

УДК 681.586.2

DOI: 10.22213/2410-9304-2025-4-10-15

## Совершенствование методик оценки параметров волновых твердотельных гироскопов

Г. А. Трутнев, кандидат технических наук, АО «ИЭМЗ «Купол», Ижевск, Россия

И. Д. Измestьев, аспирант, АО «ИЭМЗ «Купол», Ижевск, Россия

А. В. Щенятский, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

*В работе исследуются методы оценки параметров волнового твердотельного гироскопа (ВТГ). Они основаны на изменении фазовых переменных резонатора при постоянных условиях внешней среды (угловая скорость, вибрации, температура и т. д.). Это позволяет точно определить параметры, характеризующие неидеальность подсистем гироскопа. Предлагается математическая модель ВТГ в виде динамической системы, включающей измерительную и вычислительную компоненты. Модель учитывает вектор фазовых переменных динамики чувствительного элемента, вектор наблюдения фазовых переменных, вектор управления динамикой резонатора, формируемый в цифроаналоговой подсистеме, и вектор управления, создаваемый в вычислительной компоненте с помощью функции  $V$ , зависящей от алгоритмов обработки сигналов. Эта модель отличается от существующих тем, что учитывает основные погрешности измерительного тракта. Это позволяет определять не только механические параметры, но и параметры, связанные с неидеальностью измерительного тракта. Для настройки изделий выбраны критерии качества, минимизирующие норму погрешности оценки угловой скорости относительно заданного значения. Обзор современной литературы показал, что базис основных квадратичных форм удобен для разработки методик оценки физических параметров. Он используется для оценки параметров по данным в режиме свободного выбега. Описаны основные аспекты оценки параметров и недостатки существующих методик. Проведены математические преобразования, в результате которых получена математическая модель динамики волнового твердотельного гироскопа по основной форме колебаний резонатора в базисе основных квадратичных форм. Учтены возможные искажения аналогового измерительного тракта. Рассмотрен частный случай для основных погрешностей измерительного тракта, таких как неоднородность коэффициентов усиления и рассогласование фазовых задержек информационных каналов. Установлено, что полученная модель точно описывает зависимость механических параметров, параметров искажений измерительного тракта, волновых параметров и их производных. Результаты численного эксперимента подтверждают адекватность полученных выражений. Даны численные оценки точности параметров волнового твердотельного гироскопа. Также описаны перспективы совершенствования математических моделей и подходов.*

**Ключевые слова:** волновой твердотельный гироскоп, динамическая система, базис основных квадратичных форм, оценка параметров, погрешность измерительного.

### Введение

Решение современных актуальных задач автономной навигации беспилотных объектов требует точных и надежных датчиков первичной информации. Одним из наиболее зарекомендовавших себя датчиков для этих целей является волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) [1, 2]. К основным преимуществам данного типа гироскопов относят: высокую точность и надежность, виброустойчивость к механическим перегрузкам, широкий динамический диапазон, малые габариты, возможность реализации различных режимов работы [3]. ВТГ применяется в широкой номенклатуре инерциальных систем: системы стабилизации [4], бесплатформенные навигационные приборы [5], инклинометры [6] и др. Основной характеристикой ВТГ как измерительной системы [7] является точность оценки проекции угловой скорости. Теме повышения точностных характеристик данного вида приборов посвящено множество работ: исследуется влияние механических параметров на точностные параметры [8], разрабатываются подсистемы управления динамикой колебаний резонатора [9], изучаются вопросы цифровой обработки сигналов [10] и другие направления. Направление повышения точностных характеристик ВТГ включает методическое обеспечение нахождения оценок параметров ВТГ [11].

### Основная часть

Методики оценки параметров ВТГ применяются как для решения производственных задач, в частности контроля качества изделий, так и для повышения точностных характеристик оценок угловой скорости с помощью волнового твердотельного гироскопа в составе инерциальных систем: устранение собственного ухода, снижение нелинейности выходного сигнала, уменьшение несистематических погрешностей (шумовые характеристики) [12, 13]. Основными управляемыми факторами точностных параметров, на которые можно воздействовать собственными подсистемами ВТГ, являются фазовые переменные.

При этом известно, что на точностные характеристики влияют и другие факторы, в частности температура окружающей среды [14], которая в свою очередь изменяет резонансную частоту колебаний рабочих мод чувствительного элемента. Частота резонатора является величиной наблюдаемой, при этом в отсутствие термостабилизации – неуправляемой.

В частности, изменение температуры резонатора и всего прибора в целом происходит в первое время после включения вследствие рассеивания тепла электронных компонент, после чего прибор приходит в тепловое равновесие.

В дальнейшем будут исследоваться аспекты методик оценки параметров при условии постоянства температуры либо незначительных ее изменений

(менее 1 %), при которых механические и электрические параметры можно считать стационарными.

Основная идея методик оценки параметров ВТГ заключается в изменении фазовых переменных резонатора при фиксированных факторах внешней среды (угловая скорость, вибрации, температура и т. п.) для оценки с необходимой точностью параметров, характеризующих неидеальность его подсистем. Методики оценки параметров ВТГ можно классифицировать по принадлежности параметров к соответствующей подсистеме:

– оценка параметров чувствительного элемента (добротность, разностотность и т. п.), в частности применяемая при балансировке резонатора [15, 16];

– оценка параметров измерительной подсистемы, в частности для повышения точности расчета фазовых переменных;

– оценка параметров управляющей подсистемы и последующая подстройка параметром инструментальных погрешностей реализации подсистемы управления (неоднородность зазоров управляющих электродов, фазовые задержки и т. п.).

Непосредственная реализация методик оценки параметров ВТГ происходит либо в вычислительной компоненте ВТГ, либо на внешних вычислительных системах. Математическая модель ВТГ в виде динамической системы с учетом неидеальностей его подсистем запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} dx/dt &= A(\Omega, \delta) \cdot x + B_0 \cdot (E + B(\epsilon)) \cdot u, \\ y &= (E + C(\xi)) \cdot x + D(\eta) \cdot u, \quad u = V(y, p), \\ x(0) &= x_0, \quad x \in R^4, \quad y \in R^4, \quad u \in R^4, \quad p \in R^m, \\ A &= \begin{vmatrix} \delta_1 + \delta_3 & -\delta_5 & 2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 + \delta_4 & -\delta_6 \\ \delta_5 & \delta_1 + \delta_3 & \delta_6 & 2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 + \delta_4 \\ -2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 + \delta_4 - \delta_6 & \delta_1 - \delta_3 & \delta_5 & \\ \delta_6 & -2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 + \delta_4 & -\delta_5 & \delta_1 - \delta_3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$B_0 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

где  $x$  – вектор фазовых переменных динамики чувствительного элемента ВТГ;  $y$  – вектор наблюдения фазовых переменных;  $u$  – вектор управления динамикой резонатора, реализуемый в цифроаналоговой подсистеме управления;  $p$  – вектор управления динамикой резонатора, сформированный в вычислительной компоненте посредством функции  $V$ , которая зависит от выбранных и реализованных параметризованных алгоритмов обработки сигналов, от вектора наблюдения  $y$  и заданных параметров  $p$  размерности  $m$ , в частности, вектор  $p$  содержит оценки компонент  $\delta, \epsilon, \xi, \eta$ ;  $\xi, \epsilon, \eta$  – параметры, характеризующие неидеальности измерительной и управляющей подсистем с учетом их взаимного влияния, при этом считаем  $|B_{ij}| \ll 1$ ,  $|C_{ij}| \ll 1$ ,  $|D_{ij}| \ll 1$  для всех  $i, j = 1 \dots 4$ ;  $S_f$  – масштабный коэффициент, равен 0,3 для полусферической тонкостенной оболочки;  $\delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6)T$  – механические параметры;  $\delta_1$  – характеристика затухания колебаний;  $\delta_2$  – масштабный коэффициент гироскопа ( $\approx -0,3$ );  $\delta_3, \delta_4$  – характеристика неоднородности затухания колебаний в зависимости от угловой ориентации волны;  $\delta_5, \delta_6$  – характеристика неоднородности резонансной частоты

рабочей формы колебаний в зависимости от угловой ориентации волны. Выбор четырехмерной размерности векторов состояния  $x$ , наблюдения  $y$  и управления  $u$  обусловлен наиболее распространенным подходом моделирования динамики резонатора в медленных переменных для основной рабочей формы колебаний. Размерность величин  $\xi, \epsilon, \eta$  и связь с матрицами  $B, C, D$  требуют дополнительного уточнения.

Критериями качества настройки изделий (определение параметров  $p$ ) служит минимизация некоторой нормы погрешности оценки угловой скорости от опорного (заданного) значения. Для методик настройки гироскопических изделий обычно задают постоянную угловую скорость. В частности, при задании малых угловых скоростей, в первую очередь будут проявляться влияния механических параметров  $\delta$ , обуславливающих собственный уход волны. Все факторы точностных параметров можно разделить на три большие группы: механические, электрические и цифровые. В соответствии с описанной математической моделью к механическим параметрам относятся компоненты  $\delta$ , к электрическим параметрам относятся компоненты  $\xi, \epsilon, \zeta$ , к цифровым –  $p$ .

Основой для оценки  $\delta$  являются методики оценки механических параметров, описанные во многих работах последних лет [17–19]. В научных работах активно изучались вопросы оценки механических параметров с заданной точностью, рассматривались вопросы оптимизации количества измерений, применение получаемых оценок для процедур балансировки резонатора. Ввиду широкого распространения и миниатюризации цифровых микросхем широко изучаются вопросы формирования алгоритмов обработки сигналов внутри вычислительной компоненты датчиков с целью повышения точности выходных сигналов.

Важно отметить взаимное влияние механических, электрических и цифровых параметров. Механические параметры искажают электрические сигналы: несоосность деталей вызывает неравномерные зазоры в емкостных датчиках перемещения, а отклонения сопротивлений в каналах приводят к неоднородному усилению и погрешностям в оценке фазовых переменных. Цифровые параметры компенсируют влияние механических и электрических параметров на точность датчика, включая компенсацию ухода ВТГ. В научных публикациях недостаточно освещены системные вопросы взаимодействия этих параметров. Цель статьи – разработать методику оценки механических параметров резонатора при искажениях в измерительной подсистеме. Рассмотрим оценку параметров в условиях свободного выбега  $u=0$ .

В научной литературе предлагается оценивать физические параметры, применяя модели динамики фазовых переменных в базисе элементов орбиты  $\{a, b, \theta, \phi\}$ , при этом для непосредственных расчетов используется только часть уравнения, связывающие скорость изменения основной и квадратурной амплитуд с остальными фазовыми переменными. Данный подход удобен ввиду наличия линейных уравнений относительно амплитуд, но содержит нелинейные слагаемые, зависящие от значений углового

положения. Также к недостаткам данного подхода относится неоднозначность базиса при  $A=B$ , в этом случае значение  $\theta$  не определено, а якобиан преобразования не существует.

Более удобным базисом для разработки методик оценки физических параметров является базис основных квадратичных форм  $\{A_c, A_s, K, S\}$ . Связь с координатами  $\{A_c, A_s, K, S\}$  и  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  записывается следующим образом [20]:

$$A_c = (a^2 - b^2) \cdot \cos(2 \cdot \theta) = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2,$$

$$A_s = (a^2 - b^2) \cdot \sin(2 \cdot \theta) = 2 \cdot x_1 \cdot x_3 + 2 \cdot x_2 \cdot x_4,$$

$$K = 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot x_1 \cdot x_4 - 2 \cdot x_2 \cdot x_3,$$

$$S = a^2 + b^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2.$$

Важно заметить, что переменные  $A_c, A_s, K, S$  являются зависимыми:

$$A_c^2 + A_s^2 = S^2 - K^2.$$

Ранг базиса  $\{A_c, A_s, K, S\}$  равен трем и соответствует базису  $\{a, b, \theta\}$ . Уравнение динамики  $\phi$  обычно не применяют, ввиду стабилизации контуром ФАПЧ, необходимого для детектирования медленно меняющихся фазовых переменных из сигналов перемещений кромки резонатора в соответствующих угловых положениях. Связь базисов удобнее записать в матричном виде:

$$z = W(x) \cdot x, \quad z = (A_c, A_s, K, S)^T, \quad x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T,$$

$$W = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & -x_3 & -x_4 \\ x_3 & x_4 & x_1 & x_2 \\ x_4 & -x_3 & -x_2 & x_1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{vmatrix}$$

Заметим важное свойство:  $W_{(a)} \cdot b = W_{(b)} \cdot a$ , где  $a, b \in R^4$ .

Далее уравнение динамики в условиях свободного го выбега запишется следующим образом:

$$dx/dt = A(\Omega, \delta) \cdot x, \quad y = (E + C(\xi)) \cdot x,$$

$$x(0) = x_0, \quad x \in R^4, \quad y \in R^4, \quad u \in R^4.$$

Далее определим компоненты вектора  $\xi$ , характеризующего искажения в информационных каналах:

$$C = \begin{vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_4 & \xi_3 \\ -\xi_2 & \xi_1 & -\xi_3 & \xi_4 \\ \xi_4 & \xi_3 & -\xi_1 & -\xi_2 \\ -\xi_3 & \xi_4 & \xi_2 & -\xi_1 \end{vmatrix}$$

$\xi_1$  – характеристика неоднородности коэффициентов усиления информационных каналов;  $\xi_2$  – характеристика неоднородности фазовых задержек информационных каналов;  $\xi_3$  – характеристики наводок между информационными каналами;  $\xi_4$  – характеристики угловых погрешностей позиционирования съемных электродов. Проведем замену координат  $x \rightarrow z$ :

$$dz/dt = W(dx/dt) \cdot x + W(x) \cdot dx/dt =$$

$$= 2 \cdot W(x) \cdot dx/dt = 2 \cdot W(x) \cdot A(\Omega, \delta_x) \cdot x,$$

$$dz/dt = 2 \cdot W(x) \cdot A(\Omega, \delta_x) \cdot x \quad (*).$$

Далее необходимо записать выражения (\*) через компоненты  $z$ , для этого перепишем произведение  $A(\Omega, \delta_x) \cdot x$  в следующем виде:

$$A(\Omega, \delta_x) \cdot x = [\delta_1 \cdot E_{1234} + 2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 \cdot E_{34-1-2} + \delta_3 \cdot E_{12-3-4} + \delta_4 \cdot E_{3412} + \delta_5 \cdot E_{-214-3} + \delta_6 \cdot E_{-43-21}] \cdot x,$$

здесь и далее будем обозначать  $E_{00i0}$  – матрицу, содержащую в  $i$ -м столбце в соответствующем по порядку индексу строке – единицу с соответствующим

знаком, в частности  $E_{1234}$  – единичная матрица,  $E^{-21-43} = B^0$ . Далее запишем слагаемые выражения (\*) через переменные  $(A^c, A^s, K, S)$ :

$$W(x) \cdot E_{1234} \cdot x = (A_c, A_s, K, S)^T,$$

$$W(x) \cdot E_{34-1-2} \cdot x = (A_s, -A_c, 0, 0)^T,$$

$$W(x) \cdot E_{12-3-4} \cdot x = (S, 0, 0, A_c)^T,$$

$$W(x) \cdot E_{3412} \cdot x = (0, S, 0, A_s)^T,$$

$$W(x) \cdot E_{-214-3} \cdot x = (0, K, -A_s, 0)^T,$$

$$W(x) \cdot E_{-43-21} \cdot x = (-K, 0, A_c, 0)^T.$$

Отсюда получаем математическую модель в базисе  $\{A_c, A_s, K, S\}$ :

$$dz/dt = 2 \cdot M(\Omega, \delta) \cdot z, \quad \text{где}$$

$$M(\Omega, \delta) = \begin{vmatrix} \delta_1 & 2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 & -\delta_6 & \delta_3 \\ -2 \cdot \Omega \cdot \delta_2 & \delta_1 & \delta_5 & \delta_4 \\ \delta_6 & -\delta_5 & \delta_1 & 0 \\ \delta_3 & \delta_4 & 0 & \delta_1 \end{vmatrix}$$

Или в другой форме:

$$dz/dt = 2 \cdot M_\delta(\Omega, z) \cdot \delta, \quad \text{где}$$

$$M_\delta(\Omega, z) = \begin{vmatrix} A_c & 2 \cdot \Omega \cdot A_s & S & 0 & 0 & -K \\ A_s & -2 \cdot \Omega \cdot A_c & 0 & S & K & 0 \\ K & 0 & 0 & 0 & -A_s & A_c \\ S & 0 & A_c & A_s & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

В случае малых погрешностей измерительной подсистемы оценку параметров  $\delta$  обычно вычисляют методом наименьших квадратов:

$$\delta^* = (M_\delta(\Omega, \bar{z})^T \cdot M_\delta(\Omega, \bar{z}))^{-1} \cdot M_\delta(\Omega, \bar{z})^T \cdot d\bar{z}/dt,$$

где  $\bar{z} \in R^{4 \cdot n}$  – данные выбегов;  $n$  – количество точек во всех рассматриваемых выбегах;  $d\bar{z}/dt$  – численная оценка производной на основе некоторой выбранной разностной схемы, в данном случае  $A_c, A_s, K, S$  – рассматриваются как вектора размерности  $n$ , содержащие набор соответствующих значений выбега. Корректность решаемой задачи обеспечивается формированием данных из нескольких выбегов с различными начальными условиями.

Для учета влияния искажений информационных каналов, запишем модель искажений в базисе  $\{A_c, A_s, K, S\}$ :

$$y = x + C(\xi) \cdot x,$$

при условии  $\|\xi\| \ll 1$  в линейном приближении:

$$x = y - C(\xi) \cdot y + o(\|\xi\|).$$

Отсюда:

$$z = W(x) \cdot x = W(y - C(\xi) \cdot y) \cdot (y - C(\xi) \cdot y) = W(y) \cdot y - 2 \cdot W(y) \cdot C(\xi) \cdot y + o(\|\xi\|). \quad (**)$$

Обозначим  $W(y) \cdot y = r = (A_c, A_s, K, S)^T, \quad r \in R^4$ .

Запишем произведение  $C(\xi) \cdot y$  в следующем виде:

$$C(\xi) \cdot y = \xi_1 \cdot E_{12-3-4} \cdot y + \xi_2 \cdot E_{2-1-43} \cdot y + \xi_3 \cdot E_{4-32-1} \cdot y + \xi_4 \cdot E_{3412} \cdot y.$$

Далее требуется записать компоненты выражения (\*\*) через переменные  $r = (\bar{A}_c, \bar{A}_s, \bar{K}, \bar{S})$ , опустим промежуточные преобразования и запишем:

$$W(y) \cdot E_{12-3-4} \cdot y = (\bar{S}, 0, 0, \bar{A}_c)^T,$$

$$W(y) \cdot E_{2-1-43} \cdot y = (0, -\bar{K}, \bar{A}_s, 0)^T,$$

$$W(y) \cdot E_{4-32-1} \cdot y = (\bar{K}, 0, -\bar{A}_c, 0)^T,$$

$$W(y) \cdot E_{3412} \cdot y = (0, \bar{S}, 0, \bar{A}_s)^T.$$

Отсюда получаем модель искажений:

$$z = N(\xi) \cdot r,$$

$$N(\delta y) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2\xi_3 & -2\xi_1 \\ 0 & 1 & 2\xi_2 & -2\xi_5 \\ 2\xi_3 & -2\xi_2 & 1 & 0 \\ -2\xi_1 & -2\xi_5 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Или в другой форме:

$$z = r + N\xi(r) \cdot \xi,$$

$$N\xi(r) = \begin{vmatrix} -2\bar{S} & 0 & -2\bar{K} & 0 \\ 0 & 2\bar{K} & 0 & -2\bar{S} \\ 0 & -2\bar{A}_s & 2\bar{A}_c & 0 \\ -2\bar{A}_c & 0 & 0 & -\bar{A}_s \end{vmatrix}$$

Тогда  $dr/dt = 2 \cdot N(\xi)^{-1} \cdot M(\Omega, \delta) \cdot N(\xi) \cdot r$ , оценки  $\delta^*$  и  $\xi^*$  находятся из условия  $\|dz/dt - 2 \cdot N(\xi)^{-1} \cdot M(\Omega, \delta) \cdot N(\xi) \cdot z\| \rightarrow \min$ .

Рассмотрим частный случай  $\xi = (\lambda, \varphi, 0, 0)^T$ , тогда  $dr/dt = 2 \cdot M_\delta(\Omega, r, \lambda, \varphi) \cdot \delta$ , где

$$M_\delta(\Omega, r, \lambda, \varphi) = \begin{vmatrix} \bar{A}_c & 2 \cdot \Omega \cdot \bar{A}_s + 2 \cdot \Omega \cdot \varphi \cdot \bar{K} & S & 2 \cdot \lambda \cdot \bar{A}_s & 0 & -\bar{K} + 2 \cdot \varphi \cdot \bar{A}_s \\ \bar{A}_s & -2 \cdot \Omega \cdot \bar{A}_c + 2 \cdot \Omega \cdot \lambda \cdot \bar{S} & 0 & \bar{S} - 2 \cdot \lambda \cdot \bar{A}_c & K & -2 \cdot \varphi \cdot \bar{A}_c \\ \bar{K} & -2 \cdot \varphi \cdot \Omega \cdot \bar{A}_c & 0 & 2 \cdot \varphi \cdot \bar{S} & -A_s & \bar{A}_c - 2 \cdot \lambda \cdot \bar{S} \\ \bar{S} & 2 \cdot \lambda \cdot \Omega \cdot \bar{A}_s & \bar{A}_c & \bar{A}_s + 2 \cdot \varphi \cdot \bar{K} & 0 & -2 \cdot \lambda \cdot \bar{K} \end{vmatrix}$$

### Моделирование

Проверим точность найденных выражений на численном эксперименте со следующими параметрами:

- $\delta_0 = (-0.001, 0.3, 0, 0, 0)^T$ ,  $\xi_0 = (0.01, 0, 0, 0)^T$ ;
- 5 выбегов с соответствующими начальными условиями:  $\{a_k = 1, b_k = -0.4 + 0.2 \cdot (k-1), \theta_k = \pi/7 \cdot (k-1), \Omega_k = -0.0001 + 0.00005 \cdot (k-1)\}_{k=1 \dots 5}$ ;
- частота дискретизации 100 Гц, оценка производной производится по 100 точкам с помощью линейной аппроксимации, временной отрезок выбега – 10 секунд.

На рис. 1 и 2 приведены данные смоделированных выбегов.

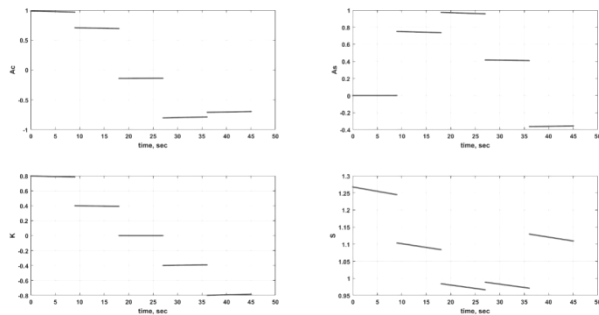


Рис. 1. Модельные данные в режиме свободного выбега

Fig. 1. Model data in free run mode

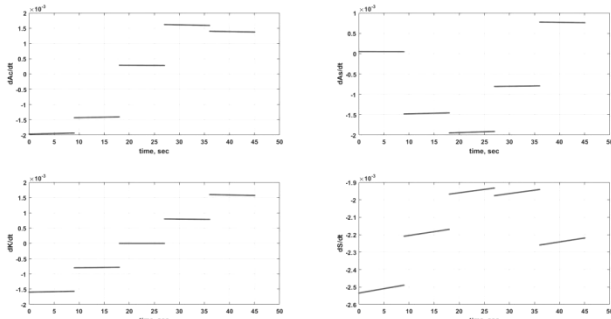


Рис. 2. Оценки производных по  $A_c, A_s, K, S$

Fig. 2. Estimates of derivatives in  $A_c, A_s, K, S$

В результате численных расчетов без учета искажения  $\xi$  получена оценка с относительным квадратичным отклонением  $\delta^*$  от  $\delta_0$ , равным 0.057:

$$\delta^* = (-0.0010000, 0.2828944, -0.0000002, -0.0000000, -0.0000016, 0.0000001).$$

При нахождении  $\xi^*$  методом перебора с шагом 0.00001 на отрезке  $[-0.05 \dots 0.05]$  получена оценка с относительным квадратичным отклонением  $\delta^*$  от  $\delta_0$  равным 0.030:

$$\xi_1^* = 0.0100000, \quad \delta^* = (-0.0010000, 0.2911010, -0.0000001, -0.0000002, 0.0000000, -0.0000000).$$

На рис. 3 приведены результаты невязки для двух случаев численных расчетов.

Анализ невязок позволяет оценить положительный эффект от учета вектора  $\xi$ , характеризующего искажения в информационных каналах: невязки стали в несколько раз меньше, чем в численных расчетах, учитывающих только динамику и погрешности самого резонатора.

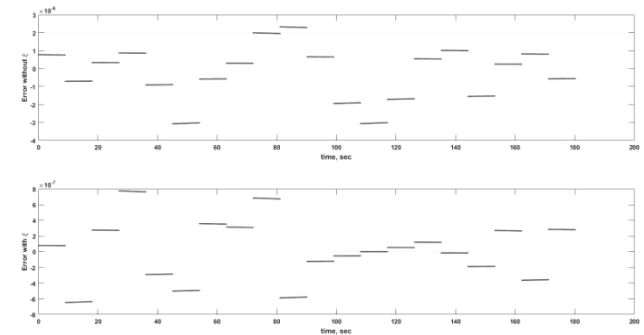


Рис. 2. Невязки двух численных экспериментов

Fig. 3. Inconsistencies of two numerical experiments

### Заключение

Полученная математическая модель динамики резонатора по основной рабочей форме колебаний в базисе основных квадратичных форм описывает зависимость механических параметров, параметров искажений измерительного тракта, волновых параметров и их производных.

Параметры колебаний  $A_c, A_s, K, S$  позволяют оценить корректность функционирования волнового твердотельного гироскопа, в частности применить в контурах стабилизации амплитуды и квадратуры. Данные параметры обычно рассчитываются в вычислительной компоненте прибора, в отличие от параметров  $a, b, \theta$ , для оценки которых необходимы дополнительные алгоритмы и вычислительные ресурсы.

Получена модель, которая учитывает погрешности измерительного тракта, что позволяет оценивать не только механические параметры, но и параметры его неидеальности. Проведено имитационное моделирование, которое подтверждает эффективность и адекватность модели.

Полученные выражения упрощают оценку физических параметров с учетом искажений измерительной системы волнового твердотельного гироскопа.

### Перспективы дальнейших исследований

Другим актуальным вопросом является оценка неидеальностей ТВГ не только с учетом измерительной подсистемы, но с учетом возможных неидеаль-

ностей управляющих контуров, решение которого требует учета в динамической системе влияния управления.

#### Библиографические ссылки

1. Maslov A.A., Maslov D.A., Ninalalov I.G. et al. Hemispherical Resonator Gyros (An Overview of Publications). *Gyroscopy Navig.* 14, 1–13 (2023). <https://doi.org/10.1134/S2075108723010054>.
2. Wang R., Yi G. High-precision control scheme for HRG with application to aerospace navigation systems. *Aerospace Science and Technology* 119, 107168, 2021.
3. Климов Д. М., Журавлев В. Ф., Жбанов Ю. К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М.: ФГБУН ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН, 2017. 193 с.
4. Переляев С. Е. Волновой твердотельный гироскоп авиационно-космического применения навигационного класса точности // XXX Международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2023. С. 431–435.
5. Фетисов С. В., Некрасов А. В. Разработка БИНС на основе ТВГ для маневренных аппаратов. Статья в сборнике трудов. 2022. С. 47.
6. Казаков И. П., Шишаков К. В. Построение калибровочных функций углового положения триэдра акселерометров // Интеллектуальные системы в производстве. 2021. С. 59–71.
7. Трутнев Г. А., Назаров С. Б., Перевозчиков К. К. Система съема и способы измерения колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа // Вестник МГТУ. Сер. Приборостроение. 2020. № 1 (130). DOI: 10.18698/0236-3933-2020-1-50-63.
8. Спиридонов Ф. И., Шишаков К. В. Автоматизированный контроль физических и точностных параметров чувствительных элементов ТВГ // Интеллектуальные системы в производстве. 2021. Т. 19, № 3. С. 35–46.
9. Wang R., Yi G. Modeling, identification and compensation for assembly error of whole-angle mode hemispherical resonator gyro. *Measurement* 204, 112064, 2022.
10. Смирнов К. А., Зарубайло Е. А. Алгоритмы повышения точности ТВГ // Известия высших учебных заведений России. Радиотехника. 2022. Т. 25, № 4. С. 81–89.
11. Трутнев Г. А., Щенятский А. В. Вычислительная компонента ТВГ для измерительной компоненты на переменном напряжении // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Приборостроение. 2022. С. 78–91.
12. Малиутин Д. М. Структурные решения, обеспечивающие увеличение динамической точности ВТГ // Приборы и методы измерений. 2021. Т. 12, № 2. С. 146–155.
13. Кирсанов М. Д., Хомячкова А. Н. ЦОС ТВГ в режиме ДУС // Известия Тульского государственного университета. 2022. Вып. 12. С. 218–223.
14. Недопекин Н. В. Оценка влияния температуры окружающей среды на режимы работы резонатора ВТГ// Надежность и качество сложных систем. 2023. № 1. С. 126–132.
15. Лунин Б. С., Басараб М. А. Рассеяние энергии колебаний полусферического резонатора в области крепления // Гироскопия и навигация. 2024. Т. 32, № 2 (125).
16. Song L., Li Q. Reserch of frequency splitting caused by uneven mass of micro-HRG. *Micromachines* 13 (11), 2015, 2022.
17. Мингазов Р. И., Шишаков К. В. Имитационное моделирование точности идентификации характеристик ТВГ с настройкой вычислительных алгоритмов // Интеллектуальные системы в производстве. 2021. Т. 19, № 3. С. 12–24.
18. Yan K., Wang X. Self-excitation enabled decoupling, calibration and compensation of errors for whole-angle HRG. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 73, 1-13. 2023.
19. Трутнев Г. А., Спиридонов Ф. И., Мингазов Р. И. Оценка параметров ТВГ на различных этапах производства // Интеллектуальные системы в производстве. 2024. Т. 22, № 4. С. 4–14.
20. Журавлев В. Ф. Двумерный осциллятор Ван дер Поля с внешним управлением // Нелинейная динамика. 2016. Т. 12, № 2. С. 211–222. DOI: 10.20537/nd1602004.

#### References

1. Maslov A.A., Maslov D.A., Ninalalov I.G. et al. Hemispherical Resonator Gyros (An Overview of Publications). *Gyroscopy Navig.* 14, 1–13 (2023). <https://doi.org/10.1134/S2075108723010054>.
2. Wang R., Yi G. High-precision control scheme for HRG with application to aerospace navigation systems. *Aerospace Science and Technology* 119, 107168, 2021.
3. Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhdanov Yu.K. Kvarcevyj polusfericheskiy rezonator (Volnovoy tverdotel'nyj giroskop) [Quartz hemispherical resonator (Wave solid-state gyroscope)]. Moscow: FGBUN IPMekh im. A. Yu. Ishlinskogo RAN, 2017. 193 p. (in Russ.).
4. Perelyaev S.E. Volnovoy tverdotel'nyj giroskop aviacionno-kosmicheskogo primeneniya navigacionnogo klassa tochnosti [Wave solid-state gyroscope for aerospace applications of navigation accuracy class]. XXX Mezhdunarodnaya konferenciya po integrirovannym navigacionnym sistemam [Proc. XXX International Conference on Integrated Navigation Systems.]. 2023. Pp. 431-435 (in Russ.).
5. Fetisov S.V., Nekrasov A.V. Razrabotka BINS na osnove TVG dlya manevrennykh apparatov. Stat'ya v sbornike trudov [Development of a turboprop-based inertial navigation system for maneuverable vehicles. Article in a collection of papers]. 2022. P. 47 (in Russ.).
6. Kazakov I.P., Shishakov K.V. [Construction of calibration functions for the angular position of the accelerometer trihedron]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2021. С. 59–71 (in Russ.).
7. Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K. [A system for picking up and measuring the oscillations of a solid-state wave gyroscope resonator]. *Vestnik MGTU. Ser. Priborostroenie*. 2020. No. 1. (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3933-2020-1-50-63.
8. Spiridonov F.I., Shishakov K.V. [Automated control of physical and precision parameters of sensitive elements of the TVG]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2021. Vol. 19, no. 3. Pp. 35-46 (in Russ.).
9. Wang R., Yi G. Modeling, identification and compensation for assembly error of whole-angle mode hemispherical resonator gyro. *Measurement* 204, 112064, 2022.
10. Smirnov K.A., Zarubajlo E.A. [Algorithms for improving the accuracy of TVG]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij Rossi. Radiotekhnika*. 2022. Vol. 25, no. 4. Pp. 81-89 (in Russ.).
11. Trutnev G.A., Shchenyatskiy A.V. [Computational component of the TVG for the measuring component on alternating voltage]. *Vestnik MGTU im. N. E. Bauman. Priborostroenie*. 2022. Pp. 78-91 (in Russ.).
12. Malyutin D.M. [Structural solutions that ensure increased dynamic accuracy of the VTG]. *Pribory i metody izmerenij*. 2021. Vol. 12, no. 2. Pp. 146-155 (in Russ.).
13. Kirsanov M.D., Homyachkova A.N. [ЦОС ТВГ в режиме ДУС]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta*. 2022. Vol. 12. Pp. 218-223 (in Russ.).
14. Nedopekin N.V. [Evaluation of the influence of ambient temperature on the operating modes of the VTG resonator]. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnyh sistem*. 2023. No. 1. Pp. 126-132 (in Russ.).
15. Lunin B.S., Basarab M.A. [Рассеяние энергии колебаний полусферического резонатора в области крепления]. *Гироскопия и навигация*. 2024. Vol. 32, no. 2 (in Russ.).
16. Song L., Li Q. Reserch of frequency splitting caused by uneven mass of micro-HRG. *Micromachines* 13 (11), 2015, 2022 (in Russ.).
17. Mingazov R.I., Shishakov K.V. [Simulation modeling of the accuracy of identification of the characteristics of the turbogenerator with the adjustment of computational algorithms]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2021. Vol. 19, no. 3. Pp. 12-24 (in Russ.).

18. Yan K., Wang X. Self-excitation enabled decoupling, calibration and compensation of errors for whole-angle HRG. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement 73, 1-13. 2023.

19. Trutnev G.A., Spiridonov F.I., Mingazov R.I. [Evaluation of TVG parameters at various stages of production]. Intellek-

tual'nye sistemy v proizvodstve. 2024. Vol. 22, no. 4. Pp. 4-14 (in Russ.).

20. Zhuravlev V.F. [Two-dimensional Van der Pol oscillator with external control]. Nelinejnaya dinamika. 2016. Vol. 12, no. 2. Pp. 211-222 (in Russ.). DOI: 10.20537/nd1602004.

\* \* \*

### Improvement of Methods of Solid-State Wave Gyroscope Parameter Estimation

G. A. Trutnev, PhD in Engineering JSC Izhevsk Electromechanical Plant "Kupol" Izhevsk, Russia

I. D. Izmestyev, Post-graduate, JSC Izhevsk Electromechanical Plant "Kupol", Izhevsk, Russia

A. V. Shchenyatsky, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

*The paper investigates methods of parameter estimation of a solid-state wave gyroscope (VTG). They are based on change in the resonator phase variables under constant environmental conditions (angular velocity, vibrations, temperature, etc.). This makes it possible to determine the parameters characterizing the imperfection of the gyroscope subsystems accurately. A mathematical model of VTG is proposed in the form of a dynamic system with measuring and computing components. The model takes into account the phase variable vector of the sensing element dynamics, the vector of phase variable observation, the vector of resonator dynamics control generated in the digital-analog subsystem, and the control vector created in the computing component by the function V, depending on the signal processing algorithms. This model differs from the existing ones in that it takes into account the basic errors of measurement. This allows not only to determine the mechanical parameters, but also the parameters associated with measurement imperfection. Quality criteria have been selected for product customization that minimize the estimation error rate of angular velocity with respect to the given value. The up-to-date literature review of shown that the basis of principal quadratic forms is convenient for developing methods for estimating physical parameters. It is used to estimate parameters based on data in the free run mode. The main aspects of parameter estimation and the disadvantages of existing methods are described. Mathematical transformations were carried out, resulted in a mathematical model of the solid-state wave gyroscope dynamics based on the resonator oscillation basic form within the basis of principal quadratic forms. Possible distortions of the analog measurement error are taken into account. A special case for the basic errors of the measurement, such as the heterogeneity of the gain coefficients and the mismatch of the phase delays of the information channels, is considered. It is established that the obtained model accurately describes the relation of mechanical parameters, distortion parameters of the measurement errors, wave parameters and their derivatives. The results of the numerical experiment confirm the adequacy of the obtained expressions. Accuracy numerical assessment of the solid-state wave gyroscope parameters is given. The prospects for improving mathematical models and approaches are also described.*

**Keywords:** solid-state wave gyroscope, dynamic system, basis of principal quadratic forms, parameter estimation, measurement error.

Получено: 31.10.25

#### Образец цитирования

Трутнев Г. А., Изместьев И. Д., Щенятский А. В. Совершенствование методик оценки параметров волновых твердотельных гироскопов // Интеллектуальные системы в производстве. 2025. Т. 23, № 4. С. 10–15. DOI: 10.22213/2410-9304-2025-4-10-15.

#### For Citation

Trutnev G.A., Izmestyev I.D., Shchenyatsky A.V. [Improvement of methods of solid-state wave gyroscope parameter estimation]. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve*. 2025, vol. 23, no. 4, pp. 10-15 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2025-4-10-15.