УДК 519.874
DOI: 10.22213/2410-9304-2024-4-73-80

Математические модели и алгоритмы планирования замены вышедшего из строя оборудования

М. Ю. Захарычев, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия
В. А. Тененев, доктор физико-математических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия
С. В. Вологдин, доктор технических наук, доцент, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Для работоспособности установок глубинных насосов в условиях аренды нефтегазопромыслового оборудования требуется планирование необходимых ресурсов. Вышедшее из строя оборудование необходимо заменять новым. При возможности ремонта изделий они направляются в ремонтные пункты обслуживания. Приводится обзор литературных источников по тематике исследования, постановка задачи. Большое количество точек применения оборудования и реальные условия эксплуатации вносят большую неопределенность в планирование замены отказавшего оборудования. Величина интенсивности отказов является случайной величиной. Разработана математическая модель управления процессом замены вышедшего из строя оборудования. Для учета неопределенности применены методы нечеткой логики. На основе имеющейся информации по отказам определены характеристики нечеткого потока отказов. Для проведения вычислительных операций разработаны алгоритмы работы с нечеткими переменными на основе в общем случае несимметричных, параболических функций принадлежности. Операции сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень нечетких чисел определяются с применением интервальной арифметики и α-*cut* *-метода. Величина запаса оборудования определяется нечетким числом. Применение гибридного генетического алгоритма позволило получить оптимальное решение оптимизационной задачи управления процессом замены оборудования. Приводятся результаты расчетов. При решении задачи нечеткой оптимизации в сравнительных операциях рассчитан ранг нечеткого числа. Для определения величины ранга используется понятие центроидной дефаззификации нечеткого числа. Построены график функции принадлежности нечеткого числа, график целевой функции задачи оптимизации: суммарные затраты. По сравнению с четкой постановкой задачи оптимизации суммарные затраты в нечеткой постановке оказались выше и определена величина страховочного запаса.*

Ключевые слова: отказы оборудования, математическая модель, оптимизация, запасы, нечеткая логика, теория массового обслуживания, алгоритмы.

Введение

Обеспечение работоспособности установок глубинных насосов в условиях аренды нефтегазопромыслового оборудования требует планирования необходимых ресурсов. Вышедшее из строя оборудование необходимо заменять новым. При возможности ремонта изделий они направляются в ремонтные пункты обслуживания. После ремонта изделия также направляются на замену вышедшего из строя оборудования. Большое количество точек применения оборудования и реальные условия эксплуатации вносят большую неопределенность в планирование замены отказавшего оборудования. В предыдущей статье авторов [1] рассматривались вопросы моделирования управления запасами комплектующих в случаях отказа оборудования. При планировании запасов применялся вероятностный подход, основанный на использовании статистических данных по выходу оборудования из строя. Процесс появления отказов и дальнейшего обслуживания можно описывать методами и моделями теории массового обслуживания (ТМО). Для планирования в условиях неопределенности успешно применяется теория нечетких множеств и нечеткая логика, в том числе для задач ТМО. В монографии [2] рассмотрены вопросы использования теории нечетких множеств и нечеткой логики для исследования систем массового обслуживания, в которых исходная информация носит нечеткий характер. Изложен подход на основе метода статистических испытаний при моделировании задач теории массового обслуживания. Рассмотрено также применение метод Монте-Карло для вычисления значений показателей работы нечеткой системы массового обслуживания. В статье [3] предлагается процедура построения функций принадлежности параметров производительности в системах массового обслуживания, где время между поступлением и время обслуживания являются нечеткими числами. Используется алгоритм DSW для определения функций принадлежности для модели массового обслуживания. Алгоритм DSW основан на представлении α-cut (разреза) нечетких множеств в интервальном анализе.

Вопросы реализаций операций между нечеткими числами рассмотрены во многих литературных источниках. В [4] подробно излагается теория нечетких множеств и нечеткой логики. Описаны основы применения интервальных операций для определения нечетких арифметических действий на основе метода α-*cut* (сечений или разрезов). В работе [5] предлагается альтернативный метод построения арифметических операций без использования α-*cut* -метода. Однако в статье [6] целесообразность этого подхода подвергается сомнению. Утверждается, что метод α-*cut* достаточно общий для работы с различными типами нечеткой арифметики, включая возведение в степень, извлечение корня, взятие логарифма.

При решении задач нечеткой оптимизации необходимо в сравнительных операциях использовать ранг нечеткого числа. В статье [7] исследуются нечеткие линейные системы с трапециевидными и гексагональными нечеткими числами с использованием точного определения умножения α-*cut* и при определенных условиях на матрицы коэффициентов. Полученное авторами решение представляет собой набор положительных нечетких чисел, которые являются трапециевидными и гексагональными соответственно. ЭВ исследовании [8] используется метод ранжирования с разрезом, чтобы получить оптимальное решение для решения задачи нечеткого линейного программирования с трапециевидными и треугольными нечеткими числами, приводится сравнение предложенного метода с другими методами. В статье [9] нечеткая транспортная задача решалась с использованием ранжирования нечетких чисел. Используется обобщенный метод ранжирования для решения обобщенных шестиугольных и обобщенных восьмиугольных нечетких чисел с помощью метода центроидного ранжирования. В методах нечеткого многокритериального принятия решений (MCDM), в интеллектуальных информационных системах и нечетких моделях теории управления сложная качественная информация извлекается из знаний эксперта в виде лингвистических переменных и моделируется линейными и нелинейными нечеткими числами. Применимость предложенного метода иллюстрируется в [10] с помощью групповой задачи MCDM с использованием индексной матрицы. В статье [11] реализован подход к ранжированию для получения критического пути нечеткой сети проекта. В сети продолжительность времени действия представлена нечетким шестиугольным числом. Рассмотрены арифметические операции на шестиугольных нечетких числах.

Экономический анализ ТМО на основе нечеткой логики проводился в работе [12]. В исследовательской статье [13] предлагается новый подход к решению нечеткой проблемы теории игр. Четкая задача теории игр преобразуется в нечеткую задачу теории игр с использованием пятиугольных и шестиугольных нечетких чисел. Новый метод ранжирования основан на вычислении площади функции принадлежности пятиугольных и шестиугольных нечетких чисел. $R_A = \dfrac{a+b}{b-a}\int\limits_a^b \eta(x)dx$. Этот метод ранжирования используется для поиска наилучшего приближенного решения нечеткой проблемы теории игр.

Наша задача состоит в том, чтобы разработать математическую модель управления процессом замены вышедшего из строя оборудования – глубинных штанговых насосов. Для количественного обеспечения математической модели нечеткого управления требуется обработка имеющейся информации по отказам. Для проведения вычислительных операций требуется формулировка алгоритмов работы с нечеткими переменными. Для оценки качества организации ремонтного обслуживания оборудования применяются методы и модели теории массового обслуживания (ТМО) в условиях неопределенности.

Исходные данные

Система данных представляет календарную информацию по отказам оборудования на различных скважинах. Необходимая информация:

1. Даты монтажа и остановка по причине отказа.
2. Причина остановки и необходимые ресурсы для ремонта или замены оборудования.
3. Данные об эксплуатируемой скважине за период работы.

Анализ имеющейся системы данных позволяет определить:

1. Интенсивность отказов – количество отказов в единицу времени.
2. Закон распределения интенсивности отказов.

Полученные результаты обработки системы данных применяются: при планировании выпуска комплектующих, узлов, изделий; производительности ремонтных подразделений и сроков ремонта; допустимого количества оборудования, ожидающего ремонта; необходимого объема запасов комплектующих, узлов, изделий для обеспечения эксплуатации скважин.

На рис. 1 представлены ежедневное количество отказов для 4-летнего периода эксплуатации скважин в 2019–2022 гг.

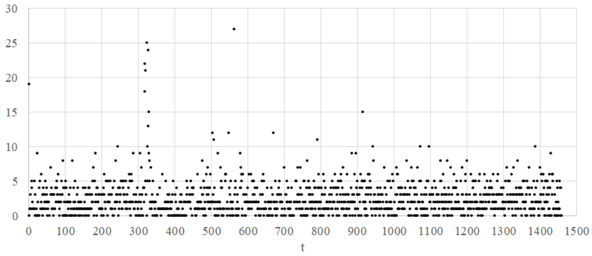

Рис. 1. Отказы оборудования

Fig. 1. Equipment failures

На основе имеющихся данных построим зависимость частоты отказов f_k за один месяц от количества отказов k (точки на рис. 2).

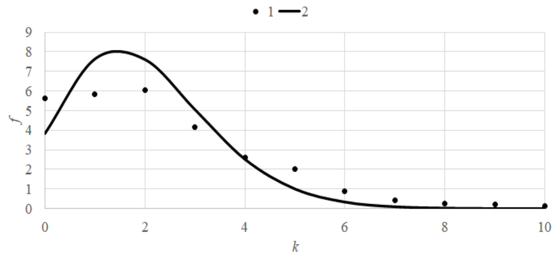

Рис. 2. Зависимость частоты отказов от количества отказов

Fig. 2. Dependence of failure rate on the number of failures

Для установления закона распределения случайной величины отказов рассмотрим гипотезу о принадлежности имеющейся выборки данных к распределению Пуассона. Закон распределения Пуассона представим в виде

$$f(k)=\frac{\lambda}{k!}e^{-\lambda},$$

где λ – среднее значение отказов за выбранный промежуток времени Δt, равный одному месяцу. Величину λ подберем из условия минимума квадрата разности $\left(f_k-Nf(k)\right)^2\to\min$. Зависимость $Nf(k)$ показана на рис. 2 сплошной линией. Здесь N – суммарное количество отказов и $\lambda=1{,}99$. Для проверки гипотезы построим критерий χ^2 в виде величины

$$q=\sum_k\frac{\left(f_k-Nf(k)\right)^2}{f_k}.$$

Величина q =3,38 меньше табличного значения $\chi^2=16{,}919$ для числа степеней 9 при уровне значимости 0,05, что подтверждает гипотезу о распределении отказов оборудования по закону Пуассона. Это позволяет получить количественные характеристики процессов ремонта и производства оборудования на основе известных методов теории массового обслуживания (ТМО).

Математическая модель

Оборудование при эксплуатации может выйти из строя. Неисправное оборудование подлежит замене за счет произведенного вновь или отремонтированного. Ремонт может осуществляться в нескольких ремонтных пунктах. Отремонтированное оборудование, так же как и произведенное вновь, находится на складе, откуда и поступает на замену вышедшему из строя.

Интенсивность потока отказов λ равна количеству отказов в единицу времени $\Delta t=1$. Как было установлено, поток событий-отказов является пуассоновским. Количество пунктов обслуживания обозначим *n*. Производительность ремонтных пунктов $\mu_i, i=\overline{1,n}$. Общий поток отказов распределяется по всем пунктам обслуживания по принципу $\rho=\frac{\lambda_i}{\mu_i}$, $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=\lambda$. При условии, что пункты обслуживания не зависят друг от друга, систему массового обслуживания можно считать одноканальной.

Для каждого канала имеются основные показатели [12]: длина максимальной очереди необслуженных заявок m; вероятность того, что канал свободен

$$P_0=\frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}; \tag{1}$$

вероятность отказа в обслуживании

$$P_r=P_0\rho^{m+1}; \tag{2}$$

длина очереди ожидания

$$L_r=\rho^2\frac{1-\rho^m(m+1-m\rho)}{(1-\rho)(1-\rho^{m+2})}=$$

$$=\left(\frac{\rho}{1-\rho}\right)^2\left(1-\rho^m(m+1-m\rho)\right)P_0;$$

средняя загрузка канала $L_s=1-P_0$;

среднее число заявок, находящееся в ремонтном подразделении

$$L_c=L_s+L_r; \tag{3}$$

времена, соответствующие числу заявок

$$T_Q=\frac{L_Q}{\lambda}, Q=(r,s,c).$$

В рассматриваемой системе имеются издержки (затраты), которые необходимо минимизировать. Затраты связаны со следующими факторами:

1. Простой в эксплуатации оборудования, цена C_p.

2. Затраты хранение складских запасов-резервов C_r.

3. Цена производства новых изделий C_n.

4. Затраты на организацию дополнительного пункта обслуживания C_d.

5. Затраты, связанные с увеличением интенсивности обслуживания C_μ.

В пунктах ремонта обслуживание заявки проводится в порядке очереди поступления. Длина очереди может быть ограничена. При ограниченной очереди имеется вероятность отказа.

Обозначим

$$y = nL_c + P_r\lambda \tag{4}$$

количество невыполненных заявок. Если Λ поступление вновь изготовленных изделий, то в случае $\Lambda - y > 0$ образуется складской запас:

$$z = \Lambda - y. \tag{5}$$

В противном случае возникает дефицит

$$D = y - \Lambda, \tag{6}$$

приводящий к простою. Суммарные затраты:

$$F = C_p D + C_r z + C_n\Lambda + C_d n + C_\mu \sum \mu_i \to \min. \tag{7}$$

Варьируемыми параметрами являются: μ_i, Λ, n, m. Имеем оптимизационную задачу (1)–(7) с несколькими целочисленными переменными.

Неопределенность потока отказов

Величина интенсивности отказов также является случайной величиной. Учет неопределенности осуществляется методами нечеткой логики. Интенсивность отказов считается нечеткой величиной с функцией принадлежности, полученной при анализе системы данных. Для нечеткого представления переменных, входящих в математическую модель (1)–(7), введем функцию принадлежности параболического типа. На рис. 3 показан вид функции принадлежности, описываемой четырьмя параболами и семью параметрами (a, b, c, d, e, g, h).

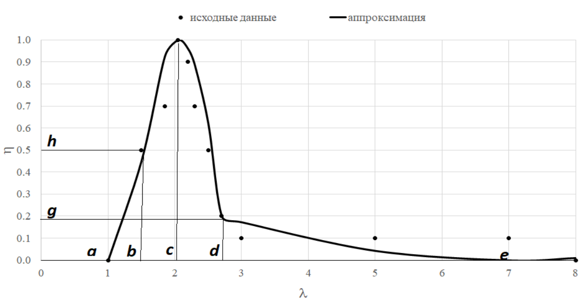

Рис. 3. Вид функции принадлежности

Fig. 3. Type of members hipfunction

Данная функция принадлежности построена по результатам аппроксимации исходных данных по отказам. В литературе [13] обычно описывается применение треугольных функций либо функций, образованных отрезками прямых линий. Параболическая функция более предпочтительна.

Например, в симметричном относительно точки *c* случае она может заменять функцию Гаусса, имея при этом конечный носитель (*a, e*). Для симметричного случая также достаточно двух характеристик *a, c*.

Остальные параметры рассчитываются при *h*=*g*=0,5. Эта форма представления нечеткого числа позволяет связать характеристики *a, c* с погрешностью или дисперсией σ выражением вида $\dfrac{c-a}{2} = \sigma\sqrt{2\ln 2}$.

Функция принадлежности для нечетких чисел рассчитывается по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
\eta(\lambda) &= \frac{h}{(b-a)^2}(\lambda - a)^2, \quad a \le \lambda \le b.\\
\eta(\lambda) &= 1 - \frac{(1-h)}{(b-c)^2}(\lambda - c)^2, \quad b \le \lambda \le c.\\
\eta(\lambda) &= 1 - \frac{(1-g)}{(d-c)^2}(\lambda - c)^2, \quad c \le \lambda \le d.\\
\eta(\lambda) &= \frac{g}{(e-d)^2}(\lambda - e)^2, \quad d \le \lambda \le e.
\end{aligned} \tag{8}$$

Операции сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень нечетких чисел определяются с применением интервальной арифметики и α-*cut* -метода [4].

Интервальная арифметика предполагает следующие операции с интервалами *AB* и *CD*:

Сложение: $[A, B] + [C, D] = [A + C, B + D]$. (9)

Вычитание: $[A, B] - [C, D] = [A - D, B - C]$ (10)

Умножение:

$$[A, B] \times [C, D] = \\ = [\min(AC, AD, BC, BD), \max(AC, AD, BC, BD)]. \tag{11}$$

Деление:

$$[A, B]/[C, D] = [\min(A/C, A/D, B/C, B/D), \\ \max(A/C, A/D, B/C, B/D)]. \tag{12}$$

Метод α-*cut* предполагает вычисление границ интервалов при заданной величине $\alpha = \eta(X)$ из формул (8).

Например, для интервала (*a, e*) на рис. 3 для левой границы

$$\alpha=\frac{h}{(b-a)^2}(X_L-a)^2 \text{ и}$$

$$X_L=a+\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{h}(b-a)}, \quad 0\le\alpha\le h.$$

Для правой

$$\alpha=\frac{g}{(e-d)^2}(X_R-e)^2 \text{ и}$$

$$X_R=d-\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{g}(e-d)}, \quad 0\le\alpha\le g.$$

Для двух нечетких чисел $X=(a_x,b_x,c_x,d_x,e_x,h_x,g_x)$ и $Y=(a_y,b_y,c_y,d_y,e_y,h_y,g_y)$ результатом операции $Z=X*Y$ является нечеткое число $Z=(a_z,b_z,c_z,d_z,e_z,h_z,g_z)$, рассчитываемое следующим образом.

Границы интервалов (a_z,e_z) и (b_z,d_z) определяются согласно действиям для интервальных вычислений (9)–(12). Значение $c_z=c_x*c_y$ определяется видом операции. Для вычисления h_z,g_z применяется следующий алгоритм.
Вычисляются коэффициенты

$$\beta_x=\frac{a_x+b_x}{\sqrt{h_x}},\beta_y=\frac{a_y+b_y}{\sqrt{h_y}},\gamma_x=\frac{d_x+e_x}{\sqrt{g_x}},\gamma_y=\frac{d_y+e_y}{\sqrt{g_y}}.$$

Сложение:

$$h_z=\frac{(a_z+b_z)^2}{\beta_x+\beta_y},g_z=\frac{(d_z+e_z)^2}{\gamma_x+\gamma_y}.$$

Вычитание:

$$h_z=\frac{(a_z-b_z)^2}{\beta_x+\beta_y},g_z=\frac{(d_z-e_z)^2}{\gamma_x+\gamma_y}.$$

Умножение:

$$A_L=a_z,B_L=\beta_x\beta_y,C_L=a_x\beta_y+a_y\beta_x \quad | a_z=a_xa_y.$$

$$A_L=a_z,B_L=\beta_x\gamma_y,C_L=a_x\gamma_y+e_y\beta_x \quad | a_z=a_xe_y.$$

$$A_L=a_z,B_L=\gamma_x\beta_y,C_L=e_x\beta_y+a_y\gamma_x \quad | a_z=e_xa_y.$$

$$A_L=a_z,B_L=\gamma_x\gamma_y,C_L=e_x\gamma_y+e_y\gamma_x \quad | a_z=e_xe_y.$$

$$A_R=e_z,B_R=\beta_x\beta_y,C_R=a_x\beta_y+a_y\beta_x \quad | e_z=a_xa_y.$$

$$A_R=e_z,B_R=\beta_x\gamma_y,C_R=a_x\gamma_y+e_y\beta_x \quad | e_z=a_xe_y.$$

$$A_R=a_z,B_R=\gamma_x\beta_y,C_R=e_x\beta_y+a_y\gamma_x \quad | e_z=e_xa_y.$$

$$A_R=a_z,B_R=\gamma_x\gamma_y,C_R=e_x\gamma_y+e_y\gamma_x \quad | e_z=e_xe_y.$$

$$h_z=\left(\frac{-C_L+\sqrt{C_L^2-4B_L(A_L-b_z)}}{2B_L}\right)^2,$$

$$g_z=\left(\frac{-C_R+\sqrt{C_R^2-4B_R(A_R-d_z)}}{2B_R}\right)^2.$$

Деление:

$$A_L=a_x,B_L=\beta_x,C_L=a_y,D_L=\beta_y \quad | a_z=a_x/a_y$$

$$A_L=a_x,B_L=\beta_x,C_L=e_y,D_L=\gamma_y \quad | a_z=a_x/e_y.$$

$$A_L=e_x,B_L=\gamma_x,C_L=a_y,D_L=\beta_y \quad | a_z=e_x/a_y.$$

$$A_L=e_x,B_L=\gamma_x,C_L=e_y,D_L=\gamma_y \quad | a_z=e_x/e_y.$$

$$A_R=a_x,B_R=\beta_x,C_R=a_y,D_R=\beta_y \quad | a_z=a_x/a_y$$

$$A_R=a_x,B_R=\beta_x,C_R=e_y,D_R=\gamma_y \quad | a_z=a_x/e_y.$$

$$A_R=e_x,B_R=\gamma_x,C_R=a_y,D_R=\beta_y \quad | a_z=e_x/a_y.$$

$$A_R=e_x,B_R=\gamma_x,C_R=e_y,D_R=\gamma_y \quad | a_z=e_x/e_y.$$

$$h_z=\left(\frac{A_L-b_zC_L}{B_L+b_zD_L}\right)^2,\ g_z=\left(\frac{A_R-d_zC_R}{B_R+d_zD_R}\right)^2.$$

На основе этих операций проводятся вычисления нечетких чисел в модели (1)–(7). При решении задач нечеткой оптимизации принято в сравнительных операциях использовать ранг нечеткого числа [8].

Одним из вариантов определения величины ранга является использование понятия «центроидная дефаззификация нечеткого числа». Ранг нечеткого числа λ обозначим

$$R_\lambda=\frac{\int_a^e \lambda\eta(\lambda)d\lambda}{\int_a^e \eta(\lambda)d\lambda}.$$

Результаты расчетов

Для решения оптимизационной задачи (1)–(7) применялся гибридный генетический алгоритм [14, 15]. Значения коэффициентов затрат, принятые в расчетах: $C_p=3;C_r=0,5;C_n=0,5;$ $C_d=0,2;C_\mu=1,5$.

Производительность пунктов ремонта принята одинаковой для всех пунктов. Считается, что отклонение от четкого значения для производительности пунктов $\frac{c-a}{2}=\sigma\sqrt{2\ln 2}$ соответствует $\sigma=0,025$. Найдено оптимальное решение, обеспечивающее минимум затрат при: $R_\mu=1,842;R_\Lambda=2,46;n=4;m=1$.

На рис. 4 показана операция деления нечетких чисел для числа $\rho=\frac{\lambda_i}{\mu_i}$.

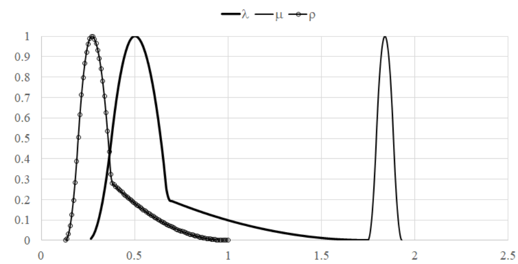

Рис. 4. Деление нечетких чисел

Fig. 4. Division of fuzzy numbers

Для числа λ_i ранг $R_\lambda = 0{,}598$, для ρ ранг $R_\rho = 0{,}347$.

Найденное решение для трех пунктов обслуживания предполагает отсутствие дефицита $D = 0$. Поступающие на ремонт изделия образуют очередь с m=1. Время, затрачиваемое на ремонт изделия, равно $T_c = \dfrac{1 - P_0}{\lambda_i}$. График функции принадлежности нечеткого числа P_0 показан на рис. 5.

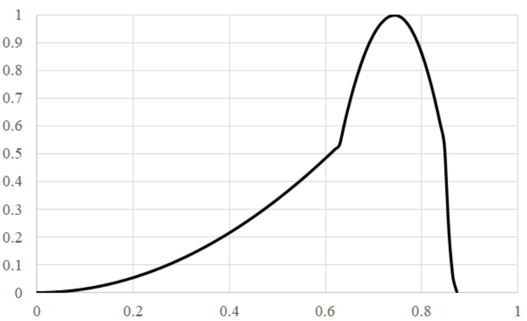

Рис. 5. Функция принадлежности нечеткого числа P_0

Fig. 5. Membership function of a fuzzy number P_0

Ранг времени обслуживания $R_T = 0{,}199$. Количество невыполненных заявок на ремонт $y = nL_p + P_r\lambda$. Количество невыполненных заявок на ремонт $y = nL_p + P_r\lambda$ имеет ранг $R_y = 2{,}891$. Соответствующее нечеткое число y приведено на рис. 6.

Рис. 6. Количество невыполненных заявок y

Fig. 6. Number of unfulfilledrequests y

Для обеспечения нулевого дефицита объем выпуска новой продукции $\Lambda = 2{,}46$. Величина запаса определяется нечетким числом z, вид которого показан на рис. 7.

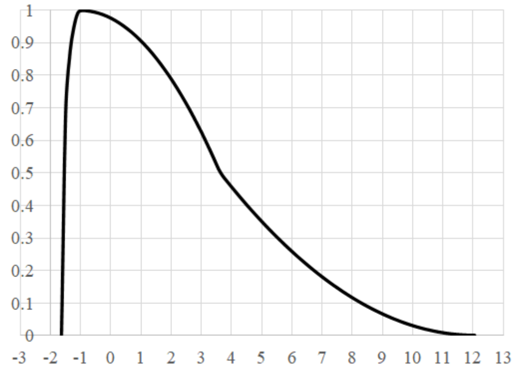

Рис. 7. Функция принадлежности нечеткого числа z

Fig. 7. Membership function of a fuzzy number z

Ранг запаса равен $R_z = 2{,}011$. Это значение можно считать страховочным запасом, связанным с неопределенностью потока отказов λ в сторону увеличения.

Полученное при решении оптимизационной задачи нечеткое число, соответствующее целевой функции (7), представлено на рис. 8.

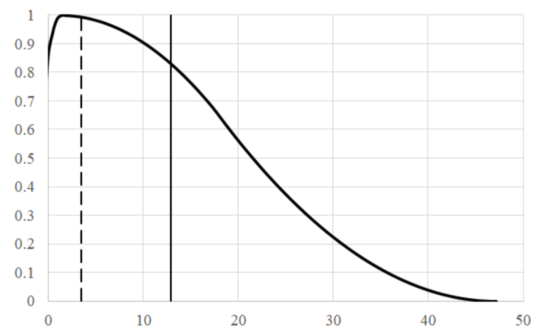

Рис. 8. Целевая функция задачи оптимизации: суммарные затраты

*Fig. 8.*The objective function of the optimization problem: total costs

Рассчитанная функция принадлежности суммарных затрат имеет ранг $R_F = 12{,}844$ (вертикальное сечение на рис. 8). Для сравнения решение задачи оптимизации без учета неопределенности с четкой величиной $\lambda = 2$ дает значение F=3,45 (пунктир на рис. 8 со степенью принадлежности 0,995) и полное отсутствие дефицита и запаса изделий.

Заключение

Разработана математическая модель управления процессом замены вышедшего из строя оборудования. На основе имеющейся информации по отказам определены характеристики нечеткого потока отказов. Для проведения вычислительных операций разработаны алгоритмы работы с нечеткими переменными на основе в общем случае несимметричных параболических функций принадлежности. Применение гибридного генетического алгоритма позволило получить оптимальное решение оптимизационной задачи управления процессом замены оборудования. По сравнению с четкой постановкой задачи оптимизации суммарные затраты в нечеткой постановке оказались выше и определена величина страховочного запаса.

Библиографические ссылки

1. *Захарычев М. Ю., Тененев В. А., Вологдин С. В.* Модель динамического управления запасами для замены оборудования при вероятностном распределении отказов // Интеллектуальные системы в производстве. 2023. Т. 21, № 4. С. 95–100. DOI 10.22213/2410-9304-2023-4-95-100.

2. *Вилков В. Б., Кальницкий В. С., Молоков И. Е.* Нечеткие системы массового обслуживания : монография. СПб. : Астерион, 2022. 184 с.

3. Dutta Putul, Sikdar Karabi. A Reviewon Impact of Shape function on Fuzzy Queueing Systemusing DSW Algorithm // International Journal of Aviation Technology Engineering and Management. 2022. Vol. 3, no. 3. Pp. 1-7.

4. Jana Chiranjibe, Pal Madhumangal, Muhiuddin G., Liu Peide. Fuzzy Optimization, Decision-making and Operations Research: Theory and Applications. 2023. DOI 10.1007/978-3-031-35668-1.

5. Chutia Rituparna. Ranking interval type-2 fuzzy number based on a novel value-ambiguity ranking index and its application in risk analysis // Soft Computing.2021. Vol. 25. Pp. 8177-8196. DOI 10.1007/s00500-021-05743-z.

6. Mukherjee Asesh, Gazi Kamal Hossain, Salahshour Soheil, Ghosh Arijit, Mondal Sankar. A Brief Analysis and Interpretation on Arithmetic Operations of Fuzzy Numbers // Results in Control and Optimization.2023. Vol. 13. 100312. DOI 10.1016/j.rico.2023.100312.

7. Ziqan Abdelhalim, Ibrahim Sabreen, Marabeh Mohammad, Qarariyah Ammar. Fully fuzzy linear systems with trapezoidal and hexagonal fuzzy numbers // Granular Computing. 2022. Vol. 7. Pp. 229-238. DOI 10.1007/s41066-021-00262-6.

8. Shrivastava Bhavana, Agrawal Dr, KumarSanjeet. Fuzzy linear programming problem with -cut and roubast ranking methods // International Journal of Statistics and Applied Mathematics.2022. No. 7 (2). Pp. 57-62. DOI 10.13140/RG.2.2.29698.96962.

9. Kirtiwant P. Ghadle, Priyanka A. Pathade. Solving Transportation Problem with Generalized Hexagonal and Generalized Octagonal Fuzzy Numbers by Ranking Method // Global Journal of Pure and Applied Mathematics.2017. Vol. 13, no. 9. Pp. 6367-6376.

10. V. Lakshmana Gomathi Nayagam, Jagadeeswari Murugan.Hexagonal fuzzy approximation of fuzzy numbers and its applications in MCDM /Complex & Intelligent Systems. 2021. Vol. 7. Pp. 1459–1487. DOI 10.1007/s40747-020-00242-4.

11. S. Adilakshmi, N. Ravi Shankar. A New Ranking in Hexagonal Fuzzy number by Centroid of Centroids and Application in Fuzzy Critical Path / RT&A. 2021. Vol. 16,no. 2 (62). Pp.124-135.DOI 10.24412/1932-2321-2021-262-124-135.

12. Hamed Fazlollahtabar, Hadi Gholizadeh. Economic Analysis of the M/M/1/N Queuing System Cost Model in a Vague Environment // International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems. 2019. Vol. 19, no. 3.Pp. 192-203. DOI 10.5391/IJFIS.2019.19.3.192.

13. Amit Nalvade, Ashok Mhaske, Sagar Waghmare, Smt. ShilpaTodmal. Solving Fuzzy Game Theory Problem using Pentagonal Fuzzy Numbers and Hexagonal Fuzzy Number // International Journal of Mathematics Trends and Technology.2023. Vol. 69 (2). Pp. 74-79. DOI10.14445/22315373/IJMTT-V69I2P510.

14. *Тененев В. А., Якимович Б. А.* Генетические алгоритмы в моделировании систем. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. 308 с. IBSN 978-5-7526-0472-0.

15. *Тененев В. А., Шаура А. С.* Решение задач нелинейного программирования общего вида генетическим алгоритмом // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т. 17, № 4. С. 137–142. DOI: 10.22213/2410-9304-2019-4-137-142.

References

1. Zakharychev M.Yu., Tenenev V.A., Vologdin S.V. [Dynamic Inventory Management Model for Equipment Replacement with Probabilistic Distribution of Failures]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2023, vol. 21, no. 4, pp. 95-100 (in Russ.). DOI 10.22213/2410-9304-2023-4-95-100.

2. Vilkov V.B., Kal'nitskii V.S., Molokov I.E. *Nechetkie sistemy massovogo obsluzhivaniya* [Fuzzy Queuing Systems]. SPb.: Asterion, 2022, 184 p. (in Russ.).

3. Dutta Putul, Sikdar Karabi. [A Review on Impact of Shape function on Fuzzy Queueing System using DSW Algorithm]. *International Journal of Aviation Technology Engineering and Management*, 2022, vol. 3, no. 3, pp. 1-7.

4. Jana Chiranjibe, Pal Madhumangal, Muhiuddin G., Liu Peide. [Fuzzy Optimization, Decision-making and Operations Research: Theory and Applications]. 2023. DOI: 10.1007/978-3-031-35668-1.

5. Chutia Rituparna. [Ranking interval type-2 fuzzy number based on a novel value-ambiguity ranking index and its application in risk analysis]. *Soft Computing*, 2021, vol. 25, pp. 8177-8196. DOI 10.1007/s00500-021-05743-z.

6. Mukherjee Asesh, Gazi Kamal Hossain, Salahshour Soheil, Ghosh Arijit, Mondal Sankar. [A Brief Analysis and Interpretation on Arithmetic Operations of

Fuzzy Numbers].*Results in Control and Optimization,* 2023,vol. 13, 100312. DOI 10.1016/j.rico.2023.100312.

7. Ziqan Abdelhalim, Ibrahim Sabreen, Marabeh Mohammad, Qarariyah Ammar. [Fully fuzzy linear systems with trapezoidal and hexagonal fuzzy numbers]. *Granular Computing,* 2022, vol. 7, pp. 229-238. DOI 10.1007/s41066-021-00262-6.

8. Shrivastava Bhavana, Agrawal Dr, Kumar Sanjeet [Fuzzy linear programming problem with - cut and roubast ranking methods]. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics,* 2022,no. 7(2), pp. 57-62. DOI 10.13140/RG.2.2.29698.96962.

9. Kirtiwant P. Ghadle, Priyanka A. Pathade. [Solving Transportation Problem with Generalized Hexagonal and Generalized Octagonal Fuzzy Numbers by Ranking Method].*Global Journal of Pure and Applied Mathematics,* 2017, vol. 13, no. 9., Pp. 6367-6376.

10. V. Lakshmana Gomathi Nayagam, Jagadeeswari Murugan. [Hexagonal fuzzy approximation of fuzzy numbers and its applications in MCDM].*Complex & Intelligent Systems,* 2021,vol. 7,pp. 1459–1487. DOI 10.1007/s40747-020-00242-4.

11. S. Adilakshmi, N. Ravi Shankar. [A New Ranking in Hexagonal Fuzzy number by Centroid of Centroids and Application in Fuzzy Critical Path]*RT&A,* 2021,vol. 16, no. 2 (62),pp. 124-135. DOI 10.24412/1932-2321-2021-262-124-135.

12. Hamed Fazlollahtabar, Hadi Gholizadeh. [Economic Analysis of the M/M/1/N Queuing System Cost Model in a Vague Environment].*International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems,* 2019,vol. 19, no. 3,pp. 192-203. DOI 10.5391/IJFIS.2019.19.3.192.

13. Amit Nalvade, Ashok Mhaske, Sagar Waghmare, Smt. ShilpaTodmal. [Solving Fuzzy Game Theory Problem using Pentagonal Fuzzy Numbers and Hexagonal Fuzzy Number]*International Journal of Mathematics Trends and Technology*,2023,vol. 69 (2),pp. 74-79. DOI 10.14445/22315373/IJMTT-V69I2P510.

14. Tenenev V.A., Yakimovich B.A. *Geneticheskie algoritmy v modelirovanii sistem* [Genetic algorithms in system modeling]. Izhevsk, Kalashnikov ISTU Publ., 2010, 306 p. (inRuss.). ISBN 978-5-7526-0472-0.

15. Tenenev V.A., Shaura A.S. [Solvinggeneral nonlinear programming problems using a genetic algorithm]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*, 2019, vol. 17, no. 4, pp. 137-142 (in Russ.). DOI 10.22213/2410-9304-2019-4-137-142.

* * *

Mathematical Models and Algorithms for Failed Equipment Planning Replacement

M. Yu. Zakharychev, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

V. A. Tenenev, DScin Physics and Mathematics, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

S. V. Vologdin, DSc. in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

For the operability of deep well pump units under the conditions of oil and gas field equipment rental, it is necessary to plan the required resources. Failed equipment must be replaced with new one. If it is possible to repair the items, they are sent to repair service points. A review of literary sources on the subject of the study and the problem statement are provided. A large number of equipment application points and real operating conditions introduce great uncertainty into planning the failed equipment replacement. The value of the failure rate is a random variable. A mathematical model to manage the process of failed equipment replacing has been developed. Fuzzy logic methods have been used to take into account the uncertainty. Characteristics of fuzzy failure flow have been determined,based on the available information on failures. To perform computational operations, algorithms for working with fuzzy variables have been developed based on, in general case, asymmetric, and parabolic membership functions. The operations of addition, subtraction, multiplication, division, and exponentiation of fuzzy numbers are determined using interval arithmetic andα-cut method. The amount of equipment stock is determined by a fuzzy number. The use of a hybrid genetic algorithm provided an optimal solution to the optimization problem equipment replacement management. The calculation results are given. When solving the fuzzy optimization problem in comparative operations, the rank of the fuzzy number was calculated. The concept of centroid defuzzification of the fuzzy number is used to determine the rank value. The diagram of the fuzzy number membership function and the diagram of the optimization problem objective function: total costs were constructed. Compared with the optimization problem clear formulation, the total costs in the fuzzy formulation turned out to be higher, also the value of the safety stock was determined.

Keywords: equipment failures, mathematical model, optimization, stocks, fuzzy logic, queuing theory, algorithms.

Получено: 12.09.24

Образец цитирования

Захарычев М. Ю., *Тененев В. А.*, *Вологдин С. В.* Математические модели и алгоритмы планирования замены вышедшего из строя оборудования // Интеллектуальные системы в производстве. 2024. Т. 22, № 4. С. 73–80. DOI: 10.22213/2410-9304-2024-4-73-80.

For Citation

Zaharychev M.Ju., Tenenev V.A., Vologdin S.V. [Mathematical models and algorithms for planning the replacement of failed equipment]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* 2024, vol. 22, no. 4, pp. 73-80. DOI: 10.22213/2410-9304-2024-4-73-80.