

УДК 004.942:504.75.06

DOI: 10.22213/2410-9304-2026-3-72-76

Моделирование нелинейной диффузии ^{135}Cs в инженерном барьере хранилища радиоактивных отходов

Д. А. Литвинов, кандидат физико-математических наук,

Воронежский государственный университет инженерных технологий, Воронеж, Россия

М. А. Зайцева, Воронежский государственный университет инженерных технологий, Воронеж, Россия

А. В. Калач, доктор химических наук, профессор,

Воронежский государственный университет инженерных технологий, Воронеж, Россия

В работе рассматривается задача моделирования переноса долгоживущего радионуклида цезия-135 в пористом материале инженерного барьера хранилища радиоактивных отходов. Цезий-135 обладает большим периодом полураспада, составляющим около $2,3 \cdot 10^6$ лет, что определяет его значимость при оценке долговременной радиационной безопасности. Эффективность инженерных барьеров во многом зависит от способности материалов замедлять миграцию подобных изотопов в геологической среде.

Для описания процесса переноса предложена математическая модель нелинейной диффузии, в которой эффективный коэффициент диффузии зависит от концентрации радионуклида. Такая постановка позволяет учитывать сорбционные процессы, протекающие на поверхности глинистых минералов, а также эффект насыщения активных сорбционных центров при увеличении концентрации цезия. Используемый подход обеспечивает более адекватное описание физико-химических особенностей переноса радионуклидов по сравнению с линейными моделями.

Численное решение уравнения нелинейной диффузии выполнено с применением явной разностной схемы. Для обеспечения устойчивости вычислений соблюдались необходимые условия, связывающие шаги по времени и пространству. Контроль точности численного решения осуществлялся методом последовательного измельчения расчетной сетки. Показано, что максимальная относительная погрешность не превышает 2 процентов.

Полученные результаты позволяют определить пространственно-временное распределение концентрации цезия-135 в инженерном барьере и оценить время достижения потенциально опасных уровней загрязнения на различных глубинах. Модель может использоваться при анализе эффективности инженерных барьеров и обосновании безопасности систем долговременного захоронения радиоактивных отходов. Практическая значимость работы заключается в возможности применения разработанной модели при проектировании хранилищ, сравнительном анализе барьерных материалов, прогнозировании поведения радионуклидов и поддержке принятия инженерных решений на этапах эксплуатации и мониторинга без существенного увеличения вычислительных затрат и усложнения исходных параметров модели в инженерных расчетах безопасности.

Ключевые слова: цезий-135, нелинейная диффузия, инженерный барьер, радиоактивные отходы, разностная схема, модель, прогноз.

Введение

Безопасное долгосрочное захоронение высокоактивных радиоактивных отходов (РАО) является одной из ключевых проблем современной атомной энергетики. Считается, что инженерные барьеры из низкопроницаемых материалов (глины [1], цемента [2], бетона [3]) обеспечивают изоляцию радионуклидов на протяжении тысячелетий, замедляя их миграцию в геологическую среду за счет механизмов диффузии и сорбции.

Среди долгоживущих продуктов деления особое место занимает цезий-135, относящийся к долгоживущим продуктам распада и значим в проблеме долговременного захоронения отработанного ядерного топлива, поскольку период полураспада ^{135}Cs составляет $\sim 2,3 \cdot 10^6$ лет [4]. Необходимо отметить, что высокая геохимическая подвижность в водной среде в сочетании с исключительной долгоживучестью делает радионуклид ^{135}Cs определяющим при оценке долгосрочной радиологической опасности хранилищ [5].

Известно, что поведение ^{135}Cs в барьерных материалах характеризуется сложной нелинейностью. Экспериментальные исследования, например [6], по диффузии цезия, показывают, что эффективный коэффициент диффузии не является константой, а может меняться в зависимости от степени водонасыщения, плотности материала и, что важно, от концентрации самого изотопа цезия. Эта зависимость обусловлена механизмом конкуренции за сорбционные центры на поверхности глинистых минералов [7], та-

ких как илит и вермикулит [8]: при низких концентрациях цезий эффективно сорбируется на высокоаффинных позициях, что резко снижает его подвижность; с ростом концентрации эти центры насыщаются, и доля цезия, участвующего в быстрой поровой диффузии, увеличивается [9]. Также важно отметить, что конкуренция за сорбционные центры определяется не только концентрацией Cs, но и сопутствующими катионами, выделяющимися из самой глины при контакте с водой. Как показано в работе [10], пренебрежение вымыванием Ca^{2+} и Mg^{2+} приводит к артефактно заниженным значениям Kd при высоких соотношениях твердой фазы к жидкости.

Существующие модели миграции зачастую используют упрощенные подходы, такие как постоянный коэффициент диффузии или линейная изотерма сорбции, что не позволяет адекватно описать процесс на масштабах, сравнимых со сроком службы хранилища [11].

Необходимо отметить, что даже усовершенствованные модели, такие как модели матричной диффузии [12], модели ClaySor [13], многосайтовые модели поверхностной диффузии [14], многокомпонентные модели реактивного переноса с катионным обменом [15], требуют сложной параметризации и значительных вычислительных ресурсов.

В связи с данными фактами актуальным является повышение эффективности моделирования нелинейной диффузии ^{135}Cs в инженерном барьере хранилища радиоактивных отходов.

Цель исследования – разработка и эффективная численная реализация математической модели нелинейной диффузии ^{135}Cs в инженерном барьере хранилища радиоактивных отходов.

В рамках реализации модели нелинейной диффузии ^{135}Cs в инженерном барьере хранилища радиоактивных отходов решены следующие задачи:

- 1) получение пространственно-временных распределений концентрации в барьере за период 2000 лет;
- 2) анализ динамики достижения критического (опасного) уровня концентрации на различных глубинах;
- 3) оценка эффективности барьера заданной толщины.

Математическая модель и метод решения

Перенос цезия-135 в пористом материале барьера описывается уравнением нелинейной диффузии:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_e \cdot \frac{1}{\alpha(c)} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где: $c(x, t)$ – концентрация цезия-135 в поровой воде барьера, [моль/м³]; x – координата, отсчитываемая от поверхности контакта с отходами вглубь материала, [м]; t – время, [с]; D_e – базовый эффективный коэффициент диффузии цезия в материале барьера (не учитывающий сорбционное замедление), [м²/с]; $\alpha(c)$ – безразмерный коэффициент, учитывающий снижение подвижности цезия из-за сорбции. При $\alpha(c)=1$ модель сводится к классическому уравнению Фика.

Функция $\alpha(c)$ задается выражением, отражающим насыщение сорбционных центров:

$$\alpha(c) = 1 + K \frac{c}{1 + c / c_{\text{half}}}, \quad (2)$$

где $K = 2,5$ – параметр, характеризующий максимальное возможное снижение диффузии за счет сорбции, а $c_{\text{half}} = 0,1 \text{ моль/м}^3$ – концентрация полунасыщения. При $c \gg c_{\text{half}}$ $\alpha(c) \approx 1 + K c_{\text{half}}$, что означает, что при больших концентрациях $\alpha(c)$ становится почти константой и дальнейшее увеличение концентрации цезия уже мало меняет подвижность. При $c \ll c_{\text{half}}$ $\alpha(c) \rightarrow 1$, и диффузия приближается к значению в свободной поре.

Для расчетов базовый эффективный коэффициент диффузии цезия в водонасыщенном глинистом материале принят равным $D_e = 1,8 \times 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}$, что соответствует характерным для бентонитов порядкам величин.

Для удобства расчетов прогноза в масштабе лет выполнено преобразование

$$D_e^{\text{год}} = D_e \times 3,15576 \times 10^7 = 5,68 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{год}.$$

Длина барьера $L = 10 \text{ м}$. Время моделирования $T_{\text{max}} = 2000 \text{ лет}$. Концентрация на границе с отходами $c_0 = 1,0 \text{ моль/м}^3$.

Граничные и начальные условия при $x = 0$: $c(0, t) = c_0$ (граничное условие Дирихле). При $x = L$: $\partial c / \partial x = 0$ (условие непроницаемости, нулевой поток). При $t = 0$: $c(x, 0) = 0$ для $x > 0$ (исходно чистый барьер).

Для оценки безопасности важным является определение времени достижения опасного уровня загрязнения. В данной работе, фокусирующейся на процессах в непосредственной приконтактной зоне хранилища, в качестве модельного порогового значения принята концентрация $c_{\text{crit}} = 0,01 \text{ моль/м}^3$.

Это значение существенно (на несколько порядков) превышает нормативы для питьевой воды (например, уровень вмешательства для ^{135}Cs по НРБ-99/2009 составляет порядка $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ моль/м}^3$) [16], но является репрезентативным для анализа зоны интенсивного воздействия отходов и позволяет наглядно исследовать динамику формирования опасной ситуации в самом барьере.

Уравнение (1) решено явной разностной схемой. Расчетная область дискретизируется равномерной сеткой с шагом Δx по пространству и Δt по времени. Аппроксимация производных приводит к итерационной формуле для внутренних узлов:

$$c_i^{n+1} = c_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[D_{i+\frac{1}{2}}^n \frac{c_{i+1}^n - c_i^n}{\Delta x} - D_{i-\frac{1}{2}}^n \frac{c_i^n - c_{i-1}^n}{\Delta x} \right], \quad (3)$$

где $D_{i+\frac{1}{2}}^n = D_e^{\text{год}} / \alpha((c_i^n + c_{i+1}^n) / 2)$.

Здесь N_x – число узлов сетки разбиения пространства; $i = 1, N_x - 1$ – индексы пространственных узлов; N_t – число узлов сетки разбиения пространства; $n = 0, N_t - 1$ – индексы временных узлов; Δx и Δt – шаги сеток.

Устойчивость явной схемы обеспечивали выполнением условия Куранта – Фридрихса – Леви (CFL):

$$\Delta t \leq \frac{0,4 \cdot (\Delta x)^2}{\max(D_e^{\text{год}} / \alpha(c))}. \quad (4)$$

Контроль точности осуществляли методом последовательного измельчения сетки. Расчеты проводили на последовательности сеток ($N_x=51, N_t=5000$) $\rightarrow$ ($N_x=101, N_t=10000$) $\rightarrow$ ($N_x=201, N_t=20000$). Максимальная относительная погрешность между решениями на соседних по точности сетках не превысила 2 %.

Результаты и обсуждение

Все представленные ниже результаты получены в результате расчетов по описанной численной модели. Использовалась финальная сетка с параметрами $N_x=201, N_t=20000$, что обеспечивает пространственное разрешение 0,05 м и временной шаг 0,1 года при выполнении условия CFL.

Временная динамика концентрации на различных глубинах. На рис. 1 представлены зависимости концентрации ^{135}Cs от времени на фиксированных глубинах 0,1; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0 м. и 8,0 м. Горизонтальная пунктирная линия обозначает уровень модельной опасной концентрации c_{crit} .

На малых глубинах (0,1–0,5 м) наблюдается быстрый рост концентрации, приближающийся к граничному значению C_0 уже за первые сотни лет. Это связано с близостью к источнику поступления радионуклида и малой длиной диффузионного пути.

Превышение порога C_{crit} происходит чрезвычайно быстро: на глубине 0,1 м – через 15 лет, на глубине 0,5 м – через 85 лет. На средней глубине (1,0–2,0 м) кинетика процесса замедляется. Концентрация нарастает по характерной S-образной кривой. Критический уровень достигается на глубине 1,0 м через 220 лет, а на глубине 2,0 м – через 580 лет. Задержка обусловлена как увеличением диффузионного пути ^{135}Cs , так и более выраженным влиянием сорбционного замедления, учитываемого концентрационной зависимостью коэффициента диффузии $D_{\text{eff}} = D_e / \alpha(c)$. На значительных глубинах (5,0 м; 8,0 м) концентрация за весь период моделирования (2000 лет) не достигает опасного уровня, оставаясь ниже 0,3 моль/м³.

Полученный результат демонстрирует существенную задерживающую способность барьера. Рис. 2 иллюстрирует эволюцию профилей концентрации по глубине в моменты времени $t = 100, 500, 1000$ и 2000 лет. Полученные зависимости наглядно показывают распространение диффузионного фронта ^{135}Cs .

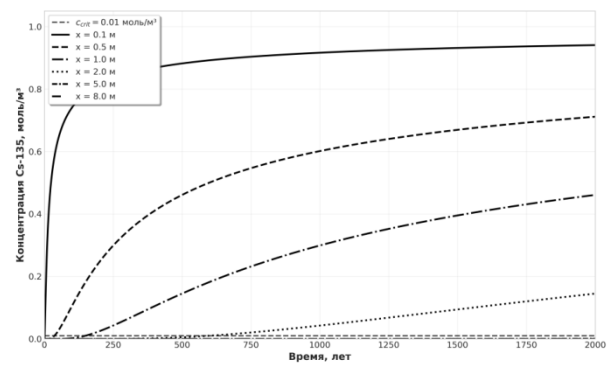


Рис. 1. Зависимость концентрации цезия-135 от времени на различных глубинах барьера

Fig. 1. Dependence of the cesium-135 concentration on time at different depths of the barrier

Установлено, что через 100 лет хранения радиоактивное загрязнение проникает на глубину до 1,5 м, при этом в приповерхностной зоне ($x < 0,5$ м) формируется крутой градиент концентрации. К 500 годам хранения фронт смещается до 3,5 м, а градиенты становятся более плавными. За 2000 лет профиль концентрации выходит на квазистационарное состояние, близкое к линейному в большей части барьера, однако полное насыщение не достигается из-за условия непроницаемости на дальней границе ($x = L$).

Необходимо отметить, что глубина проникновения значимых концентраций ^{135}Cs ($>0,01$ моль/м³) составляет порядка 2,5 м.

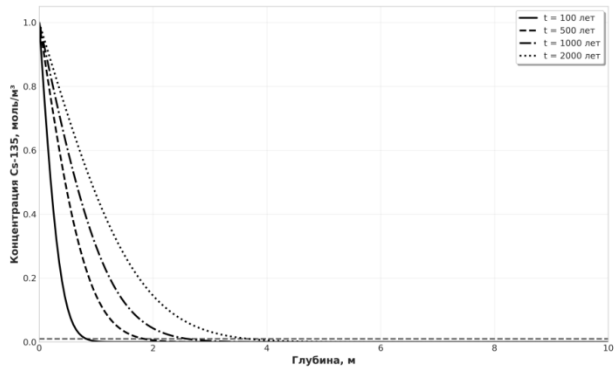


Рис. 2. Профили концентрации цезия-135 по глубине в разные моменты времени

Fig. 2. Profiles of cesium-135 concentration by depth at different times

Ключевым практическим результатом является определение времени достижения опасного уровня C_{crit} в зависимости от глубины. На рис. 3 эта зависимость представлена графически, а в таблице – в численном виде.

Полученная зависимость $t_{\text{crit}}(x)$ (рис. 3) в логарифмических координатах близка к квадратичной, что согласуется с фундаментальным соотношением $x \sim \sqrt{D_{\text{eff}} \cdot t}$ для диффузионных процессов. Отклонение от идеальной параболы вызвано нелинейностью коэффициента $D_{\text{eff}} = D_e / \alpha(c)$.

Время достижения модельной опасной концентрации ($c \geq 0,01$ моль/м³)

Time to reach the modeled hazardous concentration ($c \geq 0.01$ mol/m³)

Глубина, x (м)	Время, t_{crit} (лет)	Примечание
0,1	15	Достигнуто
0,5	85	Достигнуто
1,0	220	Достигнуто
2,0	580	Достигнуто
5,0	> 2000	Не достигнуто за время моделирования
8,0	> 2000	Не достигнуто за время моделирования

На рис. 3 также представлена интегральная картина процесса, где показано распределение концентрации в координатах «глубина – время». Пунктиром выделен контур опасной зоны, где $c(x, t) \geq c_{\text{crit}}$.

Карта позволяет визуальнo оценить динамику расширения опасной зоны: В начальный период (первые 50 лет) опасная концентрация существует только в тонком приповерхностном слое. С течением времени контур смещается вглубь, демонстрируя замедление скорости продвижения фронта. К концу расчетного периода (2000 лет) опасная зона охватывает область до глубины 2,5 м.

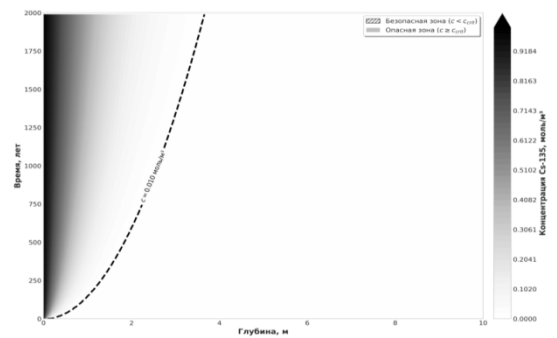


Рис. 3. Пространственно-временное распределение концентрации цезия-135. Пунктирной линией показана граница опасной зоны ($c = 0,01$ моль/м³).

Fig. 3. Spatiotemporal distribution of the cesium-135 concentration. The red dotted line shows the boundary of the danger zone ($c = 0,01$ mol/m³).

Заключение

Разработана математическая модель нелинейной диффузии цезия-135 в пористом инженерном барьере, явно учитывающая концентрационную зависимость эффективного коэффициента диффузии через функцию $\alpha(c)$, которая отражает насыщение сорбционных центров.

Модель реализована с использованием явной разностной схемы. Контроль точности методом последовательного измельчения расчетной сетки подтвердил сходимость решения с максимальной относительной погрешностью менее 2 %.

В результате численного моделирования на периоде 2000 лет получены детальные пространственно-временные распределения концентрации цезия. Установлены количественные оценки времени достижения модельной опасной концентрации ($0,01$ моль/м³) на различных глубинах: 15 лет ($0,1$ м), 220 лет ($1,0$ м), 580 лет ($2,0$ м).

Показано, что за 2000 лет хранения фронт опасной концентрации исследуемого изотопа проникает на глубину не более $2,5$ м, в то время как общая толщина инженерного барьера составляет 10 м. Полученные результаты моделирования указывают на высокую задерживающую способность материала, но одновременно выявляют приповерхностную зону (глубиной $\sim 2-3$ м) как наиболее уязвимую в первые сотни лет эксплуатации хранилища, что требует пристального мониторинга.

Предложенный подход, сочетающий физическую адекватность и вычислительную эффективность моделирования, может быть использован для сравнительного анализа эффективности различных материалов инженерных барьеров и оптимизации их параметров при проектировании хранилищ РАО.

Библиографические ссылки

1. Природные глинистые грунты как материалы для создания инженерных барьеров безопасности при захоронении радиоактивных отходов / М. Л. Кулешова, Т. Г. Шимко, Н. Н. Данченко, И. В. Авилина, Н. Ю. Степанова, В. И. Сергеев // Вестник Московского университета. Серия 4: Геология. 2023. № 4. С. 143–152. DOI: 10.55959/MSU0579-9406-4-2023-63-4-143-152.

2. Богатов С. А., Григорьев Ф. В. Влияние деградировавшей цементной заливки на выход радионуклидов в концепции захоронения РАО класса 1 в суперконтейнере // Радиоактивные отходы. 2022. № 1 (18). С. 77–85. DOI: 10.25283/2587-9707-2022-1-77-85.

3. Анисимов Н. А., Куваев А. А., Сизоненко Е. В. Численное моделирование миграции радионуклидов в конструкциях и ближней зоне приповерхностного пункта захоронения радиоактивных отходов // Радиоактивные отходы. 2023. № 4 (25). С. 89–100. DOI: 10.25283/2587-9707-2023-4-89-100.

4. Shimada A. Recent Progress of ¹³⁵Cs Concentration and ¹³⁵Cs/¹³⁷Cs Isotopic Ratio Measurement // 分析化学 (Bunseki Kagaku). 2022. Vol. 71. No. 12. P. 625–633.

5. Li H., Wang J., Mao L., Zhao S., Jia M., Liu Y., Huang S. Safety assessment of Beishan pre-selection area for geological disposal of high-level radioactive waste in China // Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry. 2022. Vol. 331. P. 2573–2581. DOI: 10.1007/s10967-022-08300-6.

6. Baborová L., Viglašová E., Vopálka D. Cesium transport in Czech compacted bentonite: Planar source and through diffusion methods evaluated considering non-linearity of sorption isotherm // Applied Clay Science. 2023. Vol. 245. 107150. DOI: 10.1016/j.clay.2023.107150.

7. Park S.-M., Alessi D.S., Baek K. Selective adsorption and irreversible fixation behavior of cesium onto 2:1 layered clay mineral: A mini review // Journal of Hazardous Materials. 2019. Vol. 369. P. 569–576. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2019.02.062.

8. Latrille C., Bildstein O. Cs selectivity and adsorption reversibility on Ca-illite and Ca-vermiculite // Chemosphere. 2022. Vol. 288. Part 2. 132582. DOI: 10.1016/j.chemosphere.2021.132582.

9. Zhang K., Li Z., Qi S., Chen W., Xie J., Wu H., Zhao H., Li D., Wang S. Adsorption behavior of Cs(I) on natural soils: Batch experiments and model-based quantification of different adsorption sites // Chemosphere. 2022. Vol. 290. 132636. DOI: 10.1016/j.chemosphere.2021.132636.

10. Романчук А. Ю., Михеев И. В., Калмыков С. Н. Экспериментальные особенности определения коэффициента распределения радионуклидов на барьерных глинистых материалах // Радиоактивные отходы. 2023. № 2 (23). С. 90–97. DOI: 10.25283/2587-9707-2023-2-90-97.

11. Mutoni A., Kim J. Impact of Concrete Degradation on the Long-Term Safety of a Near-Surface Radioactive Waste

Disposal Facility in Korea // Applied Sciences. 2022. Vol. 12. No. 18. 9009. DOI: 10.3390/app12189009.

12. Soler J.M., Neretnieks I., Moreno L., Liu L., Meng S., Svensson U., Iraola A., Ebrahimi H., Trinchero P., Molinero J., Vidstrand P., Deissmann G., Říha J., Hokr M., Vetešník A., Vopálka D., Gvoždík L., Polák M., Trpkošová D., Havlová V., Park D.-K., Ji S.-H., Tachi Y., Ito T., Gylling B., Lanyon G.W. Predictive Modeling of a Simple Field Matrix Diffusion Experiment Addressing Radionuclide Transport in Fractured Rock. Is It So Straightforward? // Nuclear Technology. 2022. Vol. 208. Issue 6. P. 1059–1073. DOI: 10.1080/00295450.2021.2017776.

13. Marinich O., Miron G.D., Kulik D.A., Marques Fernandes M., Baeyens B. ClaySor 2023: Implementation of the 2SPNE SC/CE sorption model and database for deep geological repository safety assessment // Applied Geochemistry. 2025. Vol. 191. 106510. DOI: 10.1016/j.apgeochem.2025.106510.

14. Krejci P., Gimmi T., Van Loon L.R. On the concentration-dependent diffusion of sorbed cesium in Opalinus Clay // Geochimica et Cosmochimica Acta. 2021. Vol. 298. P. 149–166. DOI: 10.1016/j.gca.2021.01.012.

15. Águila J.F., Montoya V., Samper J., Montenegro L., Kosakowski G., Krejci P., Pfingsten W. Modeling cesium migration through Opalinus clay: a benchmark for single- and multi-species sorption-diffusion models // Computational Geosciences. 2021. Vol. 25. P. 1405–1436. DOI: 10.1007/s10596-021-10052-1.

16. WHO. Guidelines for drinking-water quality: Fourth edition incorporating the first and second addenda. – Geneva: World Health Organization, 2022. – 612 p. – Annex A6.1, Table A6.1. – ISBN 978-92-4-004506-4.

References

1. Kuleshova M.L., Shimko T.G., Danchenko N.N., Avilina I.V., Stepanova N.Yu., Sergeev V.I. [Natural clayey soils as materials for engineering safety barriers in radioactive waste disposal]. Moscow University Bulletin. Series 4: Geology. 2023; Vol. 63, No. 4. P. 143–152 (in Russ.). DOI: 10.55959/MSU0579-9406-4-2023-63-4-143-152.

2. Bogatov S.A., Grigoriev F.V. [Influence of degraded cement grout on radionuclide release in the concept of class 1 radioactive waste disposal in a supercontainer]. Radioactive Waste. 2022; no. 1. P. 77–85 (in Russ.). DOI: 10.25283/2587-9707-2022-1-77-85.

3. Anisimov N.A., Kuvaev A.A., Sizonenko E.V. [Numerical modeling of nuclide transport in structures and the near field of a near-surface radioactive waste disposal facility]. Radioactive Waste. 2023; No. 4 (25). P. 89–100 (in Russ.). DOI: 10.25283/2587-9707-2023-4-89-100.

4. Shimada A. Recent Progress of ¹³⁵Cs Concentration and ¹³⁵Cs/¹³⁷Cs Isotopic Ratio Measurement. Bunseki Kagaku. 2022; Vol. 71, No. 12. P. 625–633.

5. Li H., Wang J., Mao L., Zhao S., Jia M., Liu Y., Huang S. Safety assessment of Beishan pre-selection area for geological disposal of high-level radioactive waste in China. Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry. 2022. Vol. 331. Pp. 2573–2581. DOI: 10.1007/s10967-022-08300-6.

6. Baborová L., Viglašová E., Vopálka D. Cesium transport in Czech compacted bentonite: Planar source and through diffusion methods evaluated considering non-linearity of sorption isotherm. Applied Clay Science. 2023; Vol. 245. 107150. DOI: 10.1016/j.clay.2023.107150.

7. Park S.-M., Alessi D.S., Baek K. Selective adsorption and irreversible fixation behavior of cesium onto 2:1 layered clay mineral: A mini review. Journal of Hazardous Materials. 2019; Vol. 369. P. 569–576. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2019.02.062.

8. Latrille C., Bildstein O. Cs selectivity and adsorption reversibility on Ca-illite and Ca-vermiculite. Chemosphere. 2022; Vol. 288, Part 2. 132582. DOI: 10.1016/j.chemosphere.2021.132582.

9. Zhang K., Li Z., Qi S., Chen W., Xie J., Wu H., Zhao H., Li D., Wang S. Adsorption behavior of Cs(I) on natural soils: Batch experiments and model-based quantification of

different adsorption sites. Chemosphere. 2022; Vol. 290. 132636. DOI: 10.1016/j.chemosphere.2021.132636.

10. Romanchuk A.Yu., Mikheev I.V., Kalmykov S.N. [Experimental features of determining radionuclide distribution coefficient on barrier clay materials]. Radioactive Waste. 2023; No. 2 (23). P. 90-97 (in Russ.). DOI: 10.25283/2587-9707-2023-2-90-97.

11. Mutoni A., Kim J. Impact of Concrete Degradation on the Long-Term Safety of a Near-Surface Radioactive Waste Disposal Facility in Korea. Applied Sciences. 2022; Vol. 12, No. 18. 9009. DOI: 10.3390/app12189009.

12. Soler J.M., Neretnieks I., Moreno L., Liu L., Meng S., Svensson U., Iraola A., Ebrahimi H., Trinchero P., Molinero J., Vidstrand P., Deissmann G., Říha J., Hokr M., Vetešník A., Vopálka D., Gvoždík L., Polák M., Trpkošová D., Havlová V., Park D.-K., Ji S.-H., Tachi Y., Ito T., Gylling B., Lanyon G.W. Predictive Modeling of a Simple Field Matrix Diffusion Experiment Addressing Radionuclide Transport in Fractured Rock. Is It So Straightforward? Nuclear Technology. 2022; Vol. 208, Issue 6. P. 1059–1073. DOI: 10.1080/00295450.2021.2017776.

13. Marinich O., Miron G.D., Kulik D.A., Marques Fernandes M., Baeyens B. ClaySor 2023: Implementation of the 2SPNE SC/CE sorption model and database for deep geological repository safety assessment. Applied Geochemistry. 2025; Vol. 191. 106510. DOI: 10.1016/j.apgeochem.2025.106510.

14. Krejci P., Gimmi T., Van Loon L.R. On the concentration-dependent diffusion of sorbed cesium in Opalinus Clay. Geochimica et Cosmochimica Acta. 2021; Vol. 298. P. 149–166. DOI: 10.1016/j.gca.2021.01.012.

15. Águila J.F., Montoya V., Samper J., Montenegro L., Kosakowski G., Krejci P., Pfingsten W. Modeling cesium migration through Opalinus clay: a benchmark for single- and multi-species sorption-diffusion models. Computational Geosciences. 2021; Vol. 25. P. 1405–1436. DOI: 10.1007/s10596-021-10052-1.

16. WHO. Guidelines for drinking-water quality: Fourth edition incorporating the first and second addenda [Internet]. Geneva: World Health Organization; 2022. – PMID: 36052538..

* * *

Modeling of Nonlinear Diffusion of ^{135}Cs in the Engineering Barrier of a Radioactive Waste Repository

D. A. Litvinov, PhD in Physics and Mathematics, Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh, Russia

M. A. Zaitseva, Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh, Russia

A. V. Kalach, DSc in Chemistry, Professor, Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh, Russia

The paper considers the problem of modeling the transport of the long-lived radionuclide cesium-135 in the porous material of an engineering barrier of a radioactive waste repository. Cesium has a long half-life of about $2.3 \cdot 10^6$ years, which determines its significance in assessing long-term radiation safety. The effectiveness of engineering barriers largely depends on the ability of materials to slow down the migration of such isotopes in the geological environment.

A mathematical model of nonlinear diffusion is proposed to describe the transport process, in which the effective diffusion coefficient depends on the concentration of the radionuclide. This approach allows for the consideration of sorption processes occurring on the surface of clay minerals, as well as the saturation effect of active sorption centers with increasing cesium concentration. This approach provides a more accurate description of the physical and chemical characteristics of radionuclide transport compared to linear models.

The numerical solution of the nonlinear diffusion equation was performed using an explicit difference scheme. To ensure the stability of the calculations, the necessary conditions were met that relate the time and space steps. The accuracy of the numerical solution was controlled using the method of successive refinement of the computational grid. It was shown that the maximum relative error does not exceed 2 percent.

The obtained results allow us to determine the spatial and temporal distribution of the cesium-135 concentration in the engineering barrier and estimate the time required to reach potentially dangerous levels of contamination at different depths. The model can be used to analyze the effectiveness of engineering barriers and to justify the safety of long-term radioactive waste disposal systems. The practical significance of the work lies in the possibility of using the developed model in the design of storage facilities, comparative analysis of barrier materials, prediction of the behavior of radionuclides, and support for engineering decision-making at the stages of operation and monitoring without significantly increasing computational costs and complicating the initial parameters of the model in engineering safety calculations.

Keywords: cesium-135, nonlinear diffusion, engineering barrier, radioactive waste, difference scheme, model, forecast.

Получено: 23.03.26

Образец цитирования

Литвинов Д. А., Зайцева, М. А. Калач А. В. Моделирование нелинейной диффузии ^{135}Cs в инженерном барьере хранилища радиоактивных отходов // Интеллектуальные системы в производстве. 2026. Т. 24, № 3. С. 72–76. DOI: 10.22213/2410-9304-2026-3-72-76.

For Citation

Litvinov D.A., Zaitseva M.A., Kalach A.V. [Modeling of nonlinear diffusion of ^{135}Cs in the engineered barrier of a radioactive waste repository]. *Intellektualnye sistemy v proizvodstve*. 2026. Vol. 24, no. 3. Pp. 72-76 (in Russ.). DOI: 10.22213/2410-9304-2026-3-72-76.