

УДК 532.517.2

Д. Н. Попов, кандидат технических наук, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

О. И. Варфоломеева, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Д. А. Хворенков, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## ОСОБЕННОСТИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ С ПЕРЕМЕННЫМИ РЕОЛОГИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ В КАНАЛАХ С МЕСТНЫМИ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ

Представлены результаты численных расчетов течений несжимаемой жидкости с переменными вязкопластичными свойствами в трубопроводах с местными сопротивлениями. В основу математической модели положена система уравнений в переменных «завихренность – функция тока». Неньютоновское поведение жидкости описывается степенным законом. Приведены профили скорости, линии тока, поля скоростей и температур.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, вязкопластичная жидкость с переменными свойствами, псевдопластичная жидкость.

Известно [1–3], что внутренние течения с теплообменом в каналах с препятствиями характеризуются особенной структурой потока, содержащей существенные изменения проекций скорости и циркуляционные зоны. Вместе с тем подобные течения нефтепродуктов в проточных частях технических устройств нефтедобычи, нефтепереработки и топливных хозяйств могут иметь нестабильные вязкопластичные показатели. Так, движущийся мазут марки М100 при температуре менее 50 °С рассматривается уже как псевдопластичная жидкость [4], что вносит определенные коррективы в структуру течения и может оказывать обратное влияние инерционных процессов на тепловые [5, 6].

Для расчета процессов гидродинамики и теплообмена, происходящих в классических системах хранения и подачи жидкого топлива, авторами применялась математическая модель [6], разработанная на основе двухмерных нестационарных уравнений Навье – Стокса, записанных в естественных (скорость – давление) переменных. В настоящей статье рассматривается несколько иной подход, основанный на использовании уравнений динамики несжимаемой ( $\rho = \text{const}$ ) неньютоновской жидкости в преобразованных ( $\omega$  – завихренность,  $\psi$  – функция тока) переменных и степенного реологического закона:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial(u\omega)}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial(v\omega)}{\partial \eta} = \\ = \frac{\xi_x^2}{\rho} \frac{\partial^2(\mu_{eff}\omega)}{\partial \xi^2} + \frac{\xi_{xx}}{\rho} \frac{\partial(\mu_{eff}\omega)}{\partial \xi} + \frac{\eta_y^2}{\rho} \frac{\partial^2(y\mu_{eff}\omega)}{\partial \eta^2} + \\ + \frac{1}{\rho} \left( \eta_{yy} - \frac{\eta_y}{y} \right) \frac{\partial(y\mu_{eff}\omega)}{\partial \eta} - \beta g \eta_y \frac{\partial T}{\partial \eta}; \\ \xi_x^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \xi_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \eta_y^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \left( \eta_{yy} - \frac{\eta_y}{y} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = -\omega \cdot y; \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial(uT)}{\partial \xi} + \frac{\eta_y}{y} \frac{\partial(yvT)}{\partial \eta} = \\ = a \left[ \xi_x^2 \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \xi_{xy} \frac{\partial T}{\partial \xi} + \eta_y^2 \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \left( \eta_{yy} + \frac{\eta_y}{y} \right) \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] + \frac{\mu_{eff}}{c\rho} \Phi; \\ u = \frac{\eta_y}{y} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad v = -\frac{\xi_x}{y} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}, \end{aligned}$$

где  $u$  и  $v$  – проекции вектора скорости по осям  $x$  и  $y$  соответственно;  $T$  – температура;  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ ,  $\lambda$  и  $\beta$  –

коэффициенты температуропроводности, теплоемкости и температурного расширения жидкости;  $c$  – теплоемкость;  $\mu_{eff} = k\Phi^{0,5(n-1)}$  – эффективная вязкость;

$$k = \rho \left\{ \exp_{10} \left[ \exp_{10} (9,855 - 3,745 \lg T) - 0,8 \right] \cdot 10^{-6} \right\}$$

и  $n = n_{T \geq 323K} - \frac{n_{T \geq 323K} - n_{T=298K}}{323 - 298} (323 - T)$  – мера консистенции и показатель неньютоновского поведения жидкости;

$\Phi = 2 \left[ \left( \xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{v}{y} \right)^2 \right] + \left( \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} + \xi_x \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2$  – интенсивность сдвиговых деформаций;  $n_{T \geq 323K}$  и  $n_{T=298K}$  – показатели степени, которые для мазута марки М100 со средним парафиносодержанием составляют, соответственно, 1 и 0,783.

За счет введения новых независимых переменных  $\xi$  и  $\eta$  система (1) с коэффициентами  $\xi_x$ ,  $\eta_y$ ,  $\xi_{xx}$ ,  $\eta_{yy}$  (где  $\xi_x = \partial \xi / \partial x$  и т. д.) адаптирована для расчетных областей, покрытых прямолинейной ортогональной неравномерной сеткой со сгущением узлов в продольном и поперечном направлениях в местах, где ожидаются большие градиенты искомым величин. Кроме того, систему уравнений необходимо

дополнить начальными и следующими граничными условиями:

- на входе в расчетную область задаются условия невозмущенного потока

$$u = V_0(y), \quad \psi = V_0(y)(Ay + By^2),$$

$$v = \omega = 0, \quad T = T_0;$$

- на оси (плоскости) симметрии ставятся условия

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = \psi = v = \omega = 0;$$

- на выходе задаются «мягкие» условия

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0;$$

- на твердых поверхностях выставляются граничные условия I либо III рода для температуры и условие Тома для вихря.

Конечно-разностные аппроксимации производных, входящих в уравнения (1), традиционно [7] выражаются в виде

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx \frac{\varphi_{i,j}^{n+1} - \varphi_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (\text{где } \varphi = (\omega, T)) \text{ для производ-$$

ных по времени;

– центральных разностей для производных уравнения Пуассона, проекций скоростей, а также диффузионных и источниковых членов уравнений переноса;

– схемы Торранса [8] для конвективных производных в первом и третьем уравнении системы.

Полученные таким образом конечно-разностные аналоги уравнения переноса завихренности и энергии удобно решать продольно-поперечной прогонкой. Для решения уравнения Пуассона для функции тока вполне приемлемо использовать метод последовательной верхней релаксации.

Представленные ниже результаты были получены методом установления по времени.

На рис. 1 показано сравнение профилей скорости ламинарного стабилизированного течения в трубе с различными показателями степени  $n$ , полученных численно и расчетом по формуле [9]

$$V = V_{cp} \left( \frac{3n+1}{n+1} \right) \left[ 1 - \left( \frac{y}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (2)$$

Относительное расхождение значений во всех случаях не превысило 0,15 %.

На рис. 2 показаны гидродинамические ситуации, полученные в результате расчетов течений относительно выступа высотой  $0,25R$  на поверхности стенки трубы (рис. 2, а) и центрального тела радиусом  $0,5R$  при значении обобщенного числа Рейнольдса,

$$Re' = \frac{(2R)^n V_{cp}^{2-n} \rho}{k \left( \frac{6n+2}{n} \right)^n},$$

непревышающего 2000. Здесь наглядно представляются области локального повышения скорости и зоны возвратно-циркуляционного движения жидкости. Для характерных сечений I-I и II-II построены графики изменения осевой скорости по радиальной координате с фиксированными значениями  $k$  и  $n$  (рис. 3, 4).

Как следует из рис. 3, при снижении показателя  $n$  наблюдается увеличение осевой составляющей скорости примерно до уровня среза препятствия. В силу баланса массового расхода это приводит к увеличению циркуляционной области в продольном направлении. При движении жидкости за цилиндрическим центральным телом уменьшение  $n$  приводит к более существенным градиентам скорости вблизи стенки, в то время как аналогичные изменения вблизи оси симметрии в области возвратно-циркуляционного течения становятся менее заметными, начиная с  $n = 0,8$ .

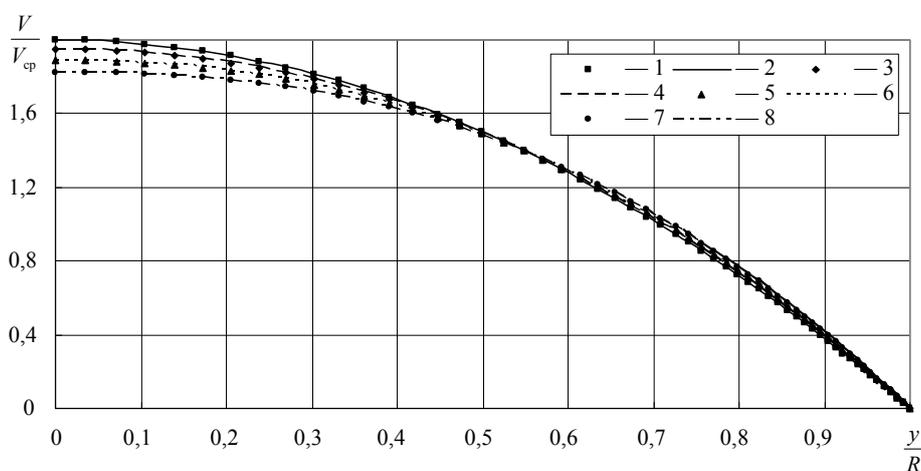


Рис. 1. Расчетные профили скорости: 1, 3, 5, 7 – численный расчет при  $n = 1, 0,9, 0,8, 0,7$ ; 2, 4, 6, 8 – соответствующие результаты расчетов по формуле (2)

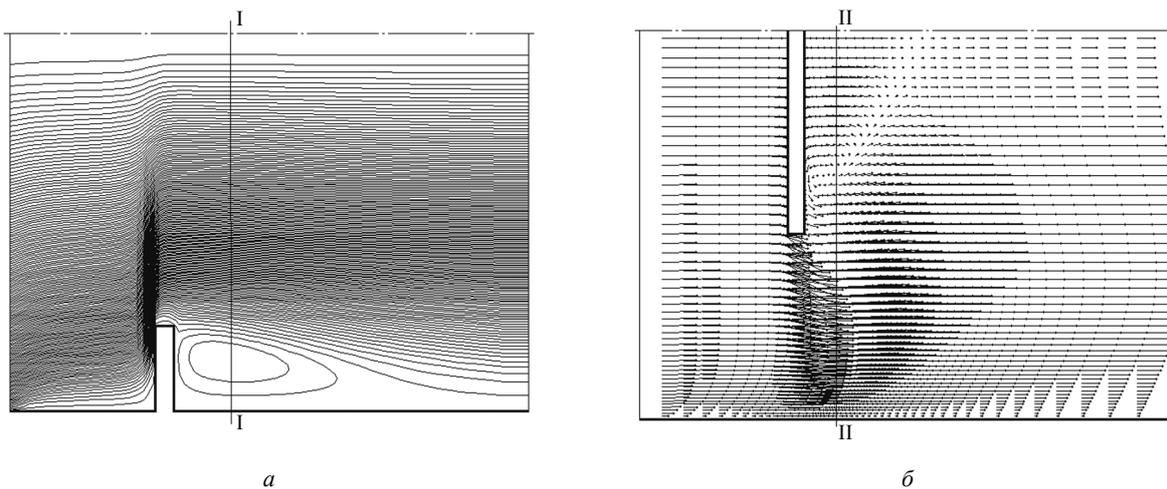


Рис. 2. Результаты расчетов обтекания препятствий в трубе: а – линии тока при обтекании выступа на стенке; б – векторное поле при обтекании центрального тела (горизонтальный масштаб в пять раз меньше масштаба по вертикали)

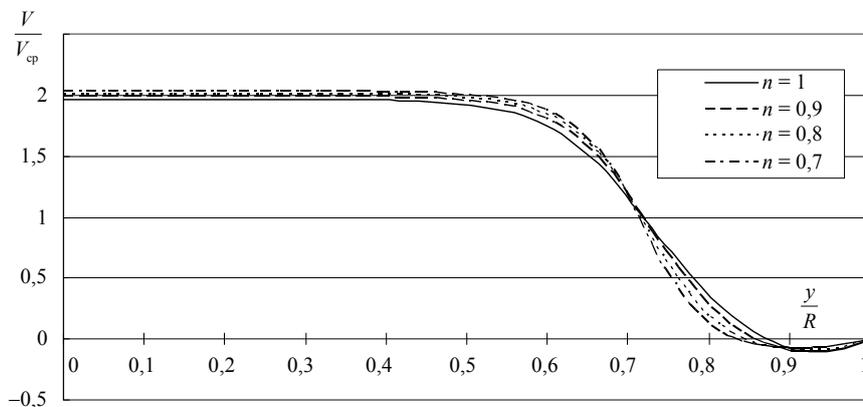


Рис. 3. Изменение продольной скорости по радиусу трубы за препятствием в виде выступа в сечении I-I (рис. 2, а)

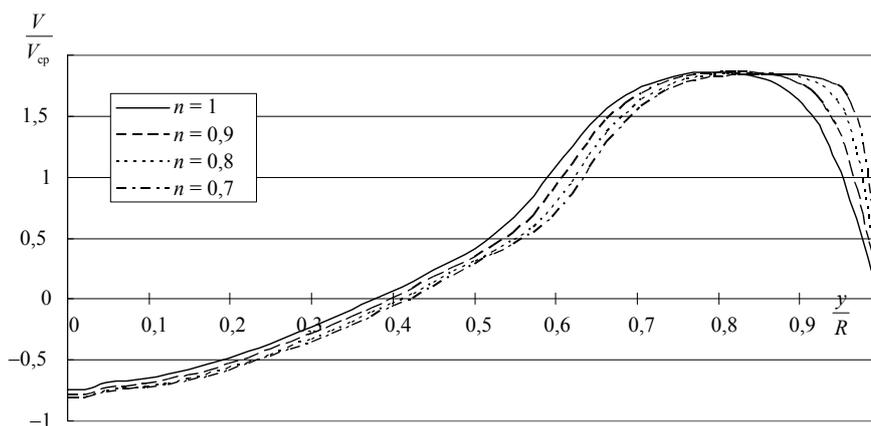


Рис. 4. Изменение продольной скорости по радиусу трубы за препятствием в виде центрального тела в сечении II-II (рис. 2, б)

На рис. 5–7 показаны распределения температуры для различных случаев подогрева мазута с переменными  $k$  и  $n$ . Из рисунков следует, что для вариантов с местными сопротивлениями в виде выступа или центрального тела распространение тепла про-

исходит более интенсивно. Особенно рациональным для подогрева мазута представляется комбинирование рассмотренных способов. Так, использование подогреваемой вставки совместно с центральным телом позволяет исключить непрогретые зоны.

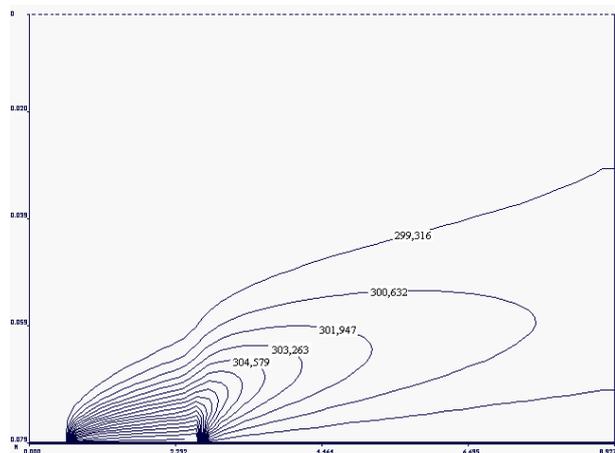


Рис. 5. Распределение температуры в области с подогреваемой вставкой

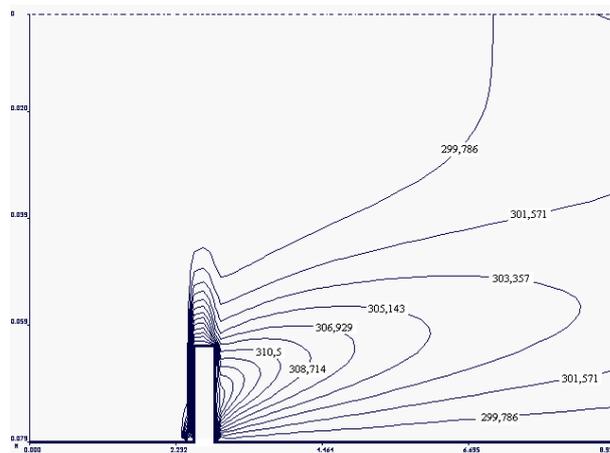


Рис. 6. Распределение температуры в области с подогреваемым выступом

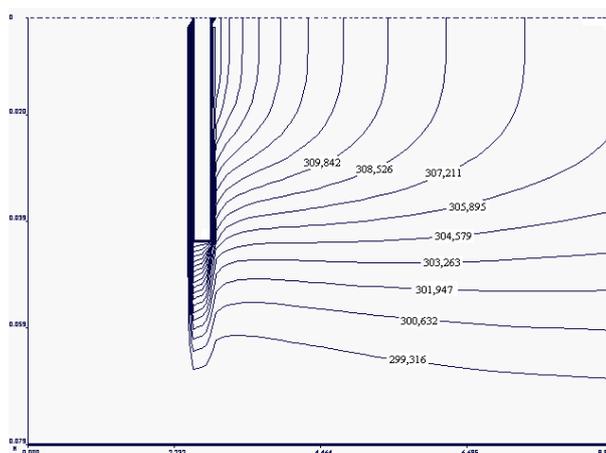


Рис. 7. Температурное поле в области с подогреваемым центральным телом

#### Библиографические ссылки

1. Чжен П. Отрывные течения. – М. : Мир, 1972. – Т. 1. – 300 с.
2. Белов И. А., Исаев С. А., Коробков В. А. Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. – М. : Судостроение, 1989. – 256 с.
3. Дурст Ф., Растоги А. К. Турбулентное течение за двумерными перегородками // Турбулентные сдвиговые течения. – М. : Машиностроение, 1983. – С. 229–246.
4. Назмеев Ю. Г. Мазутные хозяйства ТЭС. – М. : Изд-во МЭИ, 2002. – 612 с.
5. Вахрушев А. А. Численное исследование влияния локальных зон изменения вязкости на параметры течения жидкостей // Проблемы термогазодинамики и прочности

механических систем. – Ижевск : Изд-во ИПМ УрО РАН, 2005. – С. 40–50.

6. Варфоломеева О. И., Попов Д. Н. Численное моделирование неизотермических течений жидкого топлива с переменной вязкостью в теплоэнергетическом оборудовании // Промышленная энергетика. – 2011. – № 12. – С. 11–13.

7. Белов И. А., Емельянов В. Н. Разностное моделирование течений газа и жидкости : учеб. пособие. – Л. : Изд-во ЛМИ, 1982. – 92 с.

8. Torrance K. E. Comparison of finite-difference computations of natural convection // Journal Res. N. B. S., Math. Sci. – 1968. – № 72B.

9. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. Гидромеханика, перемешивание и теплообмен. – М. : Мир, 1964. – 216 с.

*D. N. Popov*, PhD in Engineering, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

*O. I. Varfolomeeva*, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

*D. A. Khvorenkov*, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

#### Features of the Nonisothermal Flows with Variable Rheologic Properties in Channels with Local Resistance

Numerical results of incompressible flows with variable viscoplastic properties in pipelines with local resistance are given. The basis of the mathematical model is a system of equation in «stream vorticity-function» variables. Non-Newtonian behavior of the fluid is described by the power law. Profiles of the velocity, stream lines, velocity and temperature fields are shown.

**Key words:** numerical modeling, viscoplastic fluid with variable properties, pseudoplastic fluid.