу паразитную квадратурную волну B:

$$\begin{gathered}A=p\cos\Psi+q\sin\Psi,\ B=-p\sin\Psi+q\cos\Psi,\ \Psi\equiv\equiv2(\theta_A-\theta_\omega);\\ W(\theta,t)=A(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_A)+B(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_A),\\ \Phi(\theta,t)=\Phi_A(t)\cdot\cos2(\theta-\theta_A)+\Phi_B(t)\cdot\sin2(\theta-\theta_A).\end{gathered}\tag{2}$$

Далее с учетом высокой добротности колебаний кварцевого резонатора из волновых функций (A, B) выделяют медленные переменные – их амплитуды и фазы, причем для фаз имеет место ортогональность: $\varphi_A-\varphi_B=\pm\pi/2$. При этом уравнения (1) для этих переменных преобразуются к следующему виду – соответственно для амплитуд и для фаз:

$$\begin{gathered}\dot{a}_A+\nu[1+\delta\mu\cos4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_A+\\+\Delta\omega\cdot\sin4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_B=a_{\Phi A}\sin\Delta\varphi_{\Phi A},\\ \dot{a}_B+\nu[1-\delta\mu\cos4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_B-\\-\Delta\omega\cdot\sin4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot a_A=a_{\Phi B}\sin\Delta\varphi_{\Phi B};\end{gathered}\tag{3}$$

$$\begin{gathered}[\dot{\varphi}_A-\Delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega)]\cdot a_A+[\nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_B+\\+(\Omega K+2\dot{\theta}_A)\cdot a_B=-a_{\Phi A}\cos\Delta\varphi_{\Phi A},\\ [\dot{\varphi}_A+\Delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega)]\cdot a_B-[\nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot a_A+\\+(\Omega K+2\dot{\theta}_A)\cdot a_A=-a_{\Phi B}\cos\Delta\varphi_{\Phi B},\end{gathered}\tag{4}$$

где $\Delta\varphi_{\Phi A}\equiv\varphi_{\Phi A}-\varphi_A$, $\Delta\varphi_{\Phi B}\equiv\varphi_{\Phi B}-\varphi_B$; $\Delta\omega\equiv\left|\omega_p-\omega_q\right|/2$; ($a_A(t)$, $a_B(t)$) – амплитуды волновых переменных; ($\varphi_A(t)$, $\varphi_B(t)$) – их фазы ($\varphi_A-\varphi_B=\pm\pi/2$); ($\theta_A(t)$, $\theta_B(t)$) – угловые положения стоячих волн ($\theta_A-\theta_B=\pm\pi/4$); ($a_{\Phi A}(t)$, $a_{\Phi B}(t)$) и ($\varphi_{\Phi A}(t)$, $\varphi_{\Phi B}(t)$) – соответственно амплитуды и фазы проекций управляющих воздействий (Φ_A, Φ_B).

Заметим, что в уравнения (3) для амплитуд угловая скорость поворота гироскопа не входит. Поэтому на их основе выполняется синтез управления волновыми процессами, а также удобно проводить идентификацию характеристик остаточных разночастотности и разнодобротности.

В свою очередь, уравнения (4) используются для получения формулы формирования выходного измерительного сигнала, а также в случае необходимости и фазы $\varphi_A(t)$.

В случае крайней малости отношения $a_B/a_A\to0$ уравнения (4) можно упростить следующим образом:

$$\begin{gathered}\dot{\varphi}_A\approx\Delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega)-(a_{\Phi A}/a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi A},\\ \Omega K\approx-2\dot{\theta}_A+\nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu)-(a_{\Phi B}/a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi B}.\end{gathered}\tag{5}$$

Если же требуется учесть небольшие значения (a_B/a_A), тогда для исключение фазовой скорости умножим первое уравнение (4) на a_B и вычтем из второго уравнения, умноженного на a_A. Тогда вместо (5) будем иметь:

$$\begin{gathered}(\Omega K+2\dot{\theta}_A)(a_A^2-a_B^2)=[\nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu)]\cdot(a_A^2+a_B^2)-\\-2\Delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot(a_Aa_B)+\\+(a_{\Phi A}\cdot a_B)\cos\Delta\varphi_{\Phi A}-(a_{\Phi B}\cdot a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi B}.\end{gathered}\tag{6}$$

Дальнейший его анализ проведем в следующем пункте.

2. Общий анализ систематического дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, вызванного механическими погрешностями конструкции его резонатора

Перепишем (6) в более простом виде, учитывая относительную малость амплитуды квадратурной волны в рабочем режиме вынужденных колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа ($a_B << a_A$):

$$\begin{gathered}\Omega K=-2\dot{\theta}_A+D_\theta,\quad D_\theta=D_{\theta\nu}+D_{\theta\omega}+D_{\theta\Phi},\\ D_{\theta\nu}\approx\nu\delta\mu\sin4(\theta_A-\theta_\mu),\\ D_{\theta\omega}\approx-2\Delta\omega\cos4(\theta_A-\theta_\omega)\cdot(a_B/a_A),\\ D_{\theta\Phi}\approx-(a_{\Phi B}/a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi B}+\\+(a_B/a_A)\cdot(a_{\Phi A}/a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi A}.\end{gathered}\tag{7}$$

Из вида приведенных параметрических зависимостей важно выделить следующие свойства.

Во-первых, выражение (7) описывает дрейф сигнала измерения угловой скорости Ω, вызванный только механическим свойствами резонатора гироскопа (несовершенство контуров измерения и управления здесь не учтено). При этом он оказался хорошо математически структурирован и поэтому потенциально допускает алгоритмическое уменьшение.

Во-вторых, суммарный дрейф (7) аддитивно зависит от трех составляющих: 1) от остаточной разнодобротности; 2) от остаточной разночастотности; 3) от погрешностей контуров управления. Поэтому уменьшение не только суммарного дрейфа, но и каждой его составляющей, обусловленной независимыми перечисленными факторами, важно на практике и может проводиться как автономно, так и комплексно.

В-третьих, при неизменном механическом состоянии резонатора гироскопа (при неизменных внешних и внутренних условиях) в функции $D_\theta = D_{\theta\nu} + D_{\theta\omega} + D_{\theta\Phi} 0$ первая составляющая эксплуатационно зависит только от измеряемого угла θ_A, вторая – еще и от амплитуды a_B квадратурной волны, третья – от амплитуды, фазы и частоты параметрической подкачки резонансных колебаний.

В-четвертых, накопленный опыт по измерению суммарного систематического дрейфа D_θ в лабораторных условиях с целью формирования корректирующих математических функций «антидрейфа» выявил сильную зависимость алгоритмических функций дрейфа от изменения температуры окружающей среды, причем нестабильность температурного прогноза поведения дрейфа возрастала по мере уменьшения его составляющих.

Поэтому корректирующие выходной сигнал гироскопа математические функции «антидрейфа» желательно перед практическим применением проверять на структурную грубость по отношению к изменению условий эксплуатации и к факторам старения конструкции гироскопа. При необходимости требуется вводить режим их периодической проверки и уточнения.

В-пятых, в рассматриваемом интегрирующем гироскопе при переходе в режим измерения его угла поворота (из режима измерения угловой скорости) функция дрейфа не представляется в виде простого алгебраического выражения, а получается интегрированием по времени функции дрейфа угловой скорости (7). Поэтому предлагаемые на основе лабораторных экспериментов алгебраические зависимости для функции дрейфа угла часто могут отражать остаточное несовершенство других факторов (не учтенных в модели (1)), связанных с контурами измерения, управления и др.

В завершение пункта, чтобы иметь общее представление о числовых значениях составляющих дрейфа сигнала в (7), приведем ряд простых оценок. В качестве примера за исходные данные выберем: частоту колебаний резонатора $f = 5000$ Гц; разночастотность $\Delta f = 10^{-7} \cdot f = 5 \cdot 10^{-4}$ Гц; среднюю добротность $Q = 5 \cdot 10^6$; разнодобротность $\Delta Q = 10^{-2} \times Q = 5 \cdot 10^4$.

Отсюда круговая частота: $\omega = 2\pi f = \pi \cdot 10^4$ рад/с; период колебаний: $T = 1 / f = 2 \cdot 10^{-4}$ с; функция набега разнофазности в интервалах свободного выбега волновой картины: $\Delta\varphi(t) = \Delta\omega \cdot t = 2\pi \times \Delta f \cdot t = \pi \cdot t$ (c) $\cdot 10^{-3}$ рад; коэффициент средней вязкости: $\nu = \omega / 2Q = \pi \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$; время затухания амплитуды колебаний в e раз: $\tau = 1 / \nu = 2Q / \omega = 1000 / \pi \approx 300$ сек = 5 мин и его неравномерность: $\Delta\tau = \tau \ \Delta Q / Q = 2\Delta Q / \omega = \Delta Q / (\pi f) \approx \approx 10 / \pi \approx 3$ с.

Кроме этого, из соотношений $\nu \approx \mu_0 \omega^2 / 2$, $\Delta\nu \equiv \nu_p - \nu_q \approx \mu_0 \omega^2 \delta\mu \cos 4\Delta\theta_{\mu\omega} \approx 2\nu\delta\mu \cos 4\Delta\theta_{\mu\omega}$ имеем: $\nu\delta\mu \approx \Delta\nu / (2\cos 4\Delta\theta_{\mu\omega})$, где разновязкость $\Delta\nu \approx -(\Delta Q / Q) \cdot \nu$. Тогда при выборе: $\Delta\theta_{\mu\omega} \approx 0$, $\Delta Q / Q \approx 0{,}1$, $\nu \approx \pi \cdot 10^{-3}$ c^{-1}, $\Delta\omega = 2\pi \cdot \Delta f \approx \pi \cdot 10^{-3}$ рад /с, $a_B / a_A \approx 0{,}05$ (зависит от множества факторов: от разночастотности, от разнодобротности, от контуров управления колебательными процессами и т. д.) оценим: $\nu\delta\mu \approx (\Delta Q / Q) \cdot \nu / 2 \sim 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ рад/с, $(a_B / a_A)\, \Delta\omega \sim 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ рад /с. Подставляя эти значения в (7), получим для рассматриваемой необработанной заготовки резонатора неприемлемую оценку дрейфа: $D_\theta \sim 600$ угл. град /ч. В настоящее время на практике часто требуется иметь величину дрейфа не более 3 угл. град /ч.

Ниже рассмотрим разные варианты эксплуатационной идентификации составляющих дрейфа (7) с целью синтеза системы его алгоритмической эксплуатационной коррекции. В этом направлении последовательно обсудим два подхода. В первом случае (пункты 3–5) интервально вводится режим непродолжительных свободных колебаний с отключением параметрической подкачки колебаний на короткое время ($a_{\Phi A}(t) = 0$, $a_{\Phi B}(t) = 0$). При этом уравнения (3) примут упрощенный вид:

$$\begin{aligned} &\dot a_A + \nu[1 + \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)] \cdot a_A + \\ &+ \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_\omega) \cdot a_B = 0, \\ &\dot a_B + \nu[1 - \delta\mu \cos 4(\theta_A - \theta_\mu)] \cdot a_B - \\ &- \Delta\omega \cdot \sin 4(\theta_A - \theta_\omega) \cdot a_A = 0. \end{aligned} \qquad (8)$$

В силу отмеченной высокой добротности рассматриваемых резонаторов твердотельных волновых гироскопов интервальные короткие выключения системы параметрической подкачки резонансных колебаний не приведут к значительному затуханию амплитуд колебаний, но позволят отключить влияние системы управление на идентификацию свойств резонаторов.

Во втором случае (пункты 6, 7) ищутся ресурсы уменьшения хотя бы части систематического дрейфа непосредственно в процессе работы системы параметрической подкачки колебаний (например, с учетом уменьшения ее роли и вклада для высокодобротных кварцевых резонаторов). Здесь уже потребуется работать с исходными уравнениями (3).

3. Автономное алгоритмическое уменьшение влияния доминирующей остаточной разнодобротности в режиме интервального отключения возбуждения

К таким задачам могут относиться случаи хорошо отбалансированных резонаторов с малой разночастотностью, а для других резонаторов – режимы работы гироскопов с активной системой электрической компенсации остаточной разночастотности их резонаторов.

Для упрощения получающихся математических формул в таких задачах с доминированием остаточной разнодобротности над остаточной разночастотностью условно будем принимать: $\Delta\omega/(\nu\delta\mu)\to 0$.

Кроме этого, интересующий нас фактор влияния разнодобротности на величину систематического дрейфа (7) перепишем в развернутом виде:

$$\begin{gathered} D_{\theta\nu} \approx \nu\delta\mu\sin 4(\theta_A - \theta_\mu) = \\ = \Delta\nu_C \sin 4\theta_A - \Delta\nu_S \cos 4\theta_A, \\ \Delta\nu_C \equiv \nu\delta\mu\cos 4\theta_\mu\ , \Delta\nu_S \equiv \nu\delta\mu\sin 4\theta_\mu\ ; \end{gathered} \tag{9}$$

где угол $\theta_A(t)$ является основным измеряемым сигналом гироскопа.

Для идентификации входящих в (9) постоянных параметров $(\Delta\nu_C, \Delta\nu_S)$ сформирует типовую задачу минимизации с квадратичным функционалом, полученным с учетом (8) при $\Delta\omega/(\nu\delta\mu)\to 0$ (см. также «ИСП», 2024, № 2):

$$\begin{gathered} J = <[\dot a_A + \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) + \\ + \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A)]^2 + \\ + [\dot a_B + \nu\cdot a_B - \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) - \\ - \Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A)]^2 >_\Sigma \Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S). \end{gathered} \tag{10}$$

Здесь и в дальнейшем угловыми скобками $< . >_\Sigma$ будем обозначать суммирование на сетке АЦП по интервалам отключения активной параметрической подкачки колебаний резонатора, что эквивалентно интегралам по времени на сумме выбираемых интервалов. При этом такие интервалы отключения желательно выбирать целенаправленно с учетом получения близкого к равномерному распределению углов θ_A (с целью получения хорошей обусловленности линейной системы алгебраических идентификационных уравнений).

Приравнивая частные производные от функционала (10) по искомым параметрам нулю, будем иметь следующую систему из трех линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{gathered} <(a_A\dot a_A + a_B\dot a_B)>_\Sigma + \nu\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)>_\Sigma + \\ + \Delta\nu_C\cdot<(a_A{}^2 - a_B{}^2)\cdot\cos 4\theta_A>_\Sigma + \\ + \Delta\nu_S\cdot<(a_A{}^2 - a_B{}^2)\cdot\sin 4\theta_A>_\Sigma = 0, \\ <(a_A\dot a_A - a_B\dot a_B)\cos 4\theta_A>_\Sigma + \\ + \nu\cdot<(a_A{}^2 - a_B{}^2)\cdot\cos 4\theta_A>_\Sigma + \\ + \Delta\nu_C\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\cos^2 4\theta_A>_\Sigma + \\ + \Delta\nu_S\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\sin 8\theta_A>_\Sigma /2 = 0, \\ <(a_A\dot a_A - a_B\dot a_B)\sin 4\theta_A>_\Sigma + \\ + \nu\cdot<(a_A{}^2 - a_B{}^2)\cdot\sin 4\theta_A>_\Sigma + \\ + \Delta\nu_C\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\sin 8\theta_A>_\Sigma /2 + \\ + \Delta\nu_S\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\sin^2 4\theta_A>_\Sigma = 0. \end{gathered} \tag{11}$$

При решении ее находятся три параметра вязкости: $(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S)$. Заметим, что если средний коэффициент вязкости ν считать известным, тогда первое уравнение из (11) следует убрать. Из оставшихся двух уравнений несложно вычислить требуемые для (9) параметры разновязкости $(\Delta\nu_C, \Delta\nu_S)$.

Для построения системы уравнений (11) входящие в нее волновые переменные $\{\theta_A(t),\ a_A(t),\ a_B(t)\}$ потребуется предварительно вычислять через измерительные сигналы (C, D). Для разных условий оцифровки последних (включая разные скорости вращения гироскопа) алгоритмы их нахождения приведены в более ранних статьях в журнале «ИСП»: 2020, № 3; 2021, № 3, 4.

Однако в ряде случаев вычисления приведенных в (11) комбинаций можно упростить. Для этого будем считать, что измерительное устройство измеряет сигналы $S_C(t)$ и $S_D(t)$ с шумами ε_C и ε_D в приборных осях (x, y):

$$\begin{gathered} S_C(t) = C(t) + \varepsilon_C,\ \ S_D(t) = D(t) + \varepsilon_D\ ; \\ W(\theta,t) = C(t)\ \cos 2\theta + D(t)\ \sin 2\theta\ ; \\ C = p\cos 2\theta_\omega - q\sin 2\theta_\omega = \\ = A\cos 2\theta_A - B\sin 2\theta_A \\ D = p\sin 2\theta_\omega + q\cos 2\theta_\omega = A\sin 2\theta_A + \\ + B\cos 2\theta_A\ ;\ \varphi_A - \varphi_B = \pm\pi/2. \\ C = a_A(t)\exp[j\varphi_A]\exp[-j\omega t],\ D = \\ = a_D(t)\exp[j\varphi_D]\exp[-j\omega t]; \\ A(t) = a_A(t)\exp[j\varphi_A]\exp[-j\omega t]\ , \\ B(t) = a_B(t)\exp[j\varphi_B]\exp[-j\omega t]. \end{gathered} \tag{12}$$

Отсюда можно получить удобные выражения («ИСП», 2022, № 2, с. 4):

$$\begin{gathered} 2(a_A\dot a_A + a_B\dot a_B) = \frac{d}{dt}(a_A{}^2 + a_B{}^2), \\ 2a_A\dot a_A = \frac{d}{dt}a_A{}^2,\quad 2a_B\dot a_B = \frac{d}{dt}a_B{}^2; \\ a_A{}^2 + a_B{}^2 = a_C{}^2 + a_D{}^2\ ;\ a_C{}^2 = \\ = 2<C^2>_T,\ \ a_D{}^2 = 2<D^2>_T\ ; \\ (a_A{}^2 - a_B{}^2)\sin 4\theta_A = 2a_C\,a_D\cos\Delta\varphi_{CD} = \\ = 4<C(t)\cdot D(t)>_T\ ; \\ (a_A{}^2 - a_B{}^2)\cos 4\theta_A = a_C{}^2 - a_D{}^2, \end{gathered} \tag{13}$$

где $\Delta\varphi_{CD} \equiv \varphi_C - \varphi_D$; $<f>_T \equiv (1/T)\int_0^T f(t)\,dt \approx \sum_i^n f/n$; n – число тактов усреднения; причем усреднение во времени желательно выполнять с контролем периодичности для частоты ω: $<\cos\omega t\cdot\sin\omega t> = 0$.

В завершение пункта отметим, что работоспособность рассмотренной схемы идентификации во многом будет зависеть от возможностей уверенного измерения малых скоростей изменения квадратов амплитуд $a_A{}^2(t)$, $a_B{}^2(t)$.

4. Автономное алгоритмическое уменьшение влияния доминирующей остаточной разночастотности в режиме интервального отключения возбуждения

К таким задачам могут относиться случаи резонаторов с малой разнодобротностью, когда условно можно считать: $(\nu\delta\mu)/\Delta\omega \to 0$. При этом в суммарном дрейфе сигнала (7) будет доминировать компонента:

$$\begin{gathered} D_{\theta\omega} \approx -2\Delta\omega\cos 4(\theta_A - \theta_\omega)\cdot(a_B / a_A) = \\ = -2\cdot(a_B / a_A)\cdot[\Delta\omega_C \cos 4\theta_A + \\ + \Delta\omega_S \sin 4\theta_A], \\ \Delta\omega_C \equiv \Delta\omega\cos 4\theta_\omega \,,\ \Delta\omega_S \equiv \Delta\omega\sin 4\theta_\omega . \end{gathered} \tag{14}$$

Для нахождения входящих в (14) постоянных параметров $(\Delta\omega_C, \Delta\omega_S)$ потребуется решить задачу минимизации квадратичной ошибки, полученной с учетом (8) при $(\nu\delta\mu)/\Delta\omega \to 0$ (см. также «ИСП», 2024, № 2):

$$\begin{gathered} J =< [\dot a_A + \nu\cdot a_A + \Delta\omega_C\cdot(a_B \sin 4\theta_A) - \\ -\Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A)]^2 + \\ + [\dot a_B + \nu\cdot a_B - \Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) + \\ + \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A)]^2 >_\Sigma \Rightarrow \min(\nu, \Delta\omega_C, \Delta\omega_S). \end{gathered} \tag{15}$$

Приравнивая частные производные от функционала (15) по искомым параметрам нулю, получим систему из трех линейных алгебраических уравнений, похожую на (11):

$$\begin{gathered} <(a_A\dot a_A + a_B\dot a_B)>_\Sigma + \nu\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)>_\Sigma = 0, \\ <(a_B\dot a_A - a_A\dot a_B)\sin 4\theta_A>_\Sigma + \\ +\Delta\omega_C\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\sin^2 4\theta_A>_\Sigma - \\ -\Delta\omega_S\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\sin 8\theta_A>_\Sigma /2 = 0, \\ <(-a_B\dot a_A + a_A\dot a_B)\cos 4\theta_A>_\Sigma - \\ -\Delta\omega_C\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\sin 8\theta_A>_\Sigma /2 + \\ +\Delta\omega_S\cdot<(a_A{}^2 + a_B{}^2)\cdot\cos^2 4\theta_A>_\Sigma = 0. \end{gathered} \tag{16}$$

Решая ее, нам достаточно из двух последних уравнений (16) найти только два параметра, характеризующие разночастотность $(\Delta\omega_C, \Delta\omega_S)$. При этом удобно использовать (13), к которым можно добавить:

$$\begin{gathered} a_A\, a_B = a_D\, a_C \sin\Delta\varphi_{CD} = \\ = 2 <C(t)\cdot D(t - t_3)>_T,\ (\omega t_3 = \pi/2)\,. \end{gathered} \tag{17}$$

Как и ранее отметим, что работоспособность рассмотренной схемы идентификации во многом будет зависеть от возможностей уверенного измерения малых скоростей изменения амплитуд $a_A(t)$ и $a_B(t)$.

5. Одновременная алгоритмическая компенсация влияния остаточных разнодобротности и разночастотности в режиме интервального отключения возбуждения

Предварительно заметим, что по причине квадратичного функционала данную задачу можно решать итерационно – поочередно уменьшать влияние разночастотности:

$$\begin{gathered} \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) + \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A) = \\ = -\dot a_A - \Delta\omega_C\cdot(a_B\sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A), \\ \nu\cdot a_B - \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) - \Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A) = \\ = -\dot a_B + \Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A) \end{gathered} \tag{18}$$

и разнодобротности:

$$\begin{gathered} \nu\cdot a_A + \Delta\omega_C\cdot(a_B\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A) = \\ = -\dot a_A - \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) - \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A), \\ \nu\cdot a_B + \Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A) = \\ = -\dot a_B + \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) + \Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A) \end{gathered} \tag{19}$$

по алгоритмам, похожим на рассмотренные в двух предыдущих пунктах (здесь все параметры в правых частях (18) и (19) считаются известными).

При этом функционалы (10), (15) и соответствующие им уравнения (11), (16) получатся чуть более громоздкие (с учетом обновленных правых частей (18), (19)), но ход решения будет аналогичен. Здесь его отдельно приводить не будем, чтобы не повторять большинство уже описанных ранее математических операций.

В данном пункте рассмотрим также решение задачи за одну итерацию – одновременно по параметрам разночастотности и разнодобротности. При этом математическая сложность задачи повысится.

Для такого варианта перепишем уравнения (8) в следующем развернутом виде («ИСП», 2022, № 2, с. 4):

$$\begin{gathered} \dot a_A + \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) + \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A) + \\ +\Delta\omega_C\cdot(a_B\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A) = 0, \\ \dot a_B + \nu\cdot a_B - \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) - \Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A) - \\ -\Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A) = 0. \end{gathered} \tag{20}$$

На их основе формируется квадратичный функционал ошибки, обобщающий предыдущие функционалы (10), (15) и далее через его минимизацию выполняется идентификация пяти параметров:

$$J \Rightarrow \min(\nu, \Delta\nu_C, \Delta\nu_S, \Delta\omega_S, \Delta\omega_C). \tag{21}$$

На их основе вычисляется:

$$\begin{gathered} D_{\theta\nu} + D_{\theta\omega} \approx [\Delta\nu_C - 2\cdot(a_B / a_A)\cdot\Delta\omega_C]\sin 4\theta_A - \\ -[\Delta\nu_S + 2\cdot(a_B / a_A)\cdot\Delta\omega_S]\cos 4\theta_A, \end{gathered} \tag{22}$$

где для вычисления приведенной оценки систематического дрейфа выходного сигнала гироскопа еще потребуется регулярное измерение отношения амплитуд, которое с учетом (13), (17):

$$\begin{gathered} a_B(t) / a_A(t) \approx (a_D\, a_C \sin\Delta\varphi_{CD}) / (a_C{}^2 + a_D{}^2) = \\ = <C(t)\cdot D(t - t_3)>_T / (<C^2>_T + <D^2>_T). \end{gathered}$$

Выписывать получающуюся после решения задачи (21) систему алгебраических линейных уравнений задачи идентификации типа (11), (16) здесь не будем из-за ее громоздкого вида.

Вместо этого кратко остановимся на более важном вопросе управления интервальным режимом коротких переключений на свободные колебания для идентификации функции систематического дрейфа выходного сигнала гироскопа. Такая задача может решаться через формирование хорошего числа обусловленности матрицы уравнений идентификации.

В ходе эксплуатации гироскопа наиболее сильно изменяемым параметром в уравнениях (20) является угол рабочей стоячей волны $\theta_A(t)$, так как амплитуды $a_A(t)$ будут сохраняться почти постоянными, а амплитуды $a_B(t)$ будут малыми. Поэтому массив измерений для решения идентификационной задачи лучше всего равномерно распределять по углу $\theta_A(t)$. Если же такие измерения будут следствием неравномерной кластеризации, полученная модель будет похожа на введение дополнительных весовых коэффициентов в функционалы ошибки.

На практике накапливание интервалов свободных колебаний удобно выполнять параллельно с расчетом и контролем выбранного числа обусловленности матрицы уравнений идентификации. За него обычно принимают: произведение норм исходной и обратной матриц. Также используют отношение максимального собственного числа матрицы к минимальному, встречаются и более оригинальные варианты, обсуждаемые в статье [21].

6. Оценка составляющей дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, обусловленной погрешностями контуров управления

Отдельно остановимся на оценке последней составляющей дрейфа (7), обусловленной погрешностями контуров управления:

$$D_{\theta\Phi} \approx -(a_{\Phi B} / a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi B} + +(a_B / a_A)\cdot(a_{\Phi A} / a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi A}. \qquad (23)$$

Входящие сюда *амплитуды* и фазы управляющего воздействия формируются на основе уравнений (3) и имеют своей задачей эффективное обеспечение $a_A(t) \approx a_{A0}$ = const. Чтобы упростить последующие выкладки, выпишем (3) без учета влияния относительно малых величин:

$$\begin{aligned} &\dot{a}_A + \nu\cdot a_A = a_{\Phi A}\sin\Delta\varphi_{\Phi A}, \\ &\dot{a}_B + \nu\cdot a_B - \Delta\omega\cdot\sin 4(\theta_A - \theta_\omega)\cdot a_A = \\ &= a_{\Phi B}\sin\Delta\varphi_{\Phi B}, \end{aligned} \qquad (24)$$

где $\Delta\varphi_{\Phi A} \equiv \varphi_{\Phi A} - \varphi_A$, $\Delta\varphi_{\Phi B} \equiv \varphi_{\Phi B} - \varphi_B$.

Для интегрирующего твердотельного волнового гироскопа рассмотрим традиционную систему параметрической подкачки колебаний с помощью одного кольцевого электрода [22]. Попробуем для этого случая аналитически пояснить некоторые предварительные оценки.

Чтобы правильно задать амплитуды и фазы управляющих воздействий в (23), (24), кратко повторим особенности их формирования [23]. Кольцевой электрод с учетом переменности зазора $d(\theta)$ между ним и резонатором:

$$d = d_0 - W = d_0\cdot(1 - W / d_0) \approx d_0 / (1 + W / d_0)$$

($W \ll d_0$, $d_0(\theta)$ – погрешность установления зазора) создает распределенное по своему периметру притягивающее воздействие:

$$\Phi(\theta, t) = K_{\Phi 0}\cdot[V(t) / d(\theta)]^2 \approx \approx K_{\Phi 0}\cdot V^2(t)\cdot[1/ d_0^2(\theta) + W(\theta, t) / d_0^3(\theta)], \qquad (25)$$

где $V^2(t) = V_0^2\cdot\{1 + \cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\}/2$, $V(t) = V_0\cos[\omega_V t + \varphi_V]$ – управляющее напряжение на частоте ω_V с фазой φ_V; $K_{\Phi 0}$ = const – коэффициент пропорциональности.

Так как в соответствии с (25) имеем параметрическую подкачку резонансных колебаний, поэтому стремятся отслеживать резонансную частоту $\omega_V \approx \omega$ (на практике это обеспечивается с помощью аналогового или цифрового контура ФАПЧ; «ИСП», 2021, № 4, с. 4), а также полагают $\varphi_V \to 0$.

Охарактеризуем последовательно две составляющие распределенного усилия в (25). В первой составляющей имеем сумму постоянного растягивающего усилия ($K_{\Phi 0}\, V_0^2 / 2d_0^2(\theta)$) и гармонического воздействия на удвоенной частоте $[K_{\Phi 0}\, V_0^2 / 2d_0^2(\theta)]\cos(2\omega t)$. Так как они для высокодобротных резонаторов находятся вне узкой полосы возбуждения, поэтому их влияние на резонансные колебания не учитывают.

Чтобы во второй составляющей $[W(\theta, t) / d_0^3(\theta)]$ по аналогии с (1) и (2) выделить вторые угловые гармоники, потребуется соответственно из функции $[1 / d_0^3(\theta)]$ выделить четвертые угловые гармоники:

$$1/ d_0^3(\theta) = (1/ d_{00}^3)\cdot[1 + \varepsilon_p\cdot\cos 4(\theta - \theta_\omega) + + \varepsilon_q\cdot\sin 4(\theta - \theta_\omega)],$$

где d_{00} – среднее значение зазора; $\varepsilon \to 0$ – малые коэффициенты разложения.

Тогда после простых преобразований в результате оставим только интересующие нас вторые угловые гармоники:

$$W(\theta, t)\cdot[d_{00}^3 / d_0^3(\theta)] \approx [p(t) + \varepsilon_q q(t)]\cdot\cos 2(\theta - \theta_\omega) + [q(t) - -\varepsilon_p p(t)]\cdot\sin 2(\theta - \theta_\omega).$$

В итоге из исходного сложного распределения управляющего воздействия (25) останутся только следующие проекции на резонансные оси:

$$\begin{aligned} &\Phi_p(t) \approx K_V\cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot[p(t) + \varepsilon_q q(t)], \\ &\Phi_q(t) \approx K_V\cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot[q(t) - \varepsilon_p p(t)], \end{aligned} \qquad (26)$$

где K_V – амплитудный коэффициент.

Учитывая здесь связь в соответствии с (2):

$$p = A\cos\Psi - B\sin\Psi, \quad q = A\sin\Psi + B\cos\Psi, \quad \Psi \equiv 2(\theta_A - \theta_\omega);$$

$$\Phi_A = \Phi_p\cos\Psi + \Phi_q\sin\Psi,$$

$$\Phi_B = -\Phi_p\sin\Psi + \Phi_q\cos\Psi,$$

перейдем к проекциям управляющего воздействия на волновые оси:

$$\Phi_A(t) \approx K_V\cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot[A(t) - -\varepsilon_p p(t)\sin\psi + \varepsilon_q q(t)\cos\psi],$$

$$\Phi_B(t) \approx K_V\cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot[B(t) - -\varepsilon_p p(t)\cos\psi - \varepsilon_q q(t)\sin\psi].$$

Оставляя только важные малые перекрестные слагаемые, окончательно запишем:

$$\Phi_A(t) \approx K_V\cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot[A(t) + \varepsilon_B B(t)],$$

$$\varepsilon_B \equiv \varepsilon_p\sin^2\psi + \varepsilon_q\cos^2\psi;$$

$$\Phi_B(t) \approx K_V \cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot[B(t) + \varepsilon_A A(t)],$$
$$\varepsilon_A \equiv -\varepsilon_p \cos^2\psi - \varepsilon_q \sin^2\psi; \qquad (27)$$

причем в идеальном случае (при $\varepsilon \to 0$) будем иметь:

$$\Phi_A(t) \approx K_V \cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot A(t);$$
$$\Phi_B(t) \approx K_V \cos 2(\omega_V t + \varphi_V)\cdot B(t). \qquad (28)$$

Тогда с учетом представления:

$$A(t) = a_A(t)\exp[j(\varphi_A - \omega t)] =$$
$$= a_A(t)\cos[\omega t - \varphi_A],\ \ \varphi_A - \varphi_B = \pm\pi/2;$$
$$B(t) = a_B(t)\exp[j(\varphi_B - \omega t)] = a_B(t)\sin[\omega t - \varphi_A];$$
$$\Phi_A(t) = a_{\Phi A}(t)\exp[j(\varphi_{\Phi A} - \omega t)],\ \ \Phi_B(t) =$$
$$= a_{\Phi B}(t)\exp[j(\varphi_{\Phi B} - \omega t)];$$

для случая (28) получаем:

$$\varphi_{\Phi A} - \varphi_{\Phi B} = \pm\pi/2;\ \ a_{\Phi B}/a_{\Phi A} = a_B/a_A.$$

Для эффективной стабилизации амплитуды рабочей стоячей волны ($a_A(t) \approx a_{A0} = \text{const}$) на основе первого уравнения (24) требуется обеспечить:

$$\Delta\varphi_{\Phi A} \equiv \varphi_{\Phi A} - \varphi_A \to \pi/2,\ a_{\Phi A}(t) \to \nu\, a_A.$$

При этом для идеального случая (28) будем иметь: $\Delta\varphi_{\Phi B} \equiv \varphi_{\Phi B} - \varphi_B \to \pi/2$, $a_{\Phi B} \to \nu\, a_B$, а из (23) – отсутствие составляющей дрейфа: $D_{\theta\Phi} \to 0$.

Заметим, что если даже имеется остаточное фазовое рассогласование:

$$\Delta\varphi_{\Phi A} = \varphi_{\Phi A} - \varphi_A = \pi/2 - \varepsilon,\ \ \Delta\varphi_{\Phi B} \equiv \varphi_{\Phi B} - \varphi_B =$$
$$= \pi/2 - \varepsilon,\ \ \varepsilon \to 0;$$

с учетом (23), (24) по-прежнему ожидается:

$$\nu\cdot a_A \approx a_{\Phi A},\quad \nu\cdot a_B \approx a_{\Phi B};\quad D_{\theta\Phi} \approx -(a_{\Phi B}/a_A)\cdot\varepsilon +$$
$$+(a_B/a_A)\cdot(a_{\Phi A}/a_A)\cdot\varepsilon \to 0.$$

В свою очередь, появление ненулевой составляющей дрейфа $D_{\theta\Phi}$ может быть обусловлено влиянием угловой неравномерности зазора, приводящей к проекциям усилий в более общем виде (27). Не вникая в детали, получающуюся оценку составляющей дрейфа с учетом (23), (24) запишем в виде:

$$\nu\cdot a_A \approx a_{\Phi A}\sin\Delta\varphi_{\Phi A},\quad \nu\cdot a_B \approx a_{\Phi B}\sin\Delta\varphi_{\Phi B};$$
$$D_{\theta\Phi} \approx -(a_{\Phi B}/a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi B} +$$
$$+(a_B/a_A)\cdot(a_{\Phi A}/a_A)\cos\Delta\varphi_{\Phi A} \approx \qquad (29)$$
$$\approx (a_B/a_A)\cdot\nu\cdot[-\mathrm{ctg}\Delta\varphi_{\Phi B} + \mathrm{ctg}\Delta\varphi_{\Phi A}].$$

Чтобы данная составляющая оказалась существенно меньше первых двух составляющих систематического дрейфа сигнала (7), важно обеспечивать фазовые соотношения: $\Delta\varphi_{\Phi A} \equiv \varphi_{\Phi A} - \varphi_A \to \pi/2$, $\Delta\varphi_{\Phi B} \equiv \varphi_{\Phi B} - \varphi_B \to \pi/2$. На практике это сведется к контролю только первого из них, где рассогласование фаз ($\varphi_{\Phi A} - \varphi_A$) может быть традиционно измерено через контроль фазы управляющего напряжения и фазы рабочей стоячей волны.

В завершение пункта важно отметить, что по причине своей сложности общую задачу (23), (24) лучше всего анализировать с помощью численного имитационного моделирования. Если попытаться продолжить искать ее аналитическое решение, прейдем к классическому достаточно сложному математическому уравнению Матье с дополнительным учетом его областей устойчивости. Приведенные здесь оценочные соотношения не претендуют на полноту, так как синтез эффективно работающих контуров управления волновыми процессами представляет собой отдельную сложную задачу.

Тем не менее, чтобы вспомнить особенности управления колебаниями, приведем сначала простую задачу обычного резонанса:

$$\ddot p + 2\nu\dot p + \omega^2 p = F.$$

$$p(t) = A_p\exp[j\omega_F t],\ F(t) = A_F\exp[j\omega_F t] \Rightarrow A_p = = A_{Fp}/[(\omega^2 - \omega_F^2) + j(2\nu\,\omega_F)],\ A_p = |A_p|\exp[j\varphi_p];$$
$$\mathrm{tg}\,\varphi_p = -(2\nu\,\omega_F)/(\omega^2 - \omega_F^2).$$

При этом на резонансной частоте возбуждения имеем: $\omega_F = \omega$, $A_p = -j\,A_{Fp}/[2\nu\omega]$, т. е. управляющее усилие запаздывает по фазе на $\pi/2$ (например: $F(t) = A_F\sin\omega t \Rightarrow p(t) = A_p\cos\omega t$).

В случае же интересующего нас параметрического управления (см. (27)) будет иметь: $F(t) = K_F\cos 2\omega t\,\times$ $\times\, p(t)$, где $p(t) = A_p\cos\omega t$. Тогда в результирующем воздействии на высокодобротный контур останется только первая гармоника: $F(t) = K_F\cos 2\omega t\cdot A_p\cos\omega t \sim$ $\sim (K_F\cdot A_p/2)\cdot\cos\omega t$, так как третья гармоника им не будет пропускаться. Видно, что при небольшой частотной отстройке от резонанса ($\omega_F \neq \omega$) и очень малом коэффициенте диссипации ν такое решение будет иметь смысл. Однако на частоте резонанса приходится вводить уже переменность амплитуды колебаний [24], поэтому такую задачу для лучшего представления часто рекомендуют решать численно.

7. Возможности уменьшения составляющей систематического дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, обусловленной погрешностями контуров управления

В предыдущем пункте была отмечена (см. (29)) важность правильной настройки контура параметрического возбуждения резонансных колебаний на результирующий систематический дрейф выходного сигнала гироскопа. Если же этого сделать идеально не получается, можно попробовать идентифицировать функцию $D_{\theta\Phi}$ по формулам (3), переписанным с учетом (20):

$$\dot a_A + \nu\cdot a_A + \Delta\nu_C\cdot(a_A\cos 4\theta_A) + \Delta\nu_S\cdot(a_A\sin 4\theta_A) +$$
$$+\Delta\omega_C\cdot(a_B\sin 4\theta_A) - \Delta\omega_S\cdot(a_B\cos 4\theta_A) = a_{\Phi A}\sin\Delta\varphi_{\Phi A},$$
$$\dot a_B + \nu\cdot a_B - \Delta\nu_C\cdot(a_B\cos 4\theta_A) - \Delta\nu_S\cdot(a_B\sin 4\theta_A) -$$
$$-\Delta\omega_C\cdot(a_A\sin 4\theta_A) + \Delta\omega_S\cdot(a_A\cos 4\theta_A) = a_{\Phi B}\sin\Delta\varphi_{\Phi B}.$$

Здесь левая часть может быть измерена после проведения ранее описанной идентификации разночастотности и разнодобротности. Тогда по известным значениям $(a_{\Phi A}\sin\Delta\varphi_{\Phi A}, a_{\Phi B}\sin\Delta\varphi_{\Phi B})$ функцию (23) можно будет восстановить. Но для этого потребуется еще дополнительное измерение $\Delta\varphi_{\Phi A} \equiv \varphi_{\Phi A} - - \varphi_A$ через контроль фазы управляющего напряжения и фазы рабочей стоячей волны.

Заключение

Таким образом, в приведенной статье выполнено обсуждение возможностей повышения точности интегрирующих твердотельных волновых гироскопов, изготовленных с понижением требований к остаточным характеристикам разночастотности и разнодобротности их резонаторов, а также к центрированию управляющего кольцевого электрода. Кроме этого, ее материал может быть полезен для выполнения эксплуатационной донастройки системы измерения гироскопа, которая может потребоваться в результате фактора старения его конструкции, а также после ее интенсивного использования в широком диапазоне внешних возмущений.

Для раскрытия выбранной темы были последовательно описаны: математическая формулировка задачи; общий анализ систематического дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, вызванного механическими погрешностями конструкции его резонатора; автономное алгоритмическое уменьшение влияния доминирующей остаточной разнодобротности в режиме интервального отключения возбуждения; автономное алгоритмическое уменьшение влияния доминирующей остаточной разночастотности в режиме интервального отключения возбуждения; одновременная алгоритмическая компенсация влияния остаточных разнодобротности и разночастотности в режиме интервального отключения возбуждения; оценка составляющей дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, обусловленной погрешностями контуров управления; возможности уменьшения составляющей систематического дрейфа сигнала интегрирующего гироскопа, обусловленной погрешностями контуров управления.

Перечисленный широкий класс задач был проанализирован на основе модели волновых процессов в резонаторе гироскопа, полученной только на основе законов классической механики. В ней не были учтены дополнительные погрешности, обусловленные несовершенством электрических схем обработки сигналов измерения и управления.

Чтобы не потерять такие неучтенные факторы, в современных условиях представляет интерес попробовать формировать статистические структуры моделей, ориентированных на конкретные конструкции гироскопов, на основе уже отлаженных алгоритмов искусственного интеллекта [25]. В этом случае проведенный выше анализ позволит обоснованно выбрать список факторов для выбора структуры искомой нейронной сети. При этом для настройки выходных сигналов гироскопов коэффициенты нейронной сети должны обучаться в лабораторных условиях через задание разных условий эксплуатации каждого конкретного гироскопа. По сути, этот новый подход является обобщением традиционного подхода в гироскопии (через табличную компенсацию измеренных составляющих систематического дрейфа сигнала). В целом, представляются большие перспективы использования нейронных сетей для отслеживания и алгоритмической компенсации систематического дрейфа выходных сигналов гироскопов, так как они будут идентифицировать нужные зависимости индивидуально и за пределами моделей классической механической (т. е. с учетом влияния других гармоник, контуров измерений и управления). Однако на практике развитие этого направления потребует немалых усилий.

Также отметим, что рассмотренные в статье разные вычислительные схемы при их экспериментальной отработке и настройке на соответствующий класс гироскопов (с учетом технологического процесса и электрических схем управления) могут выявить различные особенности, позволяющие упростить вычисления через исключение малых параметров и несущественных сигналов, проявляющихся только на уровне шумов измерений.

Библиографические ссылки

1. *Климов Д. М., Журавлев В. Ф., Жбанов Ю. К.* Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М. : Ким Л. А., 2017. 194 с.

2. *Лунин Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А.* Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технологии. М. : Радиотехника, 2014. 176 с.

3. *Смирнов К. А., Зарубайло Е. А.* Алгоритмы повышения точности твердотельного волнового гироскопа // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 4. С. 81–89.

4. *Малютин Д. М.* Структурные решения, обеспечивающие увеличение динамической точности волнового твердотельного гироскопа // Приборы и методы измерений. 2021. Т. 12, № 2. С. 146–155.

5. *Чуманкин Е. А., Лунин Б. С., Басараб М. А.* Особенности балансировки металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов // Динамика сложных систем – XXI век. 2018. Т. 12, № 4. С. 85–95.

6. *Басараб М. А., Лунин Б. С., Чуманкин Е. А.* Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов общего применения // Динамика сложных систем – XXI век. 2021. Т. 15, № 1. С. 58–68.

7. *Журавлёв В. Ф.* Пространственный осциллятор Ван-дер-Поля. Технические приложения // Изв. РАН. МТТ. 2020. № 1. С. 158–164.

8. *Журавлёв В. Ф., Климов Д. М.* Волновой твердотельный гироскоп. М. : Наука, 1985. 125 с.

9. *Меркурьев И. В., Подалков В. В.* Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопа. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. 228 с.

10. Волновые твердотельные гироскопы: обзор публикаций / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. Г. Ниналалов, И. В. Меркурьев // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31, № 1 (120). С. 3–25.

11. *Переляев С. Е.* Современное состояние волновых твердотельных гироскопов. Перспективы развития в прикладной гироскопии // XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов конференции. СПб., 2023. С. 431–435.

12. Влияние разночастотности и нелинейности на дрейф волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов конференции. СПб., 2021. С. 286–290.

13. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 2 (109). С. 25–36.

14. Разработка методов идентификации параметров нелинейной математической модели волнового твердотельного гироскопа / А. А. Маслов, Д. А. Маслов, И. В. Меркурьев, В. В. Подалков // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированных навигационным системам. СПб., 2020. С. 244–247.

15. *Маслов Д. А.* Идентификация параметров гироскопа с цилиндрическим резонатором при учете влияния нелинейности на амплитуду возбуждающего воздействия // Машиностроение и инженерное образование. 2017. № 1 (50). С. 24–31.

16. *Маслов Д. А.* Идентификация и компенсация погрешностей волнового твердотельного гироскопа с электростатическими датчиками управления // Машиностроение и инженерное образование. 2018. № 1. С. 36–42.

17. Определение параметров резонатора твердотельного волнового гироскопа и моделирование по экспериментальным данным / А. В. Кривов, Р. В. Мельников, Ф. И. Спиридонов, Г. А. Трутнев // Вестник Казанского государственного технического университета им. А. Н. Туполева. 2019. № 2, вып. 1. С. 22.

18. *Журавлев В. Ф.* Дрейф несовершенного ВТГ // Изв. РАН. МТТ. 2004. № 4. С. 19–23.

19. *Слюсарь В. М.* О влиянии инструментальных факторов на скорость углового дрейфа БИНС // Гироскопия и навигация. 2007. № 1. С. 47–61.

20. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа / Г. И. Джанджгава, К. А. Бахонин, Г. М. Виноградов, А. В. Требухов // Гироскопия и навигация. 2008. № 1 (60). С. 22–32.

21. *Калиткин Н. Н., Юхно Л. Ф., Кузьмина Л. В.* Количественный критерий обусловленности систем линейных алгебраических уравнений // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 2. С. 3–26.

22. *Матвеев В. А., Липатников В. И., Алехин А. В.* Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. 168 с.

23. *Шишаков К. В.* Твердотельные волновые гироскопы: волновые процессы, управление, системная интеграция. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2018. 264 с.

24. *Паршаков А. Н.* Физика колебаний. Пермь : Изд-во ПГТУ, 2010. 302 с.

25. *Басараб М. А., Иванов И. П., Лунин Б. С.* Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа на основе нейросетевого авторегрессионного алгоритма прогнозирования временных рядов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированных навигационным системам. СПб., 2021. С. 291–293.

References

1.Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhbanov Yu.K. *Kvartsevyi polusfericheskii rezonator (Volnovoi tverdotel'nyi giroskop)* [Quartz hemispherical resonator (Wave solid-state gyroscope)]. Moscow: Kim L.A. 2017. 194 p. (in Russ.).

1. Lunin B.S., Matveev V.A., Basarab M.A. [Wave solid state gyroscope. Theory and technology]. Moscow: Radiotekhnika. 2014. 176 p. (in Russ.).

2. Smirnov K.A., Zarubaylo E.A. [Algorithms for Improving the Accuracy of a Solid-State Wave Gyroscope]. Radio electronics. 2022. Vol. 25, no. 4. Pp. 81-89 (in Russ.).

3. Malyutin D.M. [Structural Solutions Providing an Increase in the Dynamic Accuracy of a Wave Solid-State Gyroscope]. Instruments and methods of measurement. 2021. Vol. 12, no. 2. Pp. 146-155 (in Russ.).

4. Chumankin E.A., Lunin B.S., Basarab M.A. [Features of balancing metal resonators of wave solid-state gyroscopes]. Dynamics of complex systems - XXI century. 2018. Vol. 12, no. 4. Pp. 85-95 (in Russ.).

5. Basarab M.A., Lunin B.S., Chumankin E.A. [Balancing of metal resonators of wave solid-state gyroscopes of general application]. Dynamics of complex systems - XXI century. 2021. Vol. 15, no. 1. Pp. 58-68 (in Russ.).

6. Zhuravlev V.F. [Spatial oscillator Van der Pola. Technical appendices]. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics. 2020. No. 1. P. 158-164 (in Russ.).

7. Klimov D.M., Juravlev V.F. *Volnovoi tverdotel'nyi giroskop* [Wave solid state gyroscope]. Moscow: Science, 1985. 125 p. (in Russ.).

8. Merkuryev I.V., Podalkov V.V. [Dynamics of micromechanical and wave solid-state gyroscope]. Moscow. FIZMATLIT. 2009. 228 p. (in Russ.).

9. Maslov A.A., Maslov D.A., Ninalalov I.G., Merkuryev I.V. [Wave solid-state gyros: a review of publications]. Gyroscopy and navigation. 2023. Vol. 31, no. 1 (120). Pp. 3-25 (in Russ.).

10. Perelyaev S.E. [Current state of wave solid-state gyroscopes. Development Prospects in Applied Gyroscopy]. XXX Jubilee St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Proceedings of the Conference. St. Petersburg, 2023. Pp. 431-435 (in Russ.).

11. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. [Influence of Different Frequency and Nonlinearity on the Drift of a Wave Solid-State Gyroscope in the Mode of an Angular Velocity Sensor]. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Proceedings of the Conference. St. Petersburg, 2021. Pp. 286-290 (in Russ.).

12. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. [Compensation for the departures of the wave solid-state gyroscope caused by anisotropy of the elastic properties of the monocrystalline resonator]. Gyroscopy and navigation. 2020. Vol. 28, no. 2. Pp. 25-36 (in Russ.).

13. Maslov A.A., Maslov D.A., Merkuryev I.V., Podalkov V.V. [Development of methods for identifying parameters of a nonlinear mathematical model of a wave solid-state gyroscope]. XXVII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg. 2020. Pp. 244-247 (in Russ.).

14. Maslov D.A. [Identification of Gyroscope Parameters with a Cylindrical Resonator Taking into Account the Effect of Nonlinearity on the Amplitude of the Excitation Action]. Mechanical Engineering and Engineering Education. 2017. No. 1. Pp. 24-31 (in Russ.).

15. Maslov D.A. [Identification and compensation of errors of the wave solid-state gyroscope with electrostatic control sensors]. Mechanical Engineering and Engineering Education. 2018. No. 1. Pp. 36-42 (in Russ.).

16. Krivov A.V., Melnikov R.V., Spiridonov F.I., Trutnev G.A. [Determination of the parameters of the resonator of a solid-state wave gyroscope and modeling according to experimental data]. Vestnik of the Kazan State Technical University named after A.N. Tupolev. 2019. No. 2, issue 1, p. 22 (in Russ.).

17. Zhuravlev V.F. [Drift imperfect VTG]. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics. 2004. No. 4. Pp. 19-23 (in Russ.).

18. Slyusar V.M. [On the influence of instrumental factors on the speed of angular drift of BINS]. Gyroscopy and navigation. 2007. No. 1. Pp. 47-61 (in Russ.).

19. Janjgava G.I., Bakhonin K.A., Vinogradov G.M., Trebukhov A.V. [Platformless inertial navigation system based on solid-state wave gyroscope]. Gyroscopy and navigation. 2008. No. 1. Pp. 22-32 (in Russ.).

20. Kalitkin N.N., Yukhno L.F., Kuzmina L.V. [Quantitative Criterion of Conditionality of Systems of Linear Algebraic Equations]. Mathematical Modeling. 2011. Vol. 23, issue 2. Pp. 3-26 (in Russ.).

21. Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alehin A.V. *Proektirovanie volnovogo tverdotelnogo giroskopa* [Designing of hemispherical resonator gyroscope]. Moscow: MGTU im. N. E. Baumana. 1997 (in Russ.).

22. Shishakov K.V. [Solid wave gyroscopes: wave processes, control, system integration]. Izhevsk: Izd-vo IzhGTU. 2018. 264 p. (in Russ.).

23. Parshakov A.N. [Physics of oscillations]. Perm: PSTU Publ. 2010. 302 p. (in Russ.).

24. Basarab M.A., Ivanov I.P., Lunin B.S. [Identification of parameters of the wave solid-state gyroscope based on the neural network autoregression algorithm for forecasting time series]. XXVIII St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg. 2021. P. 291-293 (in Russ.).

* * *

Measurement of Oscillatory and Dissipative Resonator Characteristics of Solid-State Wave Gyroscopes: Algorithms for Operational Correction of Systematic Signal Drift

K. V. Shishakov, DSc in Engineering, Professor, MIREA — Russian Technological University, Moscow, Russia

The article discusses the possibilities of increasing the output signal accuracy of integrating solid-state wave gyroscopes manufactured with a reduction in the requirements for the residual characteristics of the multi-frequency and multi-factor ratios of their resonators, as well as for the centering of the control ring electrode. These capabilities involve the use of a more complex output function that includes an additional part due to the effect of these errors on the systematic drift function. However, its formation requires introduction of an interval shutdown of the parametric excitation system so as to increase the purity of identification of the listed factors.

To reveal this topic, the following is sequentially described: mathematical formulation of the problem; general analysis of the systematic drift of the integrating gyroscope signal caused by mechanical errors in the design of its resonator; autonomous algorithmic reduction of the influence of the dominant residual differentials in the mode of interval disconnection of excitation; autonomous algorithmic reduction of the influence of the dominant residual frequency difference in the mode of interval disconnection of excitation; simultaneous algorithmic compensation of the influence of residual Q and Frequency in the interval disconnection mode of excitation; estimation of the signal drift component of the integrating gyroscope, due to errors in the control loops, as well as the possibility of its reduction. The analysis of these problems is carried out on the basis of a model of wave processes in the gyroscope resonator, obtained only on the basis of the laws of classical mechanics. There were no additional errors due to the imperfection of the electrical circuits for processing measurement and control signals.

Various computational schemes discussed in the article can also be useful for performing operational adjustments of the gyroscope measurement system, which may be required as a result of the design aging factor, as well as after its intensive use in a wide range of external disturbances.

Keywords: solid-state wave gyroscope, resonant oscillations, wave pattern, identification, free oscillations, oscillatory-dissipative characteristics, measurement techniques.

Получено: 14.02.24

Образец цитирования

Шишаков К. В. Измерение колебательно-диссипативных характеристик резонаторов твердотельных волновых гироскопов: алгоритмы эксплуатационной коррекции систематического дрейфа сигнала // Интеллектуальные системы в производстве. 2024. Т. 22, № 3. С. 39–49. DOI: 10.22213/2410-9304-2024-3-39-49.

For Citation

Shishakov K.V. [Measurement of oscillatory and dissipative resonator characteristics of solid-state wave gyroscopes: algorithms for operational correction of systematic signal drift]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2024, vol. 22, no. 3, pp. 39-49 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2024-3-39-49.