

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 534.6.08

DOI: 10.22213/2410-9304-2026-2-4-15

Моделирование процесса распространения нормальных волн Лэмба в пористых листах терморасширенного графита*

О. В. Муравьева, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова;
УдмФИЦ УрО РАН, Ижевск, Россия

А. В. Блинова, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

Ю. В. Мышкин, кандидат технических наук, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

С целью обоснования адекватности методики определения динамических упругих модулей пористых листов терморасширенного графита с использованием нормальных мод волн Лэмба в низкочастотном приближении проведено численное моделирование процесса их распространения. Модель процесса распространения симметричной моды S_0 волны Лэмба и горизонтально-поляризованной SH -волны в пористых листах терморасширенного графита реализована в программной среде COMSOL Multiphysics. При моделировании решаются задачи движения пористой среды и закона Дарси в квазистационарном приближении. Использован аналитико-экспериментальный подход, согласно которому в модель закладываются упругие модули среды, полученные экспериментально в рамках теории упругости твердого тела, а адекватность методики оценивается по полученным в ходе моделирования результатам определения скоростям нормальных волн. Разработанная модель и исследованные на ее основе закономерности распространения нормальных волн мод S_0 и SH в пористых листах терморасширенного графита показали качественное совпадение с результатами экспериментальных эхограмм по форме импульсов и последовательности появления волновых мод, что говорит о корректности описания физики процесса распространения волн в листах ТРГ. Динамические упругие модули, полученные экспериментально в рамках теории упругости и использованные далее при моделировании уравнений движения пористых сред, показали количественное совпадение по скоростям нормальных S_0 - и SH -волн в широком диапазоне значений параметров Дарси пористой среды и при пренебрежении фильтрационными эффектами, что говорит об адекватности предложенной экспериментальной методики оценки модулей упругости по скоростям S_0 - и SH -волн в низкочастотном приближении и возможности ее использования для анализа механических характеристик пористых листовых материалов. Расхождения в результатах оценки скоростей нормальных волн, полученных экспериментально и в ходе моделирования, не превышают 1 %. Результаты экспериментальной оценки коэффициента Пуассона, подтвержденные результатами моделирования, показали наличие ауксетических свойств листов ТРГ в поперечном направлении плоскости проката, что подтверждено с использованием явления акустоупругости.

Ключевые слова: моделирование, листовый терморасширенный графит, скорости нормальных волн, динамические упругие модули.

Введение

Нормальные волны Лэмба успешно применяются в задачах неразрушающего контроля листов, труб, оболочек благодаря своей способности распространяться на значительные расстояния и достаточно высокой чувствительности к дефектам, изменениям геометрии, неоднородности структуры, механических характеристик и упругих свойств материалов [1–4], что делает их эффективным инструментом диагностики состояния материалов. Преимуще-

ственно для этих целей применяются бездисперсионные моды крутильных волн или SH -волн, а также симметричные моды нормальных волн в области минимальной дисперсии скорости (мода S_0) [5–9].

Методы определения упругих модулей с использованием нормальных волн Лэмба основаны на возбуждении нескольких мод и анализе дисперсии групповых и фазовых скоростей. Исследование дисперсионных кривых ведется с использованием лазерной доплеровской вибро-

метрии, а далее проводится процедура реконструкции модулей упругости, основанная на генетическом алгоритме минимизации целевой функции, определяемой расхождением между теоретически рассчитанными и экспериментально измеренными дисперсионными характеристиками нормальных волн [10–12]. Методы успешно используются для ряда анизотропных и ортотропных композитов (однонаправленных и перекрестно-армированных углеродным волокном, композитных препрегов, многослойных ламинатов и т. д. [13–14]. Несмотря на значительный прогресс в области развития методик оценки упругих констант на основе нормальных волн, последние требуют решения обратных задач с использованием генетических алгоритмов, сложны в экспериментальной постановке, сопряженной с необходимостью определения скоростей ряда мод колебаний при различных траекториях распространения в широком диапазоне частот, что затрудняет их практическое применение.

В работе [15] показана возможность использования симметричной моды волны Лэмба и SH-волн для оценки динамических упругих модулей на примере листов терморасширенного графита (ТРГ) за счет определения скоростей указанных типов волн и плотности материала ТРГ. Методика разработана в рамках теории упругости и не учитывает эффекты распространения упругих волн в пористых средах.

В пористых средах характеристики нормальных волн существенно зависят от структуры порового пространства, упругих свойств твердого скелета и параметров насыщающего флюида (жидкость, газ). Скорость акустических волн в пористой среде определяется рядом параметров (пористость, эффективные упругие модули насыщенного материала и скелета; упругие модули твердой фазы, слагающей скелет, и материал пор), зависящих как от свойств твердой фазы и материала пор, так и от многих других факторов (геометрии порового пространства, характера контактов в скелете, эффективного давления и др.) [16].

Теоретические основы описания распространения акустических волн в пористых средах были заложены в работе [17]. Развитие теоретических представлений о поведении пористых сред отражено в монографии [18], где рассматриваются процессы деформации пористых материалов с учетом взаимодействия твердого скелета и насыщающей жидкости. Подобные модели широко применяются в геофизике, механике грунтов и горных пород, нефтегазо-

вой промышленности, а также в биомеханике и других инженерных областях.

Существенный вклад в развитие теоретических моделей многофазных материалов внесли исследования, основанные на теории смесей и теории пористых сред, представленные в работе [19], где показано, что данные подходы обеспечивают эффективную основу для макроскопического описания механических и термодинамических процессов в насыщенных и частично насыщенных материалах.

Механические свойства пористых материалов также могут существенно изменяться в процессе деформирования, что связано с нелинейностью их поведения, наличием трения и изменением пористости. Так, в работе [20] представлен теоретический анализ процесса прессования пористых материалов с использованием конечно-элементного моделирования, позволяющий учитывать пластичность материала, геометрическую нелинейность и влияние внешнего трения.

Численное исследование волновых процессов в сложных пористых структурах представлено в работе [21], где предложен алгоритм расчета волновых полей на основе конечно-разностной аппроксимации уравнений Био.

Следует отметить, что большинство исследований акустики пористых материалов посвящено вопросам распространения акустических объемных волн в неограниченных и полубесконечных средах, преимущественно заполненных жидкостью горных породах.

Листы ТРГ представляют собой тонкий пористый материал с неоднородной структурой по толщине (слоем закрытых пор с поверхностей) и анизотропией свойств по площади, обусловленных технологией прокатки. Недостаточное количество исследований в области теории распространения акустических волн в пористых материалах ограниченной толщины сдерживает развитие указанных технологий применительно к данным материалам. Следует отметить, что параметры, характеризующие скорость акустических волн применительно к листам ТРГ (пористость, эффективные упругие модули насыщенного материала и скелета; упругие модули твердой фазы, слагающей скелет, и материал пор), являются неизвестными величинами и не могут быть определены ни экспериментально, ни теоретически.

Поэтому актуальной является задача оценки адекватности разработанной методики оценки упругих модулей листового ТРГ с использованием моделирования процесса распростране-

ния нормальных волн в пористых средах в широком диапазоне параметров пористой среды.

Целью работы является построение модели распространения нормальных волн Лэмба в пористых листах ТРГ и оценка скоростей нормальных волн для обоснования адекватности предлагаемой методики определения динамических упругих модулей.

Материалы и методы

При экспериментальной оценке динамических упругих модулей листового терморасширенного графита использованы симметричной моды S_0 волны Лэмба в области минимальной дисперсии скорости (произведение толщины листа h на частоту волны f стремится к нулю) и SH -волна горизонтальной поляризации [15].

Для изотропного твердого тела скорости указанных волн определяются плотностью ρ материала и упругими свойствами среды (модуль Юнга E , коэффициент Пуассона ν , модуль сдвига G) [22]:

$$C_{S_0}|_{fh \rightarrow 0} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}. \quad (1)$$

При этом скорость нулевой симметричной моды SH -волны горизонтальной поляризации равна скорости объемной поперечной волны во всем диапазоне частот:

$$C_{SH} = C_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (2)$$

По измеренным скоростям C_{SH} и C_{S_0} акустических нормальных волн появляется возможность определения динамических упругих модулей материала ТРГ за счет решения системы уравнений (1)–(2) с учетом известной формулы связи упругих модулей E и G :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (3)$$

Для измерения скоростей распространения нормальных акустических волн в образцах ТРГ использован низкочастотный акустический дефектоскоп DIO1000 LF и специально разработанные пьезопреобразователи (ПЭП) с сухим точечным контактом с рабочей частотой 75 кГц, обеспечивающие передачу колебаний, касательных к поверхности листа.

Изменение взаимной ориентации ПЭП обеспечивает возможность излучения (приема) нормальных волн различных поляризаций. Результаты экспериментального определения динамических упругих модулей листов ТРГ в широком диапазоне плотностей и толщины

листов использовались в качестве входных данных при моделировании процессов распространения акустических нормальных волн в пористых средах.

Для численного моделирования волновых процессов широко используется программная среда COMSOL Multiphysics [23, 24]. Выбор данной программы обусловлен возможностями точного учета упругих свойств материалов, при этом для решения уравнений, описывающих физические процессы, применяется метод конечных элементов, позволяющий эффективно моделировать распространение волн и их взаимодействие со структурными неоднородностями среды.

Геометрическая модель представляет собой плоский параллелепипед, моделирующий лист терморасширенного графита (ТРГ) длиной и шириной 1200 мм. Толщина листа варьировалась в диапазоне от 0,2 до 1,5 мм в зависимости от параметров исследуемого образца. Геометрия расчетной области, граничные условия и используемая конечно-элементная сетка приведены на рис. 1.

На поверхности модели задавалась точка приложения силы, формирующей упругий импульс в виде касательного силового воздействия. Возбуждение упругих колебаний осуществлялось импульсным силовым воздействием, форма которого представляла один полный период синусоидального сигнала с частотой 75 кГц и амплитудой 10 Н.

Учитывая, что формирование фронта SH -волны обеспечивается касательной компонентой смещений с направлением поперек направления распространения волны, а моды S_0 в области низких частот (минимальной дисперсии скорости) обеспечивается преимущественно касательной компонентой смещений в направлении распространения волны, размещение приемников в двух взаимно перпендикулярных направлениях относительно точки возбуждения позволяет регистрировать одновременно волны обоих типов.

Точки регистрации (положение приемников П1, П2) SH - и S_0 -волн, распространяющихся от излучателя И, представлены на рис. 1, б.

Для минимизации влияния мешающих типов волн и уменьшения наложения сигналов, возникающих вследствие суперпозиции различных мод колебаний, использовались отдельные точки регистрации упругих волн на расстояниях 200 мм (П1) и 400 мм (П2), что обеспечивает корректное определение времени распространения импульса и определение ско-

ростей соответствующих типов волн с использованием дифференциального метода.

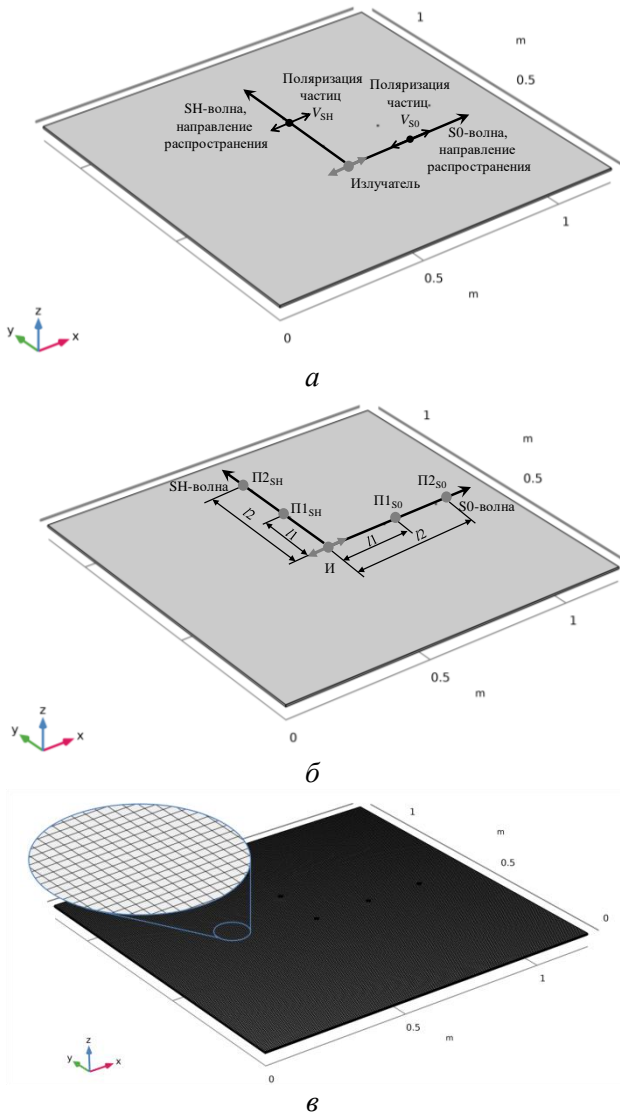


Рис. 1. Геометрия, граничные условия (а, б) и конечно-элементная сетка (в) модели листа ТРГ в программной среде COMSOL Multiphysics

Fig. 1. Geometry, boundary conditions (a, б) and finite-element mesh (в) of the TEG sheet model in the COMSOL Multiphysics software environment

Размер конечных элементов расчетной сетки не превышал $\frac{1}{4}$ длины волны на частоте 75 кГц и составлял порядка 5 мм, что обеспечивало необходимую точность численного решения. При таком размере в толщину листа умещался один слой сетки, что также соответствует требованию для получения достоверного результата моделирования. Общее количество элементов в модели составило 47524. Шаг интегрирования по времени задавался в соответствии с критерием Куранта – Фридрикса – Леви и не превышал одной десятой от времени, необходимого для прохождения волной расстояния, равного раз-

меру одного конечного элемента, что соответствовало величине порядка 270 нс. Временной интервал численного моделирования выбирался, исходя из условия регистрации одного прошедшего импульса исследуемого типа волны и составлял 400 мкс.

Для учета особенностей структуры терморасширенного графита, обладающего развитой пористостью, в программной среде COMSOL Multiphysics была сформулирована мультифизическая задача пороупругости. Данная постановка объединяла уравнения механики деформируемого твердого тела и закон Дарси в квазистационарном приближении.

Процесс распространения волны в пористой среде описывается уравнением движения [25]:

$$(\rho + J\epsilon\rho_f) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla \cdot (FS - \alpha_B (p_A - p_{ref}) JF^{-T}) + F_V, \quad (4)$$

где ρ – плотность среды; $J = \det F$ – детерминант тензора градиента деформации; ϵ – пористость среды (объемная доля пор); ρ_f – плотность газа в порах; u – вектор смещений; t – время; ∇ – оператор набла; F – тензор градиента деформации; S – второй тензор напряжений Пиолы – Кирхгофа; α_B – коэффициент Био-Уиллиса, p_A – абсолютное давление газа в порах, p_{ref} – стандартное (атмосферное) давление, F^{-T} – обратный транспонированный тензор градиента деформации F , F_V – объемная сила.

Второй тензор напряжений Пиолы – Кирхгофа S определяется по формуле

$$S = JF^{-1} \cdot \sigma \cdot F^{-T}, \quad (5)$$

где F^{-1} – обратный тензор градиента деформации F ; σ – тензор напряжений Коши.

При малых деформациях взаимосвязь между поровой матрицей и упругой средой может быть описана уравнением Дарси:

$$\rho_f \cdot S_p \frac{\partial p_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f v_d) = -\rho_f \cdot \alpha_B \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \epsilon_{vol}, \quad (6)$$

где S_p – параметр сжимаемости системы; p_f – давление газа в порах; v_d – скорость фильтрации Дарси; ϵ_{vol} – объемная деформация скелета.

Входящие в уравнения (2)–(3) параметры определяются следующими формулами:

– параметр сжимаемости системы S_p :

$$S_p = \frac{\epsilon}{K_f} + \frac{\alpha_B - \epsilon}{K_s} = S_p = \epsilon \chi_f + (\alpha_B - \epsilon) \chi_p, \quad (7)$$

где K_f – объемный модуль газа; K_s – объемный модуль твердой среды (скелета); χ_f – сжимаемость газа; χ_p – сжимаемость скелета;

– пористость среды ϵ :

$$\epsilon = \epsilon_0 + (\alpha_B - \epsilon_0) \left(1 - e^{-\chi_p (p_A - p_{ref})} J^{-1} \right), \quad (8)$$

где ϵ_0 – начальная пористость среды;

– сжимаемость газа χ_f

$$\chi_f = \frac{1}{p_A}, \quad (9)$$

где $p_A = p_f + p_{ref}$ – абсолютное давление газа в порах;

– сжимаемость скелета χ_p :

$$\chi_p = \frac{1 - \alpha_B}{K}, \quad (10)$$

– объемный модуль скелета K :

$$K = \frac{EG}{3(3G - E)}, \quad (11)$$

где E – модуль Юнга скелета; G – модуль сдвига скелета:

– коэффициент Био – Уиллиса α_B , характеризующий связь между деформацией пористого скелета и давлением газа:

$$\alpha_B = 1 - \frac{K_d}{K_s}, \quad (12)$$

где K_d – объемный модуль дренированного скелета; K_s – объемный модуль твердой среды (скелета).

Коэффициент Био – Уиллиса принимает значения в пределах $0 \leq \alpha_B \leq 1$, при этом он не зависит от свойств газа.

Скорость фильтрации газа через пористую среду Дарси может быть определена по формуле:

$$v_d = -\frac{\kappa}{\mu} \cdot \nabla \cdot p_f, \quad (13)$$

где κ – проницаемость пористой среды (скелета); μ – вязкость газа.

В случае с наполнением газом пор плотность газа ρ в них определяется по формуле

$$\rho = \frac{p_A}{R_S T}, \quad (14)$$

где R_S – индивидуальная удельная газовая постоянная; T – абсолютная температура газа.

В качестве параметров пористой среды в модели использованы следующие: динамическая вязкость μ , индивидуальная газовая постоянная R_S , коэффициент пористости ϵ , коэффициент Био – Уиллиса α_B и коэффициент проницаемости среды κ , значения которых указаны в табл. 1. Ввиду невозможности точного задания параметров пористой среды применительно к листам ТРГ исследования проведены во всем диапазоне коэффициента пористости и коэффициента Био – Уиллиса.

Учитывая малую скорость утечки и низкую газопроницаемость изделий из ТРГ, диапазон значений коэффициента проницаемости κ принят соизмеримым с типичными значений для песчаников ($10^{-15} - 10^{-12} \text{ м}^2$) и для почв ($10^{-13} - 10^{-11} \text{ м}^2$) [26].

Таблица 1. Значения параметров Дарси пористой среды, участвующих в расчетах

Table 1. Values of Darcy parameters for the porous medium involved in the calculations

Динамическая вязкость газа (воздух)	Индивидуальная газовая постоянная	Коэффициент пористости	Коэффициент Био-Уиллиса	Проницаемость среды
μ , Па·с	R_S , Дж/(кг·К)	ϵ	α_B	κ , м ²
1,82·10 ⁻⁵	287	0 ÷ 1	0 ÷ 1	1·10 ⁻²⁰ ÷ 1·10 ⁻¹⁰

В качестве упругих свойств материала листа ТРГ использованы полученные экспериментально результаты определения упругих модулей (модуля Юнга E , модуля сдвига G и коэффициента Пуассона ν) вдоль и поперек проката, а также их плотность и толщина (табл. 2) [15].

Таблица 2. Упругие характеристики, геометрия и плотность листов ТРГ

Table 2. Elastic properties, geometry and density of TEG sheets

№ образца	Толщина, мм	Плотность, кг/м ³	Модуль Юнга, ГПа		Модуль сдвига, ГПа		Коэффициент Пуассона	
	h		ρ	E_x	E_y	G_x	G_y	ν_x
1	1,52	940	4,56	2,55	2,22	2,21	0,03	-0,42
2	1,03	970	4,00	2,21	2,01	1,94	-0,01	-0,43
3	0,6	851	3,20	2,04	1,65	1,68	-0,03	-0,39
4	0,4	910	3,72	2,38	1,91	1,92	-0,02	-0,38
5	0,2	887	4,22	2,19	2,35	2,30	-0,10	-0,52

В рамках проведенного исследования были построены пять расчетных моделей листов ТРГ, отличающихся набором упругих характеристик,

толщины и плотности, определенных на основе экспериментальных данных.

Это позволило выполнить сравнительный анализ влияния упругих и структурных характеристик материала на параметры распространения нормальных волн.

Результаты и обсуждение

Для анализа особенностей распространения нормальных волн в листовом ТРГ построены пространственно-временные картины волнового поля, полученные в результате численного мо-

делирования. Визуализация волновых фронтов (распределения вектора смещений частиц среды в пространстве) позволяет проследить процесс формирования и распространения различных мод нормальных волн, а также оценить их кинематические характеристики (рис. 2).

Черно-белая шкала отражает величину вектора смещения частиц материала (в нанометрах).

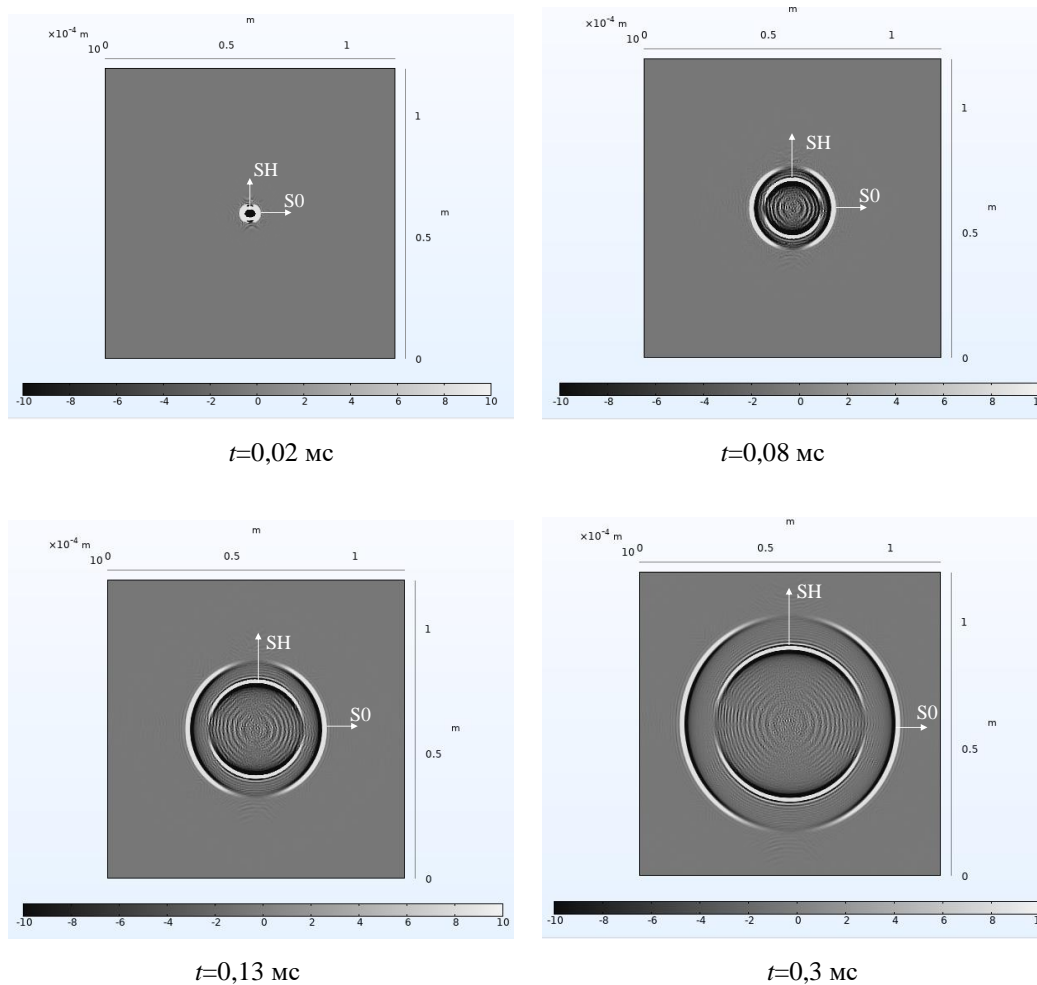


Рис. 2. Волновые фронты нормальных волн Лэмба в различные моменты времени t

Fig. 2. Wave fronts of guided Lamb waves at various time moments t

На рис. 2 наблюдается формирование двух фронтов волн – более медленной SH-волны в направлении оси x и более быстрой симметричной моды S_0 в направлении оси y . На начальном этапе времени ($t=0,02$ мс) формируется волновой фронт вблизи излучателя. В последующие моменты времени фронты SH- и S_0 -волн все более расходятся в пространстве. Согласно рис. 2 источник типа горизонтальной сосредоточенной силы формирует широкую диаграмму направленности по закону $\cos\alpha$ (для

S_0 -волны) и $\sin\alpha$ (для SH-волны). Численное моделирование процесса распространения нормальных волн в листовом материале позволяет получить временные развертки (эхограммы) различных мод волн Лэмба. В качестве примера на рис. 3 представлены временные развертки S_0 - и SH-волн при внесенных в модель значениях упругих модулей данного листа ТРГ вдоль и поперек проката. Эхограммы регистрировались в двух точках, расположенных на разных расстояниях от источника согласно рис. 1, б.

В рамках одной модели могут быть получены временные развертки х-компоненты смещений для моды S0- и у-компоненты смещений для SH-волны.

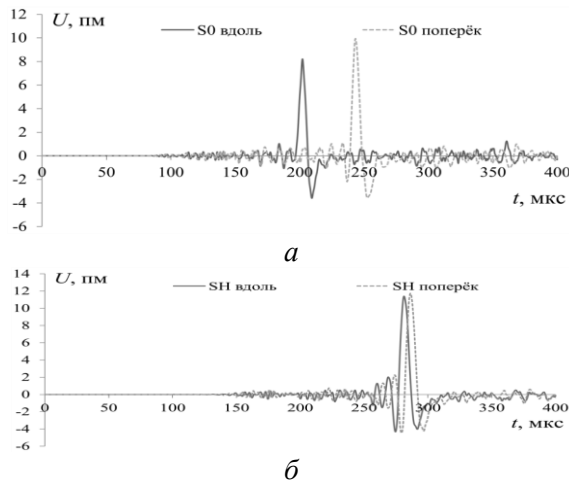


Рис. 3. Временные развертки S0 и SH волн для листа № 1 вдоль и поперек проката, зарегистрированные в точке приема П1

Fig. 3. Time waveforms of S0 and SH waves for sheet № 1 along and across the rolling direction, recorder at receiver point P1

Скорости распространения нормальных волн S0- и SH-волн определялись по разности времен прихода соответствующих импульсов в двух

Табл. 3. Сравнение значений скоростей нормальных волн, полученных при моделировании и экспериментальных

Table 3. Comparison of guided wave velocity values obtained from modeling and experiments

№	Моделирование				Эксперимент [15]				Отклонение экспериментальных значений от расчетных, %			
	Скорость моды S0, м/с		Скорость SH-волны, м/с		Скорость моды S0, м/с		Скорость SH-волны, м/с		мода S0, %		SH-волна, %	
	вдоль	поперек	вдоль	поперек	вдоль	поперек	вдоль	поперек	вдоль	поперек	вдоль	поперек
1	2203±1	1823±1	1546±1	1542±1	2204±3	1818±3	1536±6	1535±7	0.05	0.27	0.65	0.45
2	2036±1	1682±1	1451±1	1425±1	2031±3	1674±2	1439±8	1415±4	0.25	0.48	0.83	0.70
3	1945±1	1693±1	1402±1	1416±1	1939±3	1684±4	1390±6	1405±4	0.31	0.53	0.86	0.78
4	2028±1	1756±1	1459±1	1463±1	2024±5	1750±3	1449±8	1454±4	0.20	0.34	0.69	0.62
5	2201±1	1851±1	1637±1	1620±1	2193±4	1845±2	1626±3	1610±11	0.36	0.32	0.67	0.62

Анализ данных скоростей нормальных волн, представленных в табл. 3, показывает высокую степень согласования между результатами численного моделирования и экспериментальными измерениями. Расхождения между расчетными и экспериментальными данными не превышают 1 % во всех случаях.

В ходе численного моделирования определено, что изменение параметров Дарси (табл. 2) в широком диапазоне значений не привело к изменениям результатов моделирования. Это свидетельствует о том, что в рассматриваемых условиях влиянием фильтрационных эффектов

можно пренебречь. Результаты моделирования подтверждают, что уравнения движения и параметры материалов, использованные в модели (уравнения Био и Дарси), корректно описывают физику процесса распространения волн в листах ТРГ.

$$C_{S0,SH} = \frac{l2 - l1}{t2 - t1'} \quad (15)$$

где $l1$ и $l2$ – расстояния от источника возбуждения до точек регистрации П1 и П2 соответственно; $t1$ и $t2$ – моменты времени, соответствующие максимумам импульсов акустической волны, зарегистрированных в этих точках.

Формула позволяет определить среднюю скорость распространения нормальной волны на участке между двумя точками регистрации и тем самым снизить влияние погрешностей, обусловленных искажениями формы импульса в процессе распространения.

Погрешность расчетного значения скорости в пределах шага дискретизации по времени составила 1 м/с.

В ходе моделирования определены скорости распространения S0- и SH-волн по всем образцам, исследованным ранее экспериментально.

Сравнительные результаты скоростей, полученных в ходе моделирования и экспериментально согласно [15], приведены в табл. 3.

Табл. 3. Сравнение значений скоростей нормальных волн, полученных при моделировании и экспериментальных

Table 3. Comparison of guided wave velocity values obtained from modeling and experiments

можно пренебречь. Результаты моделирования подтверждают, что уравнения движения и параметры материалов, использованные в модели (уравнения Био и Дарси), корректно описывают физику процесса распространения волн в листах ТРГ.

Наблюдаемое согласование расчетных и экспериментальных данных свидетельствует об адекватности применяемой методики определения упругих модулей и возможности её использования для анализа механических характеристик пористых листовых материалов.

Исследование коэффициента Пуассона листового ТРГ методом акустоупругости

Результаты экспериментальных исследований, подтвержденные результатами моделирования, показывают, что в продольном направлении плоскости проката коэффициент Пуассона, характеризующий сопротивление материала поперечным деформациям, стремится к нулю, что означает отсутствие поперечной деформации при растяжении в указанном направлении. В поперечном направлении плоскости проката коэффициент Пуассона принимает отрицательные значения, что позволяет отнести указанный материал к ауксетикам, для которых характерно поперечное расширение при продольном растяжении. Для подтверждения ауксетических свойств проведено экспериментальное исследование явления акустоупругости листов ТРГ. Исследовалось изменение времени прохождения продольной волны по толщине образцов ТРГ под влиянием растягивающей нагрузки образца ТРГ вдоль и поперек направления проката. Установка для исследований (рис. 4) включала устройство статического растяжения и с одновременным измерением времени прохождения продольной волны по толщине образца теневым методом с использованием дефектоскопа DIO1000PA. В качестве акустических излучателя и приемника использовались пьезопреобразователи на основе гибкой пьезопленки из поливинилденфторида (ПВДФ).

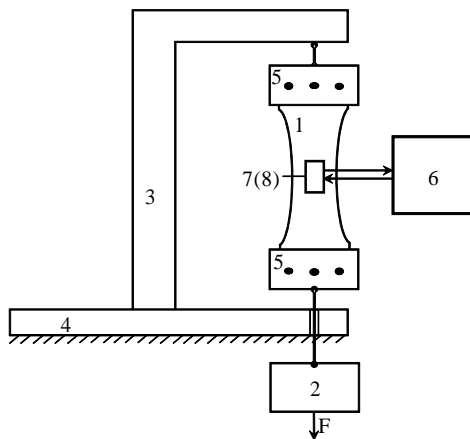


Рис. 4. Установка для исследований акустоупругого эффекта: 1 – исследуемый образец, 2 – блок статического растяжения, 3 – направляющая балка, 4 – неподвижная опора, 5 – зажимные планки, 6 – дефектоскоп ультразвуковой DIO1000PA, 7 – ПВДФ излучатель, 8 – ПВДФ приемник

Fig. 4. Experimental setup for investigating the acoustoelastic effect: 1 – test sample, 2 – static tension unit, 3 – guide beam, 4 – fixed support, 5 – clamping bars, 6 – ultrasonic flaw defectoscope DIO1000-PA, 7 – PVDF transmitter, 8 – PVDF receiver

Отличительной особенностью преобразователей на основе ПВДФ является возможность получения широкополосных и высокочастотных сигналов малой длительности, что позволяет с высокой точностью определить время прихода акустической волны, а также обеспечить наилучшее согласование контактирующих материалов с малым акустическим импедансом (ПВДФ и ТРГ).

Исследования изменения времени Δt прохождения продольной волны по толщине образца ТРГ с увеличением растягивающей нагрузки проведены для образца ТРГ №2 с $h=1$ мм, плотностью $\rho = 970$ кг/м³ с повторными измерениями по 5 раз при каждой растягивающей нагрузке. Результаты измерений времени Δt от уровня растягивающей нагрузки для образцов листов ТРГ вдоль и поперек проката представлены на рис. 5. Для образцов, растягиваемых поперек проката, наблюдается увеличение времени Δt до 0,04 мкс при нагрузке 6 МПа. Для образцов, растягиваемых вдоль проката, изменение времени Δt практически не наблюдается (меняется в пределах погрешности).

Δt , мкс

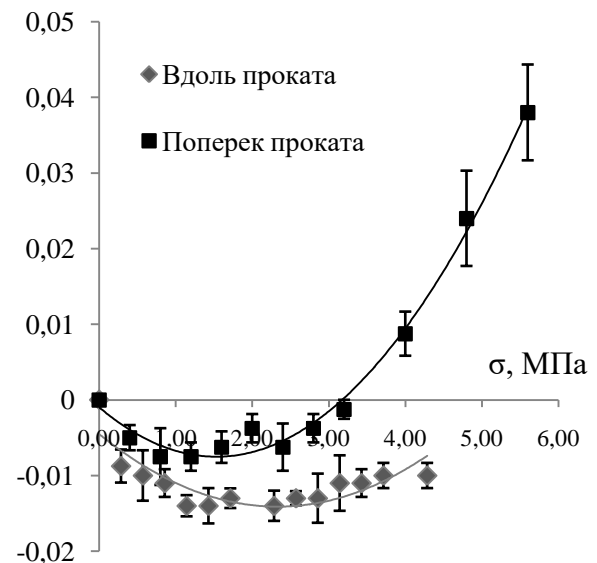


Рис. 5. График зависимости изменения времени прохождения продольной волны в процессе нагружения образца образца ТРГ №2 ($h=1$ мм, $\rho = 970$ кг/м³)

Fig. 5. Graph of time-of-flight variation for a longitudinal wave during loading of TEG sample №2 ($h=1$ мм, $\rho = 970$ кг/м³)

Согласно явлению акустоупругости изменение скорости волны имеет место при совпадении направления поляризации с направлением действия нагрузки (в условиях растягивающей нагрузки скорость уменьшается [27]). И напро-

тив, если поляризация волны перпендикулярна направлению нагрузки, явление акустоупругости (изменение скорости) не наблюдается. Наблюдаемое в эксперименте увеличение времени распространения продольной волны с поляризацией, перпендикулярной направлению растягивающей нагрузки листа ТРГ, позволяет говорить о том, что имеет место деформация (увеличение толщины образца) в направлении поперек проката, что подтверждает экспериментально полученное отрицательное значение коэффициента Пуассона. При этом в направлении вдоль проката растягивающая нагрузка практически не оказывает влияния на изменение времени распространения продольной волны, что свидетельствует о значениях коэффициента Пуассона, близких к нулю.

Для определения изменения толщины образца ТРГ выполнен перерасчет изменения времени в изменение толщины образца по формуле:

$$\Delta h = C_l \cdot \Delta t, \quad (16)$$

где $C_l = 440$ м/с – скорость l -волны.

Расчеты изменения толщины образца согласно формуле (13) дает увеличение толщины образца при растяжении до 6 МПа на 20 мкм, что подтверждает отрицательный коэффициент Пуассона в направлении поперек проката и принадлежность к классу ауксетиков, для которых характерно поперечное расширение при продольном растяжении.

Выводы

Разработанная модель и исследованные на ее основе закономерности распространения нормальных волн мод S0 и SH в пористых листах терморасширенного графита показали качественное совпадение с результатами экспериментальных эхограмм по форме импульсов и последовательности появления волновых мод, что говорит о корректности описания физики процесса распространения волн в листах ТРГ.

Динамические упругие модули, полученные экспериментально в рамках теории упругости, и использованные далее при моделировании уравнений движения пористых сред, показали количественное совпадение по скоростям нормальных S0- и SH-волн в широком диапазоне значений параметров Дарси пористой среды и при пренебрежении фильтрационными эффектами, что говорит об адекватности предложенной экспериментальной методики оценки модулей упругости по скоростям S0- и SH-волн в низкочастотном приближении и возможности ее использования для анализа механических характеристик пористых листовых материалов.

Расхождения в результатах оценки скоростей нормальных волн, полученных экспериментально и в ходе моделирования, не превышают 1 %. Результаты экспериментальной оценки коэффициента Пуассона, подтвержденные результатами моделирования, показали наличие ауксетических свойств листов ТРГ в поперечном направлении плоскости проката, что подтверждено с использованием явления акустоупругости.

Учитывая сложность определения предела пропорциональности на диаграмме механического нагружения листов ТРГ, возможность определения динамических упругих модулей по измеренным скоростям акустических нормальных волн является на данный момент единственно возможным методом определения модулей упругости листов ТРГ в технологическом цикле изготовления.

Библиографические ссылки

1. Муравьева О. В., Муравьев В. В. Методические особенности использования SH-волн и волн Лэмба при оценке анизотропии свойств листового проката // Дефектоскопия. 2016. № 7. С. 3–11. EDN WYCBJV.
2. Zheng S., Luo Y., Xu C., Xu G. A Review of Laser Ultrasonic Lamb Wave Damage Detection Methods for Thin-Walled Structures // Sensors. 2023. Vol. 23, № 6. P. 3183. DOI: 10.3390/s23063183.
3. Hu H., Hu X., Jiang W., Ma Y. P., Yu R., Fan L. F. Research on hydrogen-induced damage detection technology using shear horizontal SH0 mode nonlinear ultrasonic guided waves // Nondestructive Testing and Evaluation. 2025. Vol. 40, № 11. P. 5502–5536. DOI: 10.1080/10589759.2024.2445750.
4. Wang J., Li B. SH-wave based defect imaging method for CFRP plates with variable thickness // Nondestructive Testing and Evaluation. 2025. Vol. 40, № 5. P. 1770–1796. DOI: 10.1080/10589759.2024.2358384.
5. Dai Z., Liu J., Geng H. и др. The influence of slip boundary effect on the propagation of shear horizontal guided waves in a fluid-saturated porous medium // Journal of Engineering Mathematics. 2024. Vol. 144, № 15. DOI: 10.1007/s10665-023-10318-y.
6. Sokolovskaya Y. G., Podymova N. B., Karabutoy A. A. Using Broadband Acoustic Spectroscopy with a Laser Source of Ultrasound to Study the Frequency Dependences of the Phase Velocity of Longitudinal Acoustic Waves in Porous Carbon Fiber Reinforced Plastic Composites // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2021. Vol. 85, № 1. P. 93–97. DOI: 10.3103/S1062873821010251. EDN AEV SXH.
7. Ерофеев В. И., Клюева Н. В., Солдатов И. Н. Определение некоторых параметров защитного вязкоупругого покрытия с помощью сдвиговых нормальных волн // Проблемы прочности и пла-

стичности. 2018. Т. 80, № 3. С. 303–315. EDN XZIXRJ.

8. Kuznetsov S. V. Guided waves in stratified media with equal acoustic impedances // *Mechanics of Materials*. 2022. Vol. 170. P. 104338. DOI: 10.1016/j.mechmat.2022.104338. EDN MCHXLS.

9. Rose J. L. *Ultrasonic guided waves in solid media*. Cambridge; New York : Cambridge University Press, 2014. 530 p. ISBN 978-1-107-04895-9.

10. Eremin A. A., Glushkov E. V., Glushkova N. V., Lammering R. Evaluation of effective elastic properties of layered composite fiber-reinforced plastic plates by piezoelectrically induced guided waves and laser Doppler vibrometry // *Composite Structures*. 2015. Vol. 125. P. 449–458. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.02.029. EDN UFLFXZ.

11. Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А. Неразрушающие методы идентификации эффективных упругих свойств волокно-армированных композитных материалов с помощью ультразвуковых бегущих волн // *Новости материаловедения*. Наука и техника. 2014. № 4. С. 1. EDN SKAMBD.

12. Беляев А. С., Гончарский А. В., Романов С. Ю. Разработка численных алгоритмов решения прямой задачи распространения ультразвуковых волн в тонких пластинах // *Вычислительные методы и программирование*. 2023. Т. 24, № 3. С. 275–290. DOI: 10.26089/NumMet.v24r320. EDN OXMZML.

13. Jiang Y., Liu Ya., Zeng J. и др. Equivalent elastic modulus measurement of cross-ply composite plates using Lamb waves // *Composite Structures*. 2023. Vol. 321. P. 117230. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.117230. EDN UTAPQS.

14. Ong W. H., Rajic N., Chiu W. K., Rosalie C. Determination of the elastic properties of woven composite panels for Lamb wave studies // *Composite Structures*. 2016. Vol. 141. P. 24–31. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.12.017.

15. Особенности распространения акустических нормальных волн в тонких пористых листах терморасширенного графита / О. В. Муравьева, А. В. Блинова, Л. А. Денисов, О. П. Богдан // *Приборы и методы измерений*. 2024. Т. 15, № 3. С. 213–230. DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-213-220. EDN NTZMFK.

16. Князьков Н. Н., Шарфарец Б. П. Акустика пористо-упругих насыщенных жидкостью сред (обзор теории Био) // *Научное приборостроение*. 2016. Т. 26, № 1. С. 77–84. EDN VKLXYP.

17. Biot M. A. *Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media* // *Journal of Applied Physics*. 1962. Vol. 33. P. 1482–1498. DOI 10.1063/1.1728759.

18. Coussy O. *Poromechanics* / O. Coussy. Chichester : Wiley, 2004. XII, 298 p. ISBN 0-470-84920-7.

19. Ehlers W., Bluhm J. *Foundations of multiphase and porous materials* / W. Ehlers, J. Bluhm (eds) // *Porous Media*. Berlin : Springer, 2002. P. 3–86. DOI: 10.1007/978-3-662-04999-0_1.

20. Карнов С. В., Стельмах Л. С., Столин А. М. Математическое моделирование одностороннего прессования порошковых материалов в условиях сухого трения // *Известия высших учебных заведений. Порошковая металлургия и функциональные покрытия*. 2020. № 4. С. 22–32. DOI: 10.17073/1997-308X-2020-4-22-32. EDN YQQDFE.

21. Новиков М. А., Лисица В. В., Козяев А. А. Численное моделирование волновых процессов в трещиновато-пористых флюидонаполненных средах // *Вычислительные методы и программирование*. 2018. Т. 19, № 2. С. 130–149. DOI: 10.26089/NumMet.v19r212. EDN VPFBVM.

22. Викторов И. А. *Физические основы применения ультразвуковых волн Релея и Лэмба в технике*. М. : Наука, 1966. 168 с.

23. Пригожих В. А., Дамдинов Б. Б. Моделирование распространения звука в жидкости с пузырьками воздуха // *Вестник Бурятского государственного университета. Химия. Физика*. 2025. № 1. С. 49–55. DOI: 10.18101/2306-2363-2025-1-49-55. – EDN RCTZCV.

24. Суханов Д. Я., Кузовова А. Е. Моделирование волновых процессов методом динамики частиц // *Математическое моделирование*. 2020. . 32, № 10. С. 119–134. DOI: 10.20948/mm-2020-10-09. EDN STJJBH.

25. Porous Media Flow Module User's Guide. – Электрон. дан. 386 p. COMSOL Multiphysics. URL: <https://manualz.com/doc/77521887/comsol-porous-media-flow-module-user-s-guide> (дата обращения: 04.05.2026).

26. Леонтьев Н. Е. *Основы теории фильтрации* : учеб. пособие. 2-е изд. М. : МАКС Пресс, 2017. 88 с. ISBN 978-5-317-05628-5.

27. *Неразрушающий контроль* : справочник : в 8 т. *Акустическая тензометрия* / под общ. ред. В. В. Клюева. М. : Машиностроение, 2006. Т. 4. Кн. 1. 736 с.

References

1. Murav'eva O.V., Murav'ev V.V. [Methodological peculiarities of using SH- and Lamb waves when assessing the anisotropy of properties of flats]. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2016, vol. 52, no. 7, pp. 363-369 (in Russ.). DOI 10.1134/S1061830916070056.

2. Zheng S., Luo Y., Xu C., Xu G. [A Review of Laser Ultrasonic Lamb Wave Damage Detection Methods for Thin-Walled Structures]. *Sensors*, 2023, vol. 23, no. 6, 3183 p. DOI: 10.3390/s23063183.

3. Hu H., Hu X., Jiang W., Ma Y. P., Yu R., Fan L. F. [Research on hydrogen-induced damage detection technology using shear horizontal SH0 mode nonlinear ultrasonic guided waves]. *Nondestructive Testing and Evaluation*, 2025, vol. 40, no. 11, pp. 5502–5536. DOI: 10.1080/10589759.2024.2445750.

4. Wang J., Li B. [SH-wave based defect imaging method for CFRP plates with variable thickness]. *Nondestructive Testing and Evaluation*, 2025, vol. 40, no. 5, pp. 1770–1796. DOI: 10.1080/10589759.2024.2358384.

5. Dai Z., Liu J., Geng H. [The influence of slip boundary effect on the propagation of shear horizontal guided waves in a fluid-saturated porous medium]. *Journal of Engineering Mathematics*, 2024, vol. 144, no. 15. DOI: 10.1007/s10665-023-10318-y.
6. Sokolovskaya Y. G., Podymova N. B., Karabutov A. A. [Using Broadband Acoustic Spectroscopy with a Laser Source of Ultrasound to Study the Frequency Dependences of the Phase Velocity of Longitudinal Acoustic Waves in Porous Carbon Fiber Reinforced Plastic Composites]. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2021, vol. 85, no. 1, pp. 93–97. DOI: 10.3103/S1062873821010251.
7. Erofeev V. I., Kljueva N. V., Soldatov I. N. [Determination of some parameters of protective viscoelastic coating by help shear normal waves]. *Problems of Strength and Plasticity*, 2018, vol. 80, no. 3, pp. 303–315 (in Russ.).
8. Kuznetsov S. V. [Guided waves in stratified media with equal acoustic impedances]. *Mechanics of Materials*, 2022, vol. 170, 104338 p. DOI: 10.1016/j.mechmat.2022.104338.
9. Rose J. L. *Ultrasonic guided waves in solid media*. Cambridge; New York : Cambridge University Press, 2014, 530 p. ISBN 978-1-107-04895-9.
10. Eremin A. A., Glushkov E. V., Glushkova N. V., Lammering R. [Evaluation of effective elastic properties of layered composite fiber-reinforced plastic plates by piezoelectrically induced guided waves and laser Doppler vibrometry]. *Composite Structures*, 2015, vol. 125, pp. 449–458. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.02.029.
11. Glushkov E. V., Glushkova N. V., Eremin A. A. [Non-destructive methods for identifying effective elastic properties of fiber-reinforced composite materials using ultrasonic traveling waves]. *Novosti materialovedeniya. Nauka i tekhnika*, 2014, no. 4, 1 p. (in Russ.).
12. Belyaev A. S., Goncharskij A. V., Romanov S. Yu. [Development of numerical algorithms for solving the direct problem of propagation of ultrasonic waves in thin plates]. *Numerical Methods and Programming*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 275–290. (in Russ.) DOI: 10.26089/NumMet.v24r320.
13. Jiang Y., Liu Ya., Zeng J. i dr. [Equivalent elastic modulus measurement of cross-ply composite plates using Lamb waves]. *Composite Structures*, 2023, vol. 321, pp. 117230. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.117230.
14. Ong W. H., Rajic N., Chiu W. K., Rosalie C. [Determination of the elastic properties of woven composite panels for Lamb wave studies]. *Composite Structures*, 2016, vol. 141, pp. 24–31. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.12.017.
15. Muraveva O. V., Blinova A. V., Denisov L. A., Bogdan O. P. [The peculiarities of acoustic normal waves propagation in thin porous sheets of thermally expanded graphite]. *Devices and methods of measurements*, 2024, vol. 15, no. 3, pp. 213–230. (in Russ.) DOI: 10.21122/2220-9506-2024-15-3-213-220.
16. Knyaz'kov N. N., Sharfarc B. P. [Acoustics of porous-elastic fluid saturated medium (an overview of the biot theory)]. *Nauchnoe priborostroenie*, 2016, vol. 26, no. 1, pp. 77–84 (in Russ.).
17. Biot M. A. [Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media]. *Journal of Applied Physics*, 1962, vol. 33, pp. 1482–1498. DOI 10.1063/1.1728759.
18. Coussy O. *Poromechanics*. Chichester: Wiley, 2004, XII, 298 p. ISBN 0-470-84920-7.
19. Ehlers W., Bluhm J. [Foundations of multiphase and porous materials]. *Porous Media*, 2002, pp. 3–86. DOI: 10.1007/978-3-662-04999-0_1.
20. Karpov S. V., Stel'mah L. S., Stolin A. M. [Mathematical modeling of single action pressing of powder materials under dry friction conditions]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Poroshkovaya metallurgiya i funkcional'nye pokrytiya*, 2020, no. 4, pp. 22–32. (in Russ.) DOI: 10.17073/1997-308X-2020-4-22-32.
21. Novikov M. A., Lisica V. V., Kozyaev A. A. [Numerical modeling of wave processes in fractured porous fluid-saturated media]. *Numerical Methods and Programming*, 2018, vol. 19, no. 2, pp. 130–149. DOI: 10.26089/NumMet.v19r212.
22. Viktorov I. A. *Fizicheskie osnovy primeneniya ul'trazvukovyh voln Re-leya i Lemba v tekhnike..* Moscow: Nauka, 1966, 168 p. (in Russ.).
23. Prigozhih V. A., Daminov B. B. [Modeling the propagation of sound in a liquid containing air bubbles]. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Himiya. Fizika*, 2025, no. 1, pp. 49–55. (in Russ.) DOI: 10.18101/2306-2363-2025-1-49-55.
24. Suhanov D. YA., Kuzovova A. E. [Modeling Wave Processes by the Particle Dynamics Method]. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2021, vol. 13, no. 3, pp. 532-542. DOI 10.1134/S2070048221030170.
25. *Porous Media Flow Module User's Guide*. COMSOL Multiphysics. Available at: <https://manualz.com/doc/77521887/comsol-porous-media-flow-module-user-s-guide> (accessed 04.05.2026).
26. Leont'ev N. E. *Osnovy teorii fil'tracii : ucheb. posobie*. 2nd ed. Moscow: MAKSPress, 2017, 88 p. ISBN 978-5-317-05628-5. (in Russ.)
27. Nerazrushayushchij kontrol' : spravochnik : v 8 t. Akusticheskaya tenzometriya, pod obshch. red. V. V. Klyueva, M. : Mashinostroenie, 2006, vol. 4. kn. 1., 736 p. (in Russ.).

Modeling of Lamb Normal Wave Propagation in Porous Sheets of Thermally Expanded Graphite

O. V. Muravieva, DSc in engineering, prof, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russia
A.V. Blinova, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia
Yu.V. Myshkin, researcher, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

To validate the adequacy of the method for determining dynamic elastic moduli of porous sheets of thermally expanded graphite using normal modes of Lamb waves in the low-frequency approximation, numerical modeling of their propagation process was conducted. The propagation model for the symmetric S0 mode of Lamb waves and horizontally polarized SH waves in porous sheets of thermally expanded graphite was implemented in the COMSOL Multiphysics software environment. The modeling solves the equations of motion for the porous medium and Darcy's law in the quasi-stationary approximation. An analytical-experimental approach was employed, whereby the elastic moduli of the medium obtained experimentally within the framework of solid body elasticity theory were incorporated into the model, while the adequacy of the method was assessed based on the modeled normal wave velocities. The developed model and the investigated propagation patterns of S0 and SH normal wave modes in porous sheets of thermally expanded graphite demonstrated qualitative agreement with experimental echograms in terms of pulse shape and sequence of wave mode arrival, confirming the correctness of the wave propagation physics description in TEG sheets. The dynamic elastic moduli obtained experimentally within solid body elasticity theory and subsequently used in modeling the porous medium motion equations showed quantitative agreement in S0 and SH normal wave velocities across a wide range of Darcy parameters for the porous medium, as well as when neglecting filtration effects. This confirms the adequacy of the proposed experimental method for evaluating elastic moduli based on S0 and SH wave velocities in the low-frequency approximation and its applicability for analyzing mechanical properties of porous sheet materials. Discrepancies between experimentally measured and modeled normal wave velocities did not exceed 1%. The experimental evaluation of the Poisson's ratio, corroborated by modeling results, revealed auxetic properties of TEG sheets in the transverse direction of the rolling plane, confirmed through the acoustoelastic effect.

Keywords: modeling, sheet thermally expanded graphite, guided-wave velocities, dynamic elastic modules.

Получено: 08.05.26

Образец цитирования

Муравьева О. В., Блинова А. В., Мышкин Ю. В. Моделирование процесса распространения нормальных волн Лэмба в пористых листах терморасширенного графита // Интеллектуальные системы в производстве. 2026. Т. 24, № 2. С. 4–15. DOI: 10.22213/2410-9304-2026-2-4-15.

For Citation

Muravieva O.V., Blinova A.V., Myshkin Yu.V. [Modeling of Lamb Normal Wave Propagation in Porous Sheets of Thermally Expanded Graphite]. *Intellektual'nyesistemy v proizvodstve*. 2026, vol. 24, no. 2, pp. 4-15 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2026-2-4-15.