

УДК 519.816

DOI: 10.22213/2410-9304-2025-1-40-45

## Алгоритм построения интегральных показателей иерархических структур на основе решающих матриц

Г. А. Благодатский, доктор технических наук, доцент,

ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

В. Н. Борисов, аспирант, ООО «Федорово Минералс», Москва, Россия

М. М. Горохов, доктор физико-математических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск; Научно-исследовательский институт Федеральной службы исполнения наказаний, Москва, Россия

*Статья посвящена проблеме оптимального проектирования интегрального показателя иерархической структуры на основе иерархического анализа прямого и обратного хода и методов автоматической кластеризации и ранжирования. Сегодня существует значительное количество методов построения векторов важности критериев по группе экспертов, проблема комплексного применения методов системного анализа иерархических структур широко представлена в научных исследованиях. Но остаются нерешенными проблемы идентификации элементов в иерархии, определения вклада элементов в достижение цели системы, оценки адекватности полученной иерархической декомпозиции, поддержания актуальности этого представления. Для повышения скорости работы информационных систем поддержки принятия решений в иерархических структурах можно использовать исторические знания о результатах уже принятых решений. Использование решений, которые дали хорошие результаты ранее, позволяет сузить область поиска решений. Это снижает сложность задач принятия решений. Использование сведений об уровне интегральных показателей изучаемых систем позволяет принимать решения на основе контроля всех состояний входящих в них элементов. В статье предлагается использовать оригинальный алгоритм построения интегральных показателей иерархических структур. Он основан на методе анализа иерархий и компьютеризированном многомерном анализе данных. В отличие от метода анализа иерархий Т. Саати, при формировании общей экспертной оценки в качестве веса эксперта рекомендуется использовать среднее отклонение отношений согласованности матриц парных сравнений эксперта от среднего по группе экспертов. Проведение уточнения весов и структуры интегрального показателя по приведенному алгоритму позволяет проводить ручную и автоматическую агрегацию параметров в кластеры иерархической структуры совместно, а при взаимном горизонтальном влиянии элементов иерархии объединить их в кластер с общим весом, формируемым в системе нечеткой логики.*

**Ключевые слова:** ранжирование, иерархия, математическая модель, кластеризация, OLAP.

### Введение

На сегодняшний день, существует значительное количество методов построения векторов важности критериев (Анохин А. М., Глотов В. А., Павельев В. В., Черкашин А. М. Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. 1997. № 8. С. 3–35; Подиновский В. В. Идеи и методы теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. М. : Наука, 2019. 103 с.; Спиридонов С. Б., Булатова И. Г., Постников В. М. Анализ подходов к выбору весовых коэффициентов критериев методом парного сравнения критериев // Науковедение. 2017. Т. 9, № 6. URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/16TVN617.pdf>; Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М. : Наука, 1978).

Проблема комплексного применения методов системного анализа иерархических структур широко представлена в научных исследованиях. Для глубокого анализа иерархических

структур применяются IS-THE-графы [1], надкорпусные базы данных логико-семантических отношений [2], модели Маркова [3], применяются технические наработки в области построения радиосетей [4–7], сетевой анализ [8–14], мониторинг [15].

Для комплексной оценки иерархических структур Г. С. Поспеловым предложен метод решающих матриц (Поспелов Г. С., Ириков В. А. Программно-целевое планирование и управление: Введение. М. : Сов. радио, 1976. 440 с.).

Этот метод решает проблему иерархического представления систем и дает возможность охарактеризовать вклад составляющих ее элементов. Но остаются нерешенными проблемы идентификации элементов в иерархии, определения вклада элементов в достижение цели системы, оценки адекватности полученной иерархической декомпозиции, поддержания актуальности этого представления.

Цель исследования – преодолеть проблемы идентификации элементов в иерархии, определения вклада элементов в достижение цели системы, оценки адекватности полученной иерархической декомпозиции, поддержания актуальности этого представления. Для этого в статье предлагается новый алгоритм применения методов системного анализа для формирования интегральных показателей. Формирование интегральных показателей по предложенному алгоритму позволяет автоматизировать комплексную оценку иерархических структур.

### Математическая модель

Математическая модель состоит из следующих элементов:

$$X, \quad (1)$$

где  $X$  – множество параметров исследуемой системы, которое требуется уточнить;

$$\vec{w}, \quad (2)$$

где  $\vec{w}$  – весовой вектор интегрального показателя на множестве  $X$ ;

$$\psi: X \rightarrow \vec{w}, \quad (3)$$

где  $\psi$  – функция преобразования множества параметров в весовой вектор влияния элементов системы на цель;

$$\varepsilon: X \xrightarrow{OLAP} X', \quad (4)$$

где  $\varepsilon$  – функция преобразования параметрического множества при воздействии OLAP анализа;

$$\xi: X \xrightarrow{\Psi} X', \quad (5)$$

где  $\xi$  – функция преобразования параметрического множества под воздействием весового вектора;

$$C, \quad (6)$$

где  $C$  – вариант агрегации параметров.

$$\eta: X \xrightarrow{C} X', \quad (7)$$

где  $\eta$  – функция преобразования параметрического множества путём автоматической агрегации параметров.

$$O: \vec{w} \rightarrow \vec{w}', \quad (8)$$

где  $O$  – функция ставит в соответствии весовому вектору решение оптимизационной задачи минимизации отклонения ранга интегрального показателя от ранга тестовых систем;

$$v: X \xrightarrow{O, \vec{w}} X', \quad (9)$$

где  $v$  – функция уточнения весов параметров исследуемой системы на основе автоматического обучения;

$$\vec{w}'' = v(O(\psi(X))), \quad (10)$$

где  $\vec{w}''$  – уточненное влияние параметров на цель системы.

В методах построения интегрального показателя выделяются 3 блока: блок иерархического анализа, блок описания параметров сложных технических систем (СТС), блок уточнения и идентификации влияния элементов на интегральный показатель. Блок иерархического анализа состоит из решающих матриц, метода анализа иерархий, процедуры формирования коллективных мнений.

Блок описания параметров интегрального показателя СТС содержит способы описания параметрического множества в виде векторов весовых коэффициентов и их влияния на интегральные показатели, многомерный анализ данных (OLAP анализ) и методы формирования групп параметров интегрального показателя.

Блок идентификации содержит методы кластеризации элементов по весам влияния на интегральный показатель и методы идентификации весов на основе решения задач минимизации отклонений в рангах для интегральных показателей от наборов рангов тестовых систем.

### Алгоритм применения методов

Алгоритм метода построения интегрального показателя содержит следующие шаги:

1. Формируется параметрическое множество для СТС. Проводится первоначальная группировка параметров. Параметры и группы и их описания являются входами для процедуры иерархического анализа СТС.

2. Проводится построение иерархической декомпозиции интегрального показателя состояния СТС. Сформированные группы элементов передаются на вход процедуры решающих матриц. Иерархическая декомпозиция задает алгоритм расчета воздействия параметров на интегральный показатель состояния СТС.

3. Формируются решающие матрицы расчета интегральных показателей и матрицы парных сравнений для расчета элементов этого показателя методом собственного вектора.

4. Вычисляются главные правые собственные векторы матриц парных сравнений. Проводится нормализация элементов вектора относительно суммы координат. Формируется обобщенное мнение экспертов с учетом согласованности в результатах парных сравнений.

5. По собственным векторам, внесенным в решающие матрицы, определяется глобаль-

ный вклад параметров в формирование интегрального показателя по иерархии, сформированной на второй шаг алгоритма. Вклад параметров в интегральный показатель СТС передается на вход процедуры формирования и группировки параметров.

6. Для оценки важности включения параметров в интегральный показатель проводится процедура OLAP анализа параметрического множества интегрального показателя СТС. Результат в виде предпочтительных для исследуемых состояний наборов параметров (гиперкубы и меры) передается на первый шаг алгоритма для формирования групп параметров и их воздействия на интегральный показатель состояния СТС.

7. Если полученные на шаге 5 группы параметров и их вклад в интегральный показатель недостаточно хорошо отражают понимание структуры СТС, то выполняется процедура автоматической кластеризации. Результат процедуры в виде синтетических групп – предполагаемых узлов иерархической структуры – передается на шаг 1 алгоритма.

8. Если полученные на шаге 5 глобальные веса параметров СТС по вкладу в интегральный показатель не позволяют провести однозначную классификацию состояния СТС, то выполняется процедура автоматической идентификации значений параметров. Решается задача минимизации отклонений рангов тестовых систем по интегральному показателю со структурой, полученной на шаг 2 алгоритма, от наборов рангов тестовых систем, полученных от экспертов. Результат процедуры в виде векторов влияния параметров интегрального показателя передается на первый шаг алгоритма.

9. Процесс повторяется с шага 1 до достижения объективного соответствия полученной иерархической модели интегрального показателя исследуемым состояниям СТС.

В иерархических задачах при парных сравнениях объектов применяется метод взвешивания компетентности экспертов по средневзвешенному отношению согласованности матриц парных сравнений экспертизы.

Тогда при выводе обобщенного мнения экспертов вводят в формулу расчета среднего геометрических мнений весовой коэффициент  $a_i$ , равный отношению минимального среднего взвешенного отношения согласованности по иерархии к максимальному для группы экспертов (по Саати) (Саати, Томас Л. Принятие решений: Метод анализа иерархий. М. : Радио

и связь, 1993. С. 314; Vargas, Luis L.; Saaty, Thomas L. Prediction, Projection and Forecasting: Applications of the Analytic Hierarchy Process in Economics, Finance, Politics, Games and Sports (1991). Boston: Kluwer Academic, 251 p.).

Альтернативным методом может служить метод среднего отклонения от тестового ответа (для ранжирования компетентности эксперта (Тененев В. А., Якимович Б. А. Методы и алгоритмы анализа систем. Ижевск: ИЖГТУ, 2001. 182 с.).

Вторая задача формирования интегральных показателей – это уточнение весов влияния элементов в иерархической структуре интегральных показателей. Эту задачу позволяет решить генетический алгоритм оптимизации.

### Обсуждение

Для повышения скорости работы информационных систем поддержки принятия решений (ИСППР) в иерархических структурах, можно использовать исторические знания о результатах уже принятых решений. Использование решений, которые дали хорошие результаты ранее, позволяет сузить область поиска решений в ИСППР.

Это снижает сложность задач принятия решений. Использование сведений об уровне интегральных показателей изучаемых систем позволяет принимать решения на основе контроля всех состояний входящих в них элементов.

### Выводы

В статье предлагается использовать оригинальный алгоритм построения интегральных показателей иерархических структур. Он основан на методе анализа иерархий и компьютеризированном многомерном анализе данных.

В отличие от метода анализа иерархий Т. Саати, при формировании общей экспертной оценки в качестве веса эксперта рекомендуется использовать среднее отклонение отношений согласованности матриц парных сравнений эксперта от среднего по группе экспертов.

Проведение уточнения весов и структуры интегрального показателя по приведенному алгоритму позволяет проводить ручную и автоматическую агрегацию параметров в кластеры иерархической структуры совместно, а при взаимном горизонтальном влиянии элементов иерархии объединить их в кластер с общим весом, формируемым в системе нечеткой логики.

## Библиографические ссылки

1. Бабанов А. М., Квач Е. С. Использование IS-THE-графов для анализа иерархических структур данных // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2024. № 66. С. 87–96. DOI 10.17223/19988605/66/9. EDN KXWGYR.
2. Дурново А. А., Инькова О. Ю., Попкова Н. А. Принципы описания показателей логико-семантических отношений и их иерархии // Информатика и ее применения. 2022. Т. 16, № 2. С. 52–59. DOI 10.14357/19922264220207. EDN NPFTOH.
3. Бледных Е. Н., Макарик Е. В., Степин Ю. П. Марковская модель метода анализа иерархий в оценке рисков вариантов разработки месторождений углеводородов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2021. № 1 (570). С. 23–32. DOI 10.33285/0132-2222-2021-1(570)-23-32. EDN HSQLIC.
4. Зайцев И. В., Молев А. А. Алгоритм генерации структуры самоорганизующейся системы радиосвязи на основе иерархии системы управления // Электромагнитные волны и электронные системы. 2021. Т. 26, № 6. С. 57–70. DOI 10.18127/j15604128-202106-06. EDN CGNLXY.
5. Радкевич К. А. Метод анализа иерархий при построении сетей Интернета вещей // Новые информационные технологии в телекоммуникациях и почтовой связи. 2022. № 1. С. 77–78. EDN UHPGIO.
6. Радкевич К. А., Горбадей О. Ю. Программная реализация метода анализа иерархий для выбора оптимальной структуры сети Интернета вещей // Современные средства связи. 2022. Т. 1, № 1. С. 19–20. EDN TFUCZC.
7. Богаченко Н. Ф., Лавров Д. Н. Применение метода анализа иерархий к задаче оценки актуальности угроз информационной безопасности // Математические структуры и моделирование. 2023. № 3 (67). С. 104–110. DOI 10.24147/2222-8772.2023.3.104-110. EDN RUUQNM.
8. Макарова О. С., Поршнев С. В. Оценивание вероятностей компьютерных атак на основе метода анализа иерархий с динамическими приоритетами и предпочтениями // Безопасность информационных технологий. 2020. Т. 27, № 1. С. 6–18. DOI 10.26583/bit.2019.4.01. EDN BYBSDK.
9. Козлова М. Г., Лукьяненко В. А., Макаров О. О. Построение многоагентных маршрутов в сети с иерархией вершин // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2023. № 3. С. 32–50. DOI 10.17308/sait/1995-5499/2023/3/32-50. EDN AYAQKM.
10. Иванова Т. Л., Изуменцева А. В. Оценка стратегической устойчивости угледобывающих предприятий ДНР на основе метода анализа иерархий // Сборник научных работ серии «Экономика». 2020. № 18. С. 116–128. EDN MCXDPF.
11. Семенихина Н. Б. Метод анализа иерархий как системный подход к проблеме принятия решений // Дискуссия. 2023. № 2 (117). С. 38–48. DOI 10.46320/2077-7639-2023-2-117-38-48. EDN VZFMHF.
12. On the approach to forecasting indicators of socio-economic development of the region based on indirect indicators / M. A. Rusanov, V. R. Abbazov, V. A. Baluev [et al.] // Modeling, Optimization and Information Technology. – 2022. – Vol. 10, No. 3(38). – P. 2-3. – DOI 10.26102/2310-6018/2022.38.3.004. – EDN FABAJV.
13. Кулакова Т. А., Пащук В. Ю., Волкова А. В. Сети против иерархий или новые иерархии? Возможности и ограничения сетевого подхода в управлении публичной политикой // Проблемы современной экономики. 2020. № 1 (73). С. 40–44. EDN LUXCLR.
14. Преобразование качественных характеристик автотранспортных средств в количественные показатели с применением метода анализа иерархий / Л. Н. Мазунова, В. В. Беляков, В. С. Макаров [и др.] // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2023. № 1 (140). С. 97–106. DOI 10.46960/1816-210X\_2023\_1\_97. EDN JOIWBI.
15. Система мониторинга технико-экономических условий инновационной деятельности предприятия / С. Н. Яшин, Ю. С. Коробова, С. А. Борисов, Ю. В. Захарова // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2023. № 4 (72). С. 72–78. DOI 10.52452/18115942\_2023\_4\_72. EDN QYHKUY.

## References

1. Babanov A.M., Kvach E.S. [Using IS-THE graphs to analyze hierarchical data structures]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika*. 2024. No. 66. Pp. 87-96 (in Russ.). DOI 10.17223/19988605/66/9. EDN KXWGYR.
2. Durnovo A.A., In'kova O. u., Popkova N.A. [Principles of description of indicators of logical-semantic relations and their hierarchy]. *Informatika i ee primeneniya*. 2022. Vol. 16, no. 2. Pp. 52-59 (in Russ.). DOI 10.14357/19922264220207. EDN NPFTOH.
3. Blednyh E.N., Makarik E.V., Stepin Ju.P. [Markov Model of the Analytic Hierarchy Process in Risk Assessment of Hydrocarbon Field Development Options]. *Avtomatizacija, telemehanizacija i svjaz' v neftjanoj promyshlennosti*. 2021. № 1. Pp. 23-32 (in Russ.). DOI 10.33285/0132-2222-2021-1(570)-23-32. EDN HSQLIC.
4. Zajcev I.V., Molev A.A. [Algorithm for generating the structure of a self-organizing radio communication system based on the hierarchy of the control system]. *Jelektromagnitnye volny i jelektronnye sistemy*. 2021. Vol. 26, no. 6. Pp. 57-70 (in Russ.). DOI 10.18127/j15604128-202106-06. EDN CGNLXY.

5. Radkevich K.A. [Hierarchy Analysis Method for Building Internet of Things Networks]. *Novye informacionnye tehnologii v telekommunikacijah i pochtovoj svyazi*. 2022. No. 1. Pp. 77-78 (in Russ.). EDN UHPGIO.

6. Radkevich K.A., Gorbadej O.Ju. [Software implementation of the hierarchy analysis method for selecting the optimal structure of the Internet of Things network]. *Sovremennye sredstva svyazi*. 2022. Vol. 1, no. 1. Pp. 19-20 (in Russ.). EDN TFUCZC.

7. Bogachenko N.F., Lavrov D.N. [Application of the Analytic Hierarchy Process to the Problem of Assessing the Relevance of Information Security Threats]. *Matematicheskie struktury i modelirovanie*. 2023. No. 3. Pp. 104-110 (in Russ.). DOI 10.24147/2222-8772.2023.3.104-110. EDN RUUQNM.

8. Makarova O.S., Porshnev S.V. [Estimating the Probabilities of Computer Attacks Based on the Analytical Hierarchy Process with Dynamic Priorities and Preferences]. *Bezopasnost' informacionnyh tehnologij*. 2020. Vol. 27, no. 1. Pp. 6-18 (in Russ.). DOI 10.26583/bit.2019.4.01. EDN BYBSDK.

9. Kozlova M.G., Luk'janenko V.A., Makarov O.O. [Building multi-agent routes in a network with a hierarchy of nodes]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii*. 2023. No. 3. Pp. 32-50 (in Russ.). DOI 10.17308/sait/1995-5499/2023/3/32-50. EDN AYAQKM.

10. Ivanova T.L., Igumenceva A.V. [Assessment of the strategic sustainability of coal mining enterprises of the DPR based on the method of hierarchy analysis]. *Sbornik nauchnyh rabot serii "Jekonomika"*. 2020. No. 18. Pp. 116-128 (in Russ.). EDN MCXDPE.

11. Semenihina N.B. [The Analytic Hierarchy Process as a Systematic Approach to Decision Making]. *Diskussija*. 2023. No. 2. Pp. 38-48 (in Russ.). DOI 10.46320/2077-7639-2023-2-117-38-48. EDN VZFMHF.

12. Rusanov M.A., Abbasov V.R., Baluev V.A. [et al.] On the approach to forecasting indicators of socio-economic development of the region based on indirect indicators // Modeling, Optimization and Information Technology. 2022. Vol. 10, no. 3(38). P. 2-3. DOI 10.26102/2310-6018/2022.38.3.004. EDN FABAJV.

13. Kulakova T.A., Pashkus V.Ju., Volkova A.V. [Networks versus Hierarchies or New Hierarchies? Potential and Limitations of the Network Approach to Public Policy Management]. *Problemy sovremennoj jekonomiki*. 2020. No. 1. Pp. 40-44 (in Russ.). EDN LUXCLR.

14. Mazunova L.N., Beljakov V.V., Makarov V.S. [i dr.] *Preobrazovanie kachestvennyh harakteristik avtotransportnyh sredstv v kolichestvennye pokazateli s primeneniem metoda analiza ierarhij* [Преобразование качественных характеристик автотранспортных средств в количественные показатели с применением метода анализа иерархий]. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva* [Proceedings of NSTU named after R.E. Alekseev]. 2023. No. 1. Pp. 97-106 (in Russ.). DOI 10.46960/1816-210X\_2023\_1\_97. EDN JOIWBI.

15. Yashin S.N., Korobova Yu.S., Borisov S.A., Zakharova Yu.V. [System for monitoring the technical and economic conditions of innovative activity of an enterprise] *Bulletin of the Nizhny Novgorod University. N.I. Lobachevsky. Series: Social Sciences*. 2023. No. 4. Pp. 72-78 (in Russ.). DOI 10.52452/18115942\_2023\_4\_72. EDN QYHKUY.

\*\*\*

### Algorithm of Hierarchical Structure Integral Indicators ConstructionBased on Define Matrices

G. A. Blagodatsky, DSc in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

V. N. Borisov, Post-graduate, General Director, OOO "FedorovoMinerals", Moscow, Russia

M. M. Gorokhov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk; Federal State Institution "Scientific Research Institute of the Federal Penitentiary Service", Moscow, Russia

*The article is devoted to the problem of optimal design of hierarchical structure integral indicator based on hierarchical analysis of forward and backward movement and methods of automatic clustering and ranking. Today, there are a significant number of methods for constructing criterion importance vectors by a group of experts; the problem of integrated application of system analysis methods of hierarchical structures is widely represented in scientific research. However, the problems of identifying elements in the hierarchy, determining the contribution of elements to achieving the goal of the system, assessing the adequacy of the resulting hierarchical decomposition, and maintaining the relevance of this representation remain unresolved.*

*To increase the speed of decision support information system operation in hierarchical structures, one may use historical knowledge about the results of already made decisions. Utilizing solutions that have worked well in the past allows narrowing down the solution range. This reduces the complexity of decision-making problems. Using information about the level of system integral indicators under study allows making decisions based on monitoring all states of the constituent elements. The article proposes to use an original algorithm for constructing integral indicators of hie-*

*rarchical structures. It is based on the hierarchy analysis method and computerized multidimensional data analysis. In contrast to T. Saaty's method of analyzing hierarchies, when forming a general expert assessment, it is recommended to use the average deviation of the consistency ratios of the expert's pairwise comparison matrices from the average for the expertgroup as the expert's weight.*

*Refining the weights and structure of the integral indicator using the given algorithm allows for manual and automatic parameteraggregation into clusters of a hierarchical structure together, and with mutual horizontal influence of hierarchy elements, combining them into a cluster with common weight formed in a fuzzy logic system.*

**Keywords:** ranking, hierarchy, mathematical model, clustering, OLAP.

Получено: 16.09.24

#### Образец цитирования

Благодатский Г. А., Борисов В. Н., Горохов М. М. Алгоритм построения интегральных показателей иерархических структур на основе решающих матриц // Интеллектуальные системы в производстве. 2025. Т. 23, № 1. С. 40–45. DOI: 10.22213/2410-9304-2025-1-40-45.

#### For Citation

Blagodatsky G.A., Borisov V.N., Gorokhov M.M. [Define matrices based hierarchical structures integral indicators construction algorithm]. *Intellectual'nye sistemy v proizvodstve*. 2025, vol. 23, no. 1, pp. 40-45. DOI: 10.22213/2410-9304-2025-1-40-45.