

УДК 303.732.4:004.942

DOI: 10.22213/2410-9304-2025-1-54-64

Стохастическое планирование производственных процессов

С. И. Великий, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

М. М. Горохов, доктор физико-математических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск; ФКУ НИИ ФСИН России, Москва, Россия

В. А. Тенев, доктор физико-математических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Неопределенность является неизбежным элементом во многих практических средах планирования и составления графиков производства. Задача формулируется следующим образом. Имеется множество заданий. Под заданием понимается любой вид работы в технологическом процессе. Для выполнения определенного задания необходимо использовать множество машин. Выполнение каждого задания на машине характеризуется неопределенным временем. В соответствии с технологическим процессом для каждого или для некоторых работ предписывается технологический маршрут прохождения машин. Для практического использования применяются методы с использованием генетических алгоритмов для поддержки планирования в производственной системе. Генетический алгоритм относится к категории искусственного интеллекта. Это очень эффективный алгоритм для поиска оптимальных или близких к оптимальным решениям оптимизационной задачи. В связи с тем, что методы дискретной оптимизации, типа метода ветвей и границ, являются NP трудными, в работе для решения задач производственного планирования при наличии неопределенности в сроках выполнения заданий на технологическом оборудовании предложено применять генетический алгоритм, включающий элементы метода статистических испытаний. В генетическом алгоритме используется гибкая схема кодирования хромосомы. Эта схема позволяет генерировать допустимые решения во всех генетических операторах: скрещивания, мутации и отбора. Это позволило получить решение с меньшим значением целевой функции по сравнению с методом кодирования с применением сетей Петри. Применение нормального закона распределения случайных величин времени выполнения работ на машинах приводит к распределению, близкому к нормальному, для конечного времени выполнения последней работы. При этом имеется линейная зависимость рассчитанной дисперсии от задаваемого уровня дисперсий. Среднее время выполнения последней работы увеличивается в полтора раза (1.54) при задании дисперсий в виде $\sigma_{ij} = 0,5\mu_{ij}$.

Ключевые слова: стохастическое планирование, задачи оптимизации, генетический алгоритм, метод статистических испытаний, производственное расписание.

Введение

Задача составления расписаний является неотъемлемой частью производственного планирования. Для решения таких задач применяется широкий арсенал методов оптимизации и интеллектуальных методов. В работе [1] на основе методов системного анализа и оптимизации предложены критерии и алгоритм оптимальной загрузки оборудования. В работе [2] анализируются методы решения многокритериальных задач на основе методологии искусственного интеллекта. Эффективным инструментом оптимизации производственных процессов являются эволюционные алгоритмы [3, 4], а также комбинации генетических алгоритмов с традиционными методами математического программирования [5]. В работе [6] применяется оптимизационно-имитационный подход с использованием Tecnomatix Plant Simulation – с модулем оптимизации на основе генетического алгоритма. В статье [7] применяются генетический алгоритм и алгоритм муравьиных колоний.

Предложенная в [8] компьютерная система может быть использована для автоматизации процесса планирования производственных процессов.

Неопределенность является неизбежным элементом во многих практических средах планирования и составления графиков производства. Реализация алгоритма нечеткой логики для планирования непериодических заданий в однопроцессорной системе реального времени являлась целью исследования (М.М. Fahmy. A fuzzy algorithm for scheduling non-periodic jobs on soft real-time single processor system // Ain Shams Engineering Journal (2010) 1, pp. 31-38. DOI: 10.1016/j.asej.2010.09.004). Предполагается, что задания имеют разное время обработки, разное время ожидания и разный внешний приоритет. Основная идея заключается в использовании алгоритма нечеткой логики для вывода приоритета задания, которое должно быть выполнено первым. Этот алгоритм планирования нагрузки с нечеткой логикой используется в многокритери-

риальном алгоритме для минимизации среднего времени выполнения заданий. В статье (Odi J. N Onwuama T.U, Okpalla C.L and Ejem A. Job Scheduling System Using Fuzzy Logic Approach // International Journal of Computer Trends and Technology (IJCTT). Vol. 42. No. 2. 2016. ISSN: 2231-2803. DOI: 10.14445/22312803/IJCTT-V42P113) рассматривается подход нечеткой логики к планированию выполнения работ на основе структурированного системного анализа и методология проектирования (SSADM) и приводятся возможности разработанного приложения. В статье (Muhittin Sagnaka, Yigit Kazancoglu. Shift scheduling with fuzzy logic: an application with an integer programming model // Procedia Economics and Finance, 26 (2015) 827-832. DOI: 10.1016/S2212-5671(15)00888-6) рассматривается целочисленная модель программирования, объединенная с нечеткой логикой для учета неопределенности при принятии решений. В обзоре (Anna lawrynowicz. genetic algorithms for solving scheduling problems in manufacturing systems // Foundations of Management. Vol. 3. No. 2 (2011). ISSN 2080-7279. DOI: 10.2478/v10238-012-0039-2 7) отмечается, что планирование производственных операций является сложным процессом принятия решений. С вычислительной точки зрения проблема планирования является задачей NP-трудноразрешимой оптимизации. Для практического использования применяются методы с использованием генетических алгоритмов для поддержки планирования в производственной системе. Генетический алгоритм относится к категории искусственного интеллекта. Это очень эффективный алгоритм для поиска оптимальных или близких к оптимальному решений оптимизационной задачи. Авторы (Chung S.H., Lau H.C.W. Choy K.L., Ho G.T.S. Tse Y.K. Application of genetic approach for advanced planning in multi-factory environment // International Journal of Production Economics. Vol.127, 2010, pp. 300-308) предлагают новый подход к распределенному планированию в промышленных кластерах, использующий модифицированный генетический алгоритм. Отмечается (Chung S.H., Lau H.C.W. Choy K.L., Ho G.T.S. Tse Y.K. Application of genetic approach for advanced planning in multi-factory environment // International Journal of Production Economics. Vol.127, 2010, pp. 300-308), что при решении задач большой размерности генетические алгоритмы показывают лучшую производительность в сравнении с классическими методами дискретного программирования. В обзоре [9] также констатируется, что проблема гибкого

планирования цеха (FJSP) представляет собой NP-трудную задачу комбинаторной оптимизации. Сложная задача планирования, где каждое задание требует серии операций, которые должны обрабатываться на разных машинах, изучается в течение десятилетий. Наиболее изученным в литературе является период изготовления, т. е. максимальное время выполнения всех работ. Отмечается, что метод ветвей и границ плохо приспособлен к решению задач FJSP.

В работах (M. Skutella and M. Uetz. Stochastic machine scheduling with precedence constraints // SIAM Journal on Computing, 34(4), pp. 788-802, 2005. DOI. 10.1137/S0097539702415007, Andreas S. Schulz. New Old Algorithms for Stochastic Scheduling. In Algorithms for Optimization with Incomplete Information. Dagstuhl Seminar Proceedings, Volume 5031, pp. 1-9, SchlossDagstuhl – Leibniz-ZentrumfürInformatik (2005). <https://doi.org/10.4230/DagSemProc.05031.18>) рассматривается стохастическая задача планирования идентичных параллельных машин с целью минимизации ожидаемого общего взвешенного времени завершения набора работ. Применяются рандомизированные и детерминированные алгоритмы. Анализ основан на релаксации линейного программирования для стохастических задач планирования. Задача линейного программирования соответствует одной детерминированной машине с временем обработки $\frac{\mu_j}{m}$:

$$\min \sum_{j \in N} w_j T_j,$$

$$\sum_{j \in S} \frac{\tau_j}{m} T_j \geq \frac{\sum_{j \in S} \mu_j}{m} \left(r_{\min}(S) + \frac{\sum_{j \in S} \mu_j}{2m} \right), \forall S \subseteq N,$$

$$T_j = \frac{1}{p_j r_j} \int_0^{\infty} I_j(t) t dt.$$

Здесь T_j – среднее время занятости (средний момент времени, в который одна машина занята обработкой задания j , $I_j = 1$, если машина обрабатывает задание j в момент времени t , иначе 0. Каждое задание j имеет неотрицательный вес w_j , время обработки p_j и время начала обработки r_j , $r_{\min}(S) = \min\{r_j : j \in S\}$. Каждая машина может обрабатывать не более одной работы одновременно. Здесь N обозначает набор всех работ ($N = \{1, \dots, n\}$).

В работе [10] время обработки заданий характеризуется нормальным распределением.

Цель состоит в назначении задания машинам таким образом, чтобы максимизировать вероятность того, что все задания будут завершены до заданного общего срока выполнения. Для решения задачи используется свойство, согласно которому сумма независимых нормально распределенных переменных имеет нормальное распределение. Двоичная переменная решения z_{ij} равна 1 тогда и только тогда, когда работа j выполняется на машине i . Задача имеет вид нелинейного дискретного программирования:

$$\begin{aligned} \max \prod_{i \in M} \Phi \left(\frac{\delta - \mu_{M_i}}{\sqrt{\sigma_{M_i}^2}} \right), \\ \mu_{M_i} = \sum_{j \in M} \mu_j z_{ij} \quad \forall i \in M, \\ \sigma_{M_i}^2 = \sum_{j \in M} \sigma_j^2 z_{ij} \quad \forall i \in M, \end{aligned} \quad (1)$$

где Φ – функция нормального распределения μ_{M_i} , $\sigma_{M_i}^2$ – средние значения дисперсии и общего времени обработки на машине i .

Для решения подобных задач в работе (Mohammad Ranjbar, Morteza Davari and Roel Leus. Two branch-and-bound algorithms for the robust parallel machine scheduling problem // Computers & Operations Research. Vol. 39, Iss. 7, July 2012, pp. 1652-1660. doi.org/10.1016/j.cor.2011.09.019) применялся метод ветвей и границ. В работе [11] показывается, как существующие методы обучения, ориентированные на принятие решений, основанные на стохастическом сглаживании, можно адаптировать к задаче планирования. Обучение, ориентированное на принятие решений (DFL), подробно рассмотрено в [12], где отмечается, что обучение, ориентированное на принятие решений (DFL), является новой парадигмой машинного обучения для оптимизации решений, объединяющей прогнозирование и оптимизацию в едином процессе.

Как уже было сказано, методы дискретной оптимизации типа метода ветвей и границ являются NP-трудными, что является существенным при решении задач большой размерности. Успешное применение генетических алгоритмов обусловлено совершенствованием используемых в них операторов. В работе [13] из набора операторов отбора («рулетка», однородный отбор, турнирный отбор) выбрали турнирный отбор. Оценка сложности алгоритмов оптимизации времени выполнения работ с нормальным распределением времени обработки проведена в статье [14]. В работе [15] турнирный отбор адаптируется к стохастическому поведению ра-

бочего процесса с сортировкой результатов нескольких реализаций.

Авторы статьи [16] предлагают самообучающийся генетический алгоритм, в котором параметры корректируются в процессе глубокого обучения. В работах [17, 18] для глубокого обучения применяется архитектура многоточечных графовых нейронных сетей. В статье для решения многокритериальных задач предлагается использовать две популяции. Стратегия отбора второй популяции основана на глубоком обучении.

Постановка задачи

Задача стохастического планирования загрузки оборудования формулируется следующим образом. Имеется множество заданий. Под заданием понимается любой вид работы в технологическом процессе.

Для выполнения определенного задания необходимо использовать какой-либо набор оборудования, одинакового или различного типа (множество машин). Выполнение каждого задания на машине характеризуется временем. В соответствии с технологическим процессом для каждого или для некоторых работ предписывается технологический маршрут прохождения машин.

Для заданного производственного цикла, например изготовление комплектующих для узла или изделия с последующей сборкой, требуется определить конечный срок изготовления комплектующих. Обеспечение равномерной загрузки оборудования определяется минимальными затратами времени на выполнение всех необходимых работ.

Имеющаяся неопределенность, например в сроках выполнения одного задания, может приводить к срыву планируемых сроков работ. Поэтому при наличии статистической информации целесообразно использовать методы стохастического планирования. При массовом производстве несложно собрать информацию об отклонении времени выполнения заданий в технологическом процессе от нормативных значений.

Для решения задач производственного планирования в условиях неопределенности рассмотрим применение генетического алгоритма. В работе [19] исследовалось влияние неопределенности на основе нечеткой логики. Было установлено, что конечное время завершения работ при учете возможной задержки при обработке существенно увеличивается.

В работе применялся один из способов выполнения нечетких арифметических операций.

Другие способы, например α -cut (Klir G.J., BoYuan. Fuzzy Sets and Fuzzy Logic // Theory and Applications. QA-248. K487, 1995, pp.574. ISBN 0-13-101171-5), приводят к другим количественным результатам.

Формализация задачи. Имеется два множества. Множество заданий или работ, обозначенное J , содержит m элементов, т. е. $m = |J|$. Для обработки заданий имеется множество M , состоящее из n типов машин $n = |M|$.

Операции выполнения i -х заданий на j -й машине имеет продолжительность $\tau_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$. Каждое задание выполняется в определенной последовательности на определенном оборудовании (технологический маршрут).

Маршрут $L_i = (p_{i1} \dots p_{iK(i)})$ содержит заданную последовательность номеров машин.

Может быть несколько машин одного типа. Если результатом планирования является наименьшее время выполнения всех заданий, то целевая функция записывается в виде

$$\max_{i \in J} \left(\sum_{j \in M} t_{ij}(C) \right) \rightarrow \min. \quad (2)$$

Переменными в задаче (1) является последовательность номеров заданий, выполняемых на требуемых машинах.

Эта последовательность C задается вместо дискретных переменных в задаче (1): $z_{ij} = 1$, если работа i выполняется на машине j , иначе $z_{ij} = 0$. Считаем, что продолжительность работ $\tau_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ распределена по нормальному закону с математическим ожиданием μ_{ij} и дисперсией σ_{ij} .

Можно принять, что время обработки может отклоняться от нормативных показателей только в сторону увеличения из-за возникающих в процессе производства помех.

К модели (2) при необходимости добавляются дополнительные ограничения.

Например, заданное время на регламентные мероприятия или время на доставку изделий для обработки.

Алгоритм решения

Для решения задачи составления производственного расписания в работах [19] и (Тенев В. А., Якимович Б. А. Генетические алгоритмы в моделировании систем. Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. 308 с. ISBN 978-5-7526-0472-0) описано применение генетического алгоритма.

Хромосома была представлена в виде сети Петри. Основной сложностью использования для кодирования хромосомы сетей Петри является нахождение достижимости сети. После операций скрещивания и мутации часто возникает необходимость дополнительной доработки результата для обеспечения допустимости сети Петри. В настоящей работе более удобным является другой способ кодирования хромосомы.

Хромосома строится таким образом, что она представляет собой набор номеров заданий, которые выполняются последовательно на свободных машинах в соответствии с технологическим маршрутом. В табл. 2 показана реализация процедуры скрещивания двух хромосом для случая четырех работ ($m=4$) и трех машин ($n=3$) для технологических маршрутов, приведенных в табл. 1.

Таблица 1. Технологические маршруты

Table 1. Technological routes

1	2	3
3	1	2
2	3	1
1	3	2

Строки в табл. 1 соответствуют работам, столбцы – машинам. Рассмотрим хромосому C_1 . Первой выполняется работа 2. Согласно табл. 1 она выполняется сначала на машине 3. Задание 2 должно выполняться три раза на машинах 3, 1, 2, поэтому в хромосоме всегда будут встречаться три раза числа 2. Последовательность выполнения кодируется представлением S_1 . Для работы с номером i , S_1 кодируется следующим образом $s_{1r}(i) = N_{10}i + k, k = \overline{1, K(i)}$, где $N_{10} = 10^h$ – число 10 в степени h , $K(i)$ – количество машин для обработки, $r = \overline{1, H}$ – определяет положение числа i в хромосоме длиной H . Номер машины равен p_{ik} из табл. 1.

Таблица 2. Процедура скрещивания

Table 2. Crossbreeding procedure

C_1	C_2	S_1	S_2	Sh	X_1	X_2	X_3	C_3
2	2	201	201	101	4	4	4	2
1	2	101	202	102	1	5	5	2
2	4	202	401	103	5	10	1	1
2	4	203	402	201	6	11	6	2
4	3	401	301	202	10	7	10	4
3	2	301	203	203	7	6	7	3
4	1	402	101	301	11	1	11	4
3	1	302	102	302	8	2	8	3
4	4	403	403	303	12	12	12	4
3	3	303	302	401	9	8	9	3
1	1	102	103	402	2	3	3	1
1	3	103	303	403	3	9	2	1

Оператор скрещивания предполагает дальнейшее кодирование. Для хромосомы составляется шаблон Sh . Затем последовательность S_1 преобразуется в X_1 по следующему правилу:

находится номер $i = \lfloor s_{1r}(i) / N_{10} \rfloor$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ означает целую часть числа;

определяется $x_{1r}(i) = s_{1r}(i) - N_{10}i - (i-1)K(i)$.

Кодировка X_1 участвует в скрещивании с кодировкой X_2 для второй хромосомы C_2 . Случайным образом выбираются два сечения $r_1 > 1, r_1 < r_2 \leq H$. В табл. 2 сечения (5–8) выделены цветом. Для одного из потомков выбранная часть последовательности X_1 заменяет соответствующую часть в X_2 . Числа из этой части, уже имеющиеся в X_2 , заменяются числами из X_1 перебором, начиная с первой позиции. Результатом является кодировка X_3 . Декодирование проводится с использованием шаблона Sh :

$$C_3 = (c_{3r}) = \left(\left\lfloor \frac{Sh(x_{3r})}{N_{10}} \right\rfloor \right), r = \overline{1, H}.$$

Для мутации применяется оператор случайной генерации новой хромосомы. Псевдокод:

```

r:=0; k(i):=0;
while r<H do
  {i:=1+random(m);
  if (k(i)<K(i)) then
  { r:=r+1; C(r):=i; k(i):=k(i)+1}}

```

Для оператора отбора применяется турнирный метод. Учет вероятностного распределения продолжительности времени обработки задания на машине проводится подобно методу статистических испытаний. В генетических алгоритмах все-

гда присутствует фактор случайности: случайно выбираются пары для скрещивания; с заданными вероятностями осуществляются скрещивание и мутации; случайным образом иницируется начальная популяция. Эти свойства дополнительно помогают реализовать метод статистических испытаний при расчете целевой функции. На каждой итерации при расчете времени $t_{ij} + \tau_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ величина τ_{ij} генерируется функцией $RandG$ для нормального распределения $\tau_{ij} = RandG(\mu_{ij}, \sigma_{ij})$. Количество реализаций Nv на каждом шаге задано. Псевдокод для расчета времени t_{ij} и конечного времени Tk :

$k():=0; tc():=0; tr():=0; tk:=0;$

Cycle (v: 1 to Nv)

```

{
  Cycle(r: 1 to H)
  {
    i:=C(r); k(i):=k(i)+1;
    if (k(i)>n) then j:=K(i, k(i));
    T:=Max(tr(j), tc(j));
     $\tau_{ij}:=0;$ 

```

$while(\tau_{ij} < \mu_{ij}) \{ \tau_{ij} := RandG(\mu_{ij}, \sigma_{ij}) \}$

$tc(i):=T + \tau_{ij};$

$t(i, j):=tc(i); tr(j):=tc(i);$

$tk:=tk+MaxValue(tc());$

$Tk:=tk/Nv;$

Расчеты показали, что количество реализаций Nv достаточно брать не более 10. Дополнительные ограничения учитываются на этапе

расчета времени. Если времени достаточно для выполнения задания, работа поступает на машину. В противном случае работа находится в режиме ожидания, если отсутствуют свободные параллельные машины.

Результаты расчетов

В качестве варианта для планирования рассматривается набор деталей для нефтяного машиностроения. Номенклатура 10 работ приведена в табл. 3.

Таблица 3. Номера и название работ

Table 3. Numbers and titles of works

1	УП 030.20.14.003 РОЛИК
2	УПО 30.20.14.004 ВТУЛКА ДИСТАНЦИОННАЯ
3	УП 030.20.14.005 ОСЬ РОЛИКА
4	УП 030.20.14.201 НИППЕЛЬ
5	УП 030.20.14.202 УДЛИНИТЕЛЬ
6	УП 030.20.16.003 КРЫШКА
7	УП 030.20.16.101 РОЛИК
8	УП 030.20.17.002 ВТУЛКА ДИСТАНЦИОННАЯ
9	11 ГРИ.04.001 ФЛАНЕЦ НАЖИМНОЙ
10	11 ГРИ.04.003 ВТУЛКА НАЖИМНОГО ФЛАНЦА

Детали проходят обработку на оборудовании 22 типов (табл. 4).

Таблица 4. Номера и названия машин

Table 4. Numbers and titles of machines

1	Ленточно-отрезная
2	Токарно-винторезная
3	Токарно-винторезная 1
4	Токарно-винторезная 2
5	Фрезерная
6	Фрезерная с ЧПУ
7	Сверлильная
8	Токарная с ЧПУ
9	Токарная с ЧПУ1
10	ТО-Закалка
11	Очистка дробеструйная
12	Внутришлифовальная
13	Слесарная
14	Цинкование
15	Фосфатирование
16	Разметка
17	ТО - Закалка
18	Очистка дробеструйная
19	Токарная с ЧПУ2
20	Токарная с ЧПУ3
21	Токарная с ЧПУ4
22	Токарная с ЧПУ5

Нормативное время на выполнение заданий в минутах представлено в табл. 5.

Таблица 5. Нормативное время на выполнение заданий

Table 5. Standard time for completing tasks

		Задания									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Машины	1	2.307	0.440	0.618	0.466	0.519	1.723	3.222	0.738	0	0
	2	6.380	9.090	7.900	9.837	13.27	5.910	8.360	15.47	2.670	1.980
	3	0	9.520	18.350	0	9.190	6.110	0	9.628	2.322	9.240
	4	0	0	2.400	0	0	0	0	0	0	3
	5	0	0	3.260	6.64	9.980	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	8.540	0	0	0	0
	7	9.130	0	1.424	8.594	0	13.120	11.320	0	1.680	0
	8	8.165	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	8.405	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	10	8.225	0	0	0	0	0	0	13.820	0	0
	11	2.718	0	0	0	0	0	0	0	1.536	0.762
	12	9.960	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0.180	0	1.200	1.380	1.620	0.720	0	0	0	0
	14	8	0	0	0	0	3.525	8	0	0	0
	15	0	0.301	0.401	0	0	0	0	0	0.200	0.282

Окончание таб. 5

		Задания									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Машины	16	0	0.720	0	0.720	0	0	0	0	0	0
	17	0	0	3.235	0	0	0	0	0	0	0
	18	0	0	2.040	0	0	0	0	0	0	0
	19	8.165	0	0	0	0	0	12.950	0	0	0
	20	8.405	0	0	0	0	0	16.130	0	0	0
	21	0	0	0	0	0	0	8.898	0	0	0
	22	0	0	0	0	0	0	14.970	0	0	0

Последовательность выполнения работ на машинах приведена в табл. 6.

Таблица 6. Технологические маршруты заданий

Fig. 5. Technological routes of tasks

Задания	1	1	2	7	20	21	17	11	12	13	14	
	2	1	2	3	15							
	3	1	2	3	5	13	16	7	10	18	4	15
	4	1	2	5	13	16	7					
	5	1	2	3	5	13						
	6	1	2	3	6	7	13	14				
	7	1	2	7	19	20	17	21	22	14		
	8	1	2	3	15							
	9	18	1	2	7	15						
	10	18	1	2	3							

Принимается, что в табл. 5 содержатся математические ожидания продолжительности выполнения заданий μ_{ij} при одностороннем нормальном распределении ($\tau_{ij} \geq \mu_{ij}$). Дисперсия распределения задается в виде произведения задаваемого коэффициента q на матожидание времени выполнения:

$$\sigma_{ij} = q\mu_{ij}. \tag{3}$$

Коэффициент в выражении (3) в расчетах изменялся от 0 до 0,5. При расчете выбранного варианта заданы следующие значения параметров алгоритма: объем популяции 20; вероятность скрещивания 0,9; вероятность мутации 0,01.

На рис. 1 показана сходимость итерационного процесса при выполнении генетического алгоритма в виде зависимости целевой функции (2) от номера итерации.

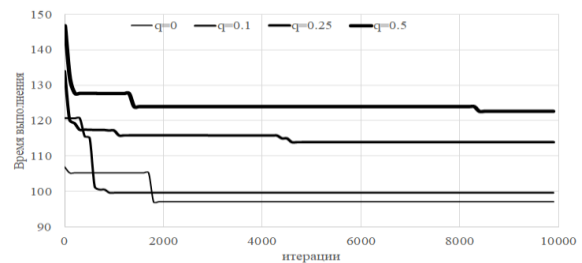


Рис. 1. Зависимости целевой функции от номера итерации

Fig. 1. Objective function dependencies on iteration number

На рис. 1 приведены варианты для значений коэффициента $q = (0; 0,10; 0,25; 0,50)$. Увеличение дисперсии ожидаемо приводит к увеличению времени выполнения всех работ. Зависимости величины целевой функции, среднего времени μ и дисперсии σ от коэффициента q показано на рис. 2.

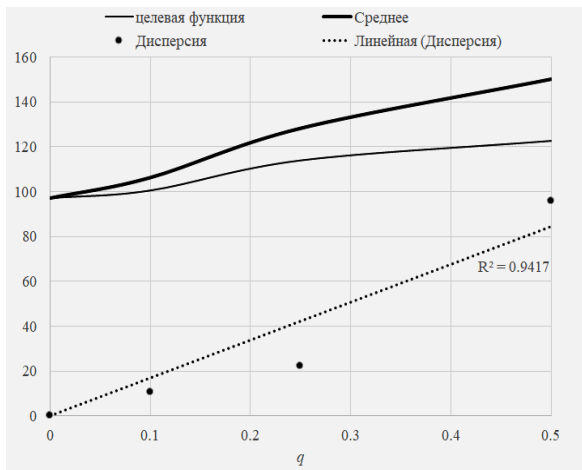


Рис. 2. Зависимости величины целевой функции, среднего времени и дисперсии от коэффициента q

Fig 2. Dependence of the objective function value, mean time and variance on the coefficient q

При дисперсии $\sigma_{ij} = 0,5\mu_{ij}$ время на выполнение заданий может увеличиться в полтора раза. Плотность распределения времени выполнения заданий показана на рис. 3.

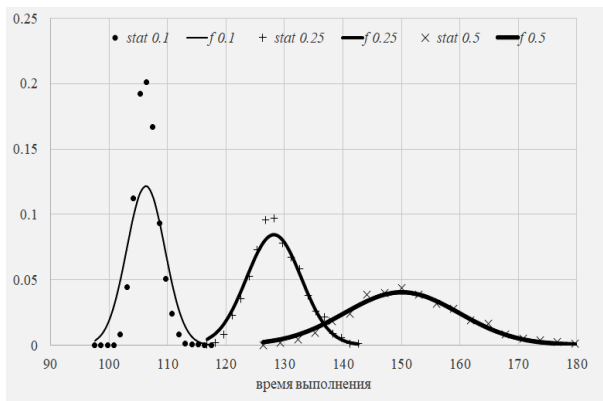


Рис. 3. Плотность распределения времени выполнения заданий

Fig 3. Job Runtime Density

На рис. 3 для трех значений $q = (0,10; 0,25; 0,50)$ приведены плотности распределения случайных величин времени выполнения всех заданий, полученные методом статистических испытаний при реализации генетического алгоритма (обозначения маркеров $statq$) на рис. 3. Там же сплошными линиями показаны функции плотности нормального распределения с математическим ожиданием и дисперсий из рис. 2:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Как видно из рис. 3, полученные при оптимизации распределения находятся близко к нормальному закону распределения. При рас-

смотрении модели (1) отмечалось свойство: сумма независимых нормально распределенных переменных имеет нормальное распределение. Рис. 3 иллюстрирует выполнение этого свойства для конечного результата. Коэффициент достоверности линейной аппроксимации полученной дисперсии равен $R^2 = 0,94$, что соответствует уровню доверительной вероятности 0,99.

Проведен сравнительный расчет по данным, приведенным в [13], при планировании с применением нечеткой логики. Рассматривался вариант с девятью работами на восьми машинах. Допустимое отклонение по времени выполнения задания считается пропорциональным времени обработки с коэффициентом $\Delta = 0,1$. При этом значении Δ в [19] получено время 72,9. При $\Delta = 0$ время 42,3. Расчеты по предлагаемому методу получились, соответственно, 46,5 при $q = 0,1$ и 41,5 для $q = 0$. Меньшее время при отсутствии неопределенности связано с изменением плана работ. В работе [13] последней работой был номер 6, в настоящей статье номер 7. Более близкий к оптимальному результат получен благодаря более гибкому кодированию хромосом. При $q = 0,5$ для среднего времени получено значение 63,9. Величины Δ, σ определяют тенденцию увеличения времени выполнения заданий. Определение величины Δ должно основываться на экспертных оценках. Дисперсия σ находится в результате обработки статистического материала по загрузке оборудования.

Заключение

В работе для решения задач производственного планирования при наличии неопределенности в сроках выполнения заданий на технологическом оборудовании предложено применять генетический алгоритм, включающий элементы метода статистических испытаний. В генетическом алгоритме используется гибкая схема кодирования хромосомы. Эта схема позволяет генерировать допустимые решения во всех генетических операторах: скрещивания, мутации и отбора. Это позволило получить решение с меньшим значением целевой функции по сравнению с методом кодирования с применением сетей Петри. Применение нормального закона распределения случайных величин времени выполнения работ на машинах приводит к распределению, близкому к нормальному, для конечного времени выполнения последней работы. При этом

имеется линейная зависимость рассчитанной дисперсии от задаваемого уровня дисперсий. Среднее время выполнения последней работы увеличивается в полтора раза (1,54) при задании дисперсий в виде $\sigma_{ij} = 0,5\mu_{ij}$.

Библиографические ссылки

1. Системный анализ, математическое моделирование и оптимизация процесса формирования производственного расписания обработки металлоконструкций / А. А. Большаков, Л. А. Слободянюк, О. Е. Шашихина, Я. А. Ковальчук // Вестник Технологического университета. 2021. Т. 24, № 7. С. 84–92.

2. Константинова А. Ю. Планирование производства промышленного предприятия на этапе реконструкции средствами искусственного интеллекта // Матрица научного познания. 2020. № 6. С. 71–76. ISSN 2541-8084.

3. Шитов А. Е., Журавлев И. А. Исследование работы генетического алгоритма в процессе производственно-хозяйственной деятельности // Наукосфера. 2021. № 12-1. С. 236–240. DOI: 10.5281/zenodo.5788763.

4. Семенов Г. Е., Кейно П. П. Применение математических моделей на основе генетических алгоритмов в задачах планирования сложных технических объектов // Прикладная информатика. 2019. Т. 14, № 2 (80). С. 56–62. DOI: 10.24411/1993-8314-2019-10005.

5. Горовых И. И., Горовых С. Н. Гибридный подход к решению NP - сложных задач настройки производства: объединение метода ветвей и границ с генетическим алгоритмом // Молодой исследователь Дона. 2024. Т. 9, № 1 (46). С. 10–19. eISSN 2500-1779.

6. Сочнев А. Н. Планирование производства на основе управляемой генетическим алгоритмом имитационной модели // Техника и технологии. 2021. № 14 (2). С. 233–243. DOI: 10.17516/1999-494X-0304.

7. Семенкина О. Е., Попов Е. А. Бионические алгоритмы решения иерархической задачи составления расписания при оперативном планировании производства // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия приборостроение. Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет) (Москва). 2019. № 3 (126). С. 46–63. DOI: 10.18698/0236-3933-2019-3-46-63.

8. Шашихина О. Е., Чистякова Т. Б. Компьютерная система для оптимального планирования полимерных производств // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). 2021. № 59 (85). С. 94–100. DOI: 10.36807/1998-9849-2021-59-85-94-100.

9. Stéphane Dauzère-Pérès, Junwen Ding, Liji Shend, Karim Tamssaouet. The flexible job shop scheduling problem: A review // European Journal of Operational

Research 314 (2024), pp. 409–432, journal homepage: www.elsevier.com/locate/ejor.

10. Richard Stec, Antonin Novak, Premysl Sucha, Zdenek Hanzalek. Scheduling Jobs with Stochastic Processing Time on Parallel Identical Machines // Proceedings of the Twenty-Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-19), pp. 5628-5634. <https://doi.org/10.24963/ijcai.2019/781>.

11. Kim van den Houten, David M.J. Tax, Mathijs de Weerd. Learning from Scenarios for Repairable Stochastic Scheduling // Conference paper. Integration of Constraint Programming Artificial Intelligence and Operations Research. 21st International Conference CPAIOR 2024 Uppsala Sweden May 28-31, 2024. Proceedings Part II, pp. 234-242.

12. Jayanta Mandi, James Kotary, Senne Berden, Maxime Mulamba, Victor Bucarey, Tias Guns and Ferdinando Fioretto. Decision-Focused Learning: Foundations, State of the Art, Benchmark and Future Opportunities // <https://arxiv.org/abs/2307.13565>.

13. Sahar Habbadi, Brahim HERROU, Souhail SEKKAT. Job Shop Scheduling Problem Using Genetic Algorithms // Proceedings of the 5th European IEOM Rome Conference, July 25-28 2022, pp. 3050-3062. DOI 10446254/EU05.20220592.

14. Tao L., Chen L., & Zhang G. Scheduling Stochastic Jobs - Complexity and Approximation Algorithms. Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling, 31 (1), 2021, 367-375. [Doi.org/10.1609/icaps.v31i1.15982](https://doi.org/10.1609/icaps.v31i1.15982).

15. Ensieh Ghaedy-Heidary, Erfan Nejati, Amir Ghasemi, S. Ali Torab. A simulation optimization framework to solve Stochastic Flexible Job-Shop Scheduling Problems - Case: Semiconductor manufacturing // Computers & Operations Research 163 (2024). [Doi.org/10.1016/j.cor.2023.106508](https://doi.org/10.1016/j.cor.2023.106508).

16. Ronghua Chen, Bo Yang, Shi Li, Shilong Wang. A self-learning genetic algorithm based on reinforcement learning for flexible job-shop scheduling problem // Computers & Industrial Engineering, Volume 149, November 2020. [Doi.org/10.1016/j.cie.2020.106778](https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106778).

17. Kun Lei, Peng Guo, Wenchao Zhao, Yi Wang, Linmao Qian, Xiangyin Meng, Liansheng Tang. A multi-action deep reinforcement learning framework for flexible Job-shop scheduling problem // Expert Systems with Applications. Volume 205, 2022, 117796. [Doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117796](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117796).

18. Zhang J., Cai J. A. Dual-Population Genetic Algorithm with Q-Learning for Multi-Objective Distributed Hybrid Flow Shop Scheduling Problem // Symmetry 2023, 15 (4), 836; <https://doi.org/10.3390/sym15040836>.

19. Великий С. И., Горохов М. М., Тенев В. А. Задача производственного планирования с неопределенностью времени выполнения работ // Интеллектуальные системы в производстве. 2024. Т. 22, № 1. С. 48–55. DOI: 10.22213/2410-9304-2024-1-48-55.

References

1. Bolshakov A.A., Slobodyanyuk L.A., Shashikhina O.E., Kovalchuk Y.A. [System analysis, mathematical

modeling and optimization of the process of forming a production schedule for processing metal structures]. *Vestnik Tekhnologicheskogo universiteta*. 2021. Vol. 24, no. 7. Pp. 84-92 (in Russ.).

2. Konstantinova A.Yu. [Planning the production of an industrial enterprise at the stage of reconstruction by means of artificial intelligence]. *Matritsa nauchnogo poznaniya*. 2020. No. 6. Pp. 71-76. ISSN 2541-8084 (In Russ.).

3. Shitov A.E., Zhuravlev I.A. [Study of the work of a genetic algorithm in the process of production and economic activity]. *Naukosfera*. 2021. No. 12-1. Pp. 236-240 (in Russ.). DOI: 10.5281/zenodo.5788763.

4. Semenov G.E., Keino P.P. [Application of mathematical models based on genetic algorithms in planning problems of complex technical objects]. *Prikladnaya informatika*. 2019. Vol. 14, no. 2. Pp. 56-62 (in Russ.). DOI: 10.24411/1993-8314-2019-10005.

5. Gorovykh I.I., Gorovykh S.N. [Hybrid approach to solving NP - complex production setup problems: combining the branch and boundary method with a genetic algorithm]. *Molodoi issledovatel' Dona*. 2024. Vol. 9, no. 1. Pp. 10-19. eISSN 2500-1779 (in Russ.).

6. Sochnev A.N. [Production planning based on a genetic algorithm-driven simulation model]. *Tekhnika i tekhnologii*. 2021. No. 14. Pp. 233-243. DOI: 10.17516/1999-494X-0304.

7. Semenina O.E. Popov E.A. [Bionic algorithms for solving the hierarchical scheduling problem in operational production planning]. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N. E. Baumana. Seriya priborostroenie*. 2019. No. 3, pp. 46-63 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3933-2019-3-46-63.

8. Shashikhina O.E., Chistyakova T.B. [Computer system for optimal planning of polymer production]. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo instituta (tekhnicheskogo universiteta)*. 2021. No. 59. Pp. 94-100 (in Russ.). DOI: 10.36807/1998-9849-2021-59-85-94-100.

9. Stéphane Dauzère-Pérès, Junwen Ding, Liji Shend, Karim Tamssaouet. The flexible job shop scheduling problem: A review. In *European Journal of Operational Research* 314 (2024), pp. 409-432, journal homepage: www.elsevier.com/locate/ejor.

10. Richard Stec, Antonin Novak, Premysl Sucha, Zdenek Hanzalek. Scheduling Jobs with Stochastic Processing Time on Parallel Identical Machines. In *Proceedings of the Twenty-Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-19)*, pp. 5628-5634. <https://doi.org/10.24963/ijcai.2019/781>.

11. Kim van den Houten, David M.J. Tax, Mathijs de Weerd. Learning from Scenarios for Repairable Stochastic Scheduling. In *Conference paper. Integration of Constraint Programming Artificial Intelligence and Operations Research. 21st International Conference CPAIOR 2024 Uppsala Sweden May 28-31, 2024. Proceedings Part II*, pp. 234-242.

12. JayantaMandi, James Kotary, Senne Berden, Maxime Mulamba, Victor Bucarey, Tias Guns and Ferdinando Fioretto. Decision-Focused Learning: Foundations, State of the Art, Benchmark and Future Opportunities. URL: <https://arxiv.org/abs/2307.13565>.

13. Sahar Habbadi, Brahim HERROU, Souhail SEKKAT. Job Shop Scheduling Problem Using Genetic Algorithms // *Proceedings of the 5th European IEOM Rome Conference, July 25-28 2022*, pp. 3050-3062. DOI 10446254/EU05.20220592.

14. Tao L., Chen L., & Zhang G. Scheduling Stochastic Jobs - Complexity and Approximation Algorithms. *Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling*, 31 (1), 2021, 367-375. [Doi.org/10.1609/icaps.v31i1.15982](https://doi.org/10.1609/icaps.v31i1.15982).

15. Ensieh Ghaedy-Heidary, Erfan Nejati, Amir Ghasemi, S. Ali Torab. A simulation optimization framework to solve Stochastic Flexible Job-Shop Scheduling Problems – Case: Semiconductor manufacturing. In *Computers & Operations Research* 163 (2024). [Doi.org/10.1016/j.cor.2023.106508](https://doi.org/10.1016/j.cor.2023.106508).

16. Ronghua Chen, Bo Yang, Shi Li, Shilong Wang. A self-learning genetic algorithm based on reinforcement learning for flexible job-shop scheduling problem. In *Computers & Industrial Engineering*, Volume 149, November 2020. [Doi.org/10.1016/j.cie.2020.106778](https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106778).

17. Kun Lei, Peng Guo, Wenchao Zhao, Yi Wang, Linmao Qian, Xiangyin Meng, Liansheng Tang. A multi-action deep reinforcement learning framework for flexible Job-shop scheduling problem. In *Expert Systems with Applications*. Volume 205, 2022, 117796. [Doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117796](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117796).

18. Zhang, J., Cai, J. A. Dual-Population Genetic Algorithm with Q-Learning for Multi-Objective Distributed Hybrid Flow Shop Scheduling Problem. In *Symmetry* 2023, 15(4), 836; <https://doi.org/10.3390/sym15040836>.

19. Veliky S.I., Gorokhov M.M., Tenenev V.A. [Task of production planning with uncertainty of work execution time]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2024. Vol. 22, no. 1. Pp. 48-55 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2024-1-48-55.

* * *

Stochastic Production Process Planning

S. I. Velikiy, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

M. M. Gorokhov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Chief Researcher, Federal State Institution Research Institute of the Federal Penitentiary Service of Russia, Moscow, Russia

V. A. Tenenev, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

Uncertainty is an unavoidable element in many practical production planning and scheduling environments. The problem is formulated as follows. There are many tasks. The task is understood as any type of work within the technological process. Many machines must be used to complete a particular task. The execution of each task on a machine is characterized by indefinite time. In accordance with the technological process, a technological route representing a sequence of machines is prescribed for each or for some works. For practical use, methods using genetic algorithms are used to support planning within the production system. The genetic algorithm belongs to the category of artificial intelligence. This is a very effective algorithm to find optimal or close to optimal solutions of an optimization problem. Due to the fact that discrete optimization methods, such as the branch and boundary method, are NP difficult, it is proposed to use a genetic algorithm that includes elements of the statistical test method to solve production planning problems with timing uncertainty of tasks on process equipment. The genetic algorithm uses a flexible chromosome coding scheme. This scheme allows generation of valid solutions in all genetic operators: crosses, mutations and selection. This made it possible to obtain a solution with a lower value of the objective function compared to the method of encoding using Petri nets. The application of the normal distribution law of random work time values on machines leads to a distribution close to normal for finite time of the final operation. There is a linear relationship between the calculated and given deviation levels. Final operation mean time is increased 1.54 times when deviation is being set as $\sigma_{ij} = 0.5\mu_{ij}$.

Keywords: stochastic planning, optimization problems, genetic algorithm, statistical testing method, production schedule.

Получено: 07.10.24

Образец цитирования

Великий С. И., Горохов М. М., Тенев В. А. Стохастическое планирование производственных процессов // Интеллектуальные системы в производстве. 2025. Т. 23, № 1. С. 54–64. DOI: 10.22213/2410-9304-2025-1-54-64.

For Citation

Velikij S.I., Gorokhov M.M., Tenenev V.A. [Stochastic planning production processes]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2025, vol. 23, no. 1, pp. 54-64. DOI: 10.22213/2410-9304-2025-1-54-64.