

7. Морозовский В. Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. – М. : Энергия, 1970. – 288 с.

8. Эйхгофф П. Основы идентификации систем управления. Оценка параметров и состояния. – М. : Мир, 1975. – 685 с.

9. Кавалеров Б. В. Идентификационная модель электрической нагрузки для испытания систем управления

Получено 14.03.2015

газотурбинных мини-электростанций // Вестник Воронежского гос. техн. ун-та. – 2011. – Т. 7. – № 1. – С. 85–91.

10. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М. : Физматлит, 2004. – 560 с.

11. Тейл Г. Эконометрические прогнозы и принятие решений. – М. : Статистика, 1971. – 488 с.

12. Там же.

УДК 681.536.5 : 543.544

Н. О. Вздудева, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

В. Б. Гитлин, доктор технических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

ОЦЕНКА НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ СКВАЖНОСТИ В СИСТЕМЕ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕРМОСТАТОВ ХРОМАТОГРАФА

Существенной особенностью работы термостатов газовых хроматографов является широкий диапазон рабочих температур и жесткие требования к стабильности поддержания температуры в ходе хроматографического эксперимента [1–3]. Например, рабочий диапазон температур хроматографа ЛГХ-3000 имеет пределы от 30 до 400 °С, а допустимое отклонение текущей температуры термостата от температуры уставки газовых колонок не

должен превышать 0,1 °С во всем диапазоне рабочих температур [4, 5]. Конструктивные особенности термостатов, физические свойства отдельных его компонентов и широкий диапазон рабочих температур являются причиной существенных нелинейностей, характерных для процесса управления температурой термостата [6–8]. Схема автоматической системы управления температурой термостатов хроматографа ЛГХ-3000 показана на рис. 1 [9, 10].

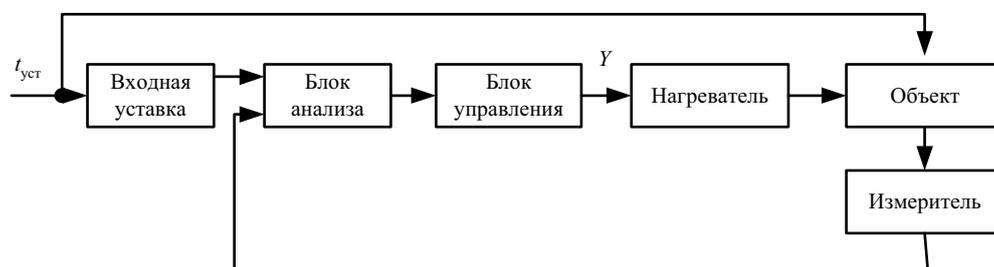


Рис. 1. Структурная схема регулировки температурой термостатов хроматографа ЛГХ-3000

На рисунке $t_{уст}$ – температура уставки, Y – управляющее воздействие. Используется релейный принцип управления [11]. Проблемы, связанные с нелинейностью системы регулировки температуры, в хроматографе ЛГХ 3000 решены путем использования микропроцессора в блоке анализа.

К недостаткам системы ПИД регулирования температуры, используемой в хроматографе ЛГХ-3000, можно отнести сильную нелинейную зависимость программы управления от температуры уставки и от внешних условий окружающей среды [12, 13]. Программирование процесса регулирования в условиях широкого диапазона температур и в условиях разнообразия внешних условий существенно усложняется.

В работе [14] предложено в качестве управляющего воздействия Y в релейной системе регулирования (рис. 1) использовать отношение суммарной дли-

тельности времени нагрева и времени охлаждения к длительности времени нагрева термостата (скважность):

$$\gamma = \frac{\Delta\tau_{нагр} + \Delta\tau_{охл}}{\Delta\tau_{нагр}} = \frac{\Delta\tau_0}{\Delta\tau_{нагр}}, \quad (1)$$

где $\Delta\tau_0 = \Delta\tau_{нагр} + \Delta\tau_{охл}$ – длительность цикла регулирования нагрев – охлаждение; $\Delta\tau_{нагр}$ – длительность интервала нагрева; $\Delta\tau_{охл}$ – длительность интервала охлаждения.

Скважность γ определяет соотношение поступившего в термостат количества тепла от нагревателя к потерянного термостатом количеству тепла в течение времени охлаждения. Следовательно, скважность является параметром, пропорциональ-

ным интегралу от разности температур уставки и текущей температуры термостата. Использование скважности в качестве аргумента при расчете управляющего воздействия Y реализует принцип интегрального управления в ПИД-регуляторе термостата.

Длительность времени нагрева $\Delta\tau_{\text{нагр}}$ для заданной температуры уставки $t_{\text{уст}}$ бралась постоянной. Изменение скважности достигалось путем изменения времени охлаждения колонок, когда нагреватель отключен. Использование только одного управляемого параметра в системе управления существенно упростило процесс регулировок температуры. Наличие микропроцессора в системе регулирования позволило учесть нелинейные зависимости работы регулятора от температуры уставки $t_{\text{уст}}$, в частности, зависимость минимального и максимального значений скважности γ от температуры уставки [15].

Для снижения длительности хроматографического эксперимента необходимо повысить скорость выхода хроматографа на рабочий режим. С целью снижения времени выхода на рабочий режим в работе [16] рекомендовано использовать импульсное регулирование при отключенной обратной связи. При известном диапазоне значений скважности для заданной температуры уставки возникает вопрос оценки конкретного значения скважности, при достижении которого система регулирования должна переходить из режима нагрева в режим регулирования температуры.

Нелинейная система управления зависит нелинейным образом не только от температуры уставки термостата колонок, но и от конструкторского исполнения хроматографа в целом. В любом случае реально сконструированная система управления термостатом, учитывающая конкретные физические и геометрические особенности прибора, конкретные особенности среды и условий эксплуатации прибора, трудно поддается точному теоретическому описанию [17, 18]. С другой стороны, метод оценки начального значения скважности должен быть пригоден для инженерных расчетов, иметь общий характер, не должен зависеть от конкретного значения температуры уставки, от конструктивного исполнения термостата и особенностей окружающей среды.

Количество переданного в термостат тепла в процессе нагрева и количество потерянного тепла в процессе охлаждения должны быть одинаковы для поддержания температуры на данном уровне. В течение достаточно короткого интервала нагрева $\Delta\tau_{\text{нагр}}$ мощность нагревателя остается практически постоянной, и количество переданной теплоты в термостат линейно зависит от длительности интервала нагрева. Скорость охлаждения в состоянии свободного остывания зависит от конструктивных особенностей термостата и может быть измерена экспериментально. Зная скорость остывания для конкретного конструктивного исполнения термостата, можно определить соответствующую ей скважность, следовательно,

и обеспечиваемую при известной скорости остывания температуру колонок.

Будем рассматривать хроматограф в целом как единый тепловой объект, иначе – некоторый черный ящик. В соответствии с законом Ньютона – Рихмана процесс свободного остывания хроматографа как черного ящика при постоянном значении площади поверхности теплоотдачи S может быть описан дифференциальным уравнением [19, 20, 21, 22]:

$$\frac{dQ(t)}{d\tau} = \alpha S(t(\tau) - t_c), \quad (2)$$

где $Q(t)$ – количество передаваемой во внешнюю среду теплоты как функция текущего значения температуры t ; α – коэффициент теплоотдачи, усредненный по всему объекту; t_c – температура внешней среды; τ – время.

Рассмотрим случай, когда внутренняя теплопроводность исследуемого объекта, как целого, много больше коэффициента теплоотдачи, а тепловые связи между отдельными конструктивными элементами хроматографа обеспечивают почти одинаковый температурный режим во всех его частях. Тогда исследуемый объект можно характеризовать одним значением обобщенной теплоемкости $C = dQ/dt$. При этих условиях уравнение (2) может быть переписано следующим образом [23]:

$$\frac{dQ(t)}{d\tau} = \frac{dQ}{dt} \frac{dt}{d\tau} = C \frac{dt}{d\tau} = C\alpha S(t(\tau) - t_c), \quad (3)$$

откуда

$$\frac{dt}{d\tau} = k(t(\tau) - t_c), \quad \text{где } k = \alpha S / C. \quad (4)$$

Из уравнения (4) непосредственно следует экспоненциальный закон изменения температуры объекта в режиме свободного остывания [24, 25, 26, 27]:

$$t(\tau) = t_c + e^{-k\tau}(t_0 - t_c), \quad (5)$$

где t_0 – начальное значение температуры, с которой начинается процесс остывания.

Дифференцируя выражение (5) по времени, найдем:

$$v(\tau) = \frac{dt(\tau)}{d\tau} = -ke^{-k\tau}(t_0 - t_c) = kt_c - kt(\tau), \quad (6)$$

т. е. скорость изменения температуры $v(\tau)$ связана линейной зависимостью с текущим значением температуры $t(\tau)$.

На рис. 2 представлены экспериментально снятые зависимости скорости остывания от температуры для термостатов детектора и испарителя, подтверждающие полученные выше соотношения. Строя линии регрессии для графиков, показанных на рис. 2, с помощью выражения (6) можно определить усредненные параметры объекта.

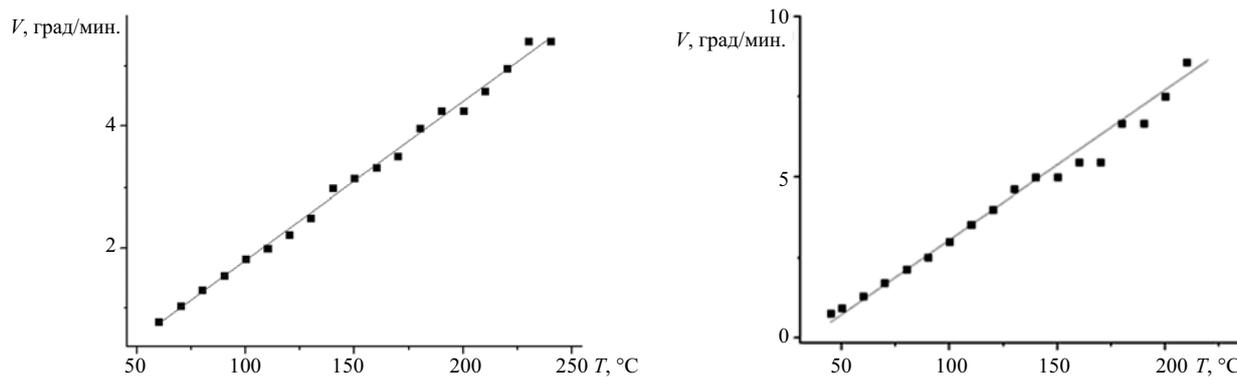


Рис. 2. Слева – зависимость скорости остывания от температуры для термостата детектора, справа – для термостата испарителя

В режиме регулирования длительность интервала нагрева $\Delta\tau_{нагр}$ относительно невелика, и можно предположить, что нагрев идет равномерно при постоянной мощности нагревателя. Тогда

$$\frac{dt}{d\tau} = \text{const} = k_p,$$

где k_p – коэффициент, зависящий от мощности нагревателя. Подставляя значение $dt/d\tau$ в формулу (3) получим, что на интервале нагрева

$$\frac{dQ(t)}{d\tau} = C \frac{dt}{d\tau} = Ck_p.$$

Количество тепла, поступающего в термостат на интервале нагрева:

$$\Delta Q_{нагр} = Ck_p \int_0^{\Delta\tau_{нагр}} dt = Ck_p \cdot \Delta\tau_{нагр}. \quad (7)$$

На интервале охлаждения $dt/d\tau = v(\tau)$. Используя формулу (3) найдем:

$$\Delta Q_{охл} = C \int_0^{\Delta\tau_{охл}} v(\tau) d\tau. \quad (8)$$

В режиме регулирования мощность, передаваемая в термостат от нагревателя на интервале $\Delta\tau_{нагр}$, должна быть равна мощности, теряемой термостатом на интервале охлаждения $\Delta\tau_{охл}$. Приравнявая $\Delta Q_{нагр}$ и $\Delta Q_{охл}$ из формул (7) и (8), следует, что соотношение длительностей интервалов $\Delta\tau_{нагр}$ и $\Delta\tau_{охл}$ зависит только от параметров нагревателя k_p и от скорости снижения температуры в режиме охлаждения $v(\tau)$. Соотношение между $\Delta\tau_{нагр}$ и $\Delta\tau_{охл}$, следовательно, и скважность γ , определяемая по формуле (1), является функцией скорости изменения температуры термостата и не зависит от параметров термостата C и k . На рис. 3 показана экспериментально полученная зависимость скважности γ от скорости снижения температуры для термостата колонок в режиме

свободного остывания. Подобные графики были получены и для термостатов испарителя и детектора.

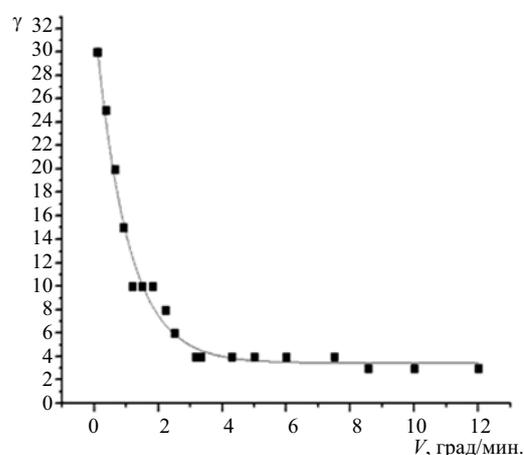


Рис. 3. Зависимость скважности от скорости снижения температуры в режиме свободного остывания

Аппроксимация по методу МНК, выполненная с помощью пакета Origin [28], показала, что зависимость между скважностью γ и скоростью остывания термостата v может быть представлена выражением

$$\gamma = 3,45 + 29,6 \cdot e^{-0,993v(\tau)}. \quad (9)$$

Учитывая полученные соотношения, порядок расчета значения скважности, соответствующего переходу от режима нагрева термостата к режиму регулирования для заданной температуры уставки, может быть изложен следующим образом.

1. Экспериментально (если это возможно, то по формулам) оценивается зависимость температуры термостата от времени в режиме свободного охлаждения.
2. Определяется скорость остывания термостата как функция времени по формуле (6).
3. Вычисляется значение скважности по формуле (9) (или графически по графику рис. 3), обеспечивающее переход от режима нагрева к режиму регулирования.

Имеющиеся погрешности в оценке скважности устраняются системой в ходе процесса регулирования при условии устойчивости этой системы. Пример работы термостата детектора хроматографа, параметры которого рассчитаны по указанной методике, представлен на рис. 4. Предложенная методика расчета значения скважности подтвердила свою применимость ко всем типам термостатов, исполь-

зуемых в хроматографе, причем термостатов, имеющих довольно большое различие в конструктивном исполнении. Отклонения текущей температуры $t(t)$ от $t_{уст}$ после перехода из режима нагрева в режим регулировки практически во всех экспериментах сразу же оставались в зоне допуска.

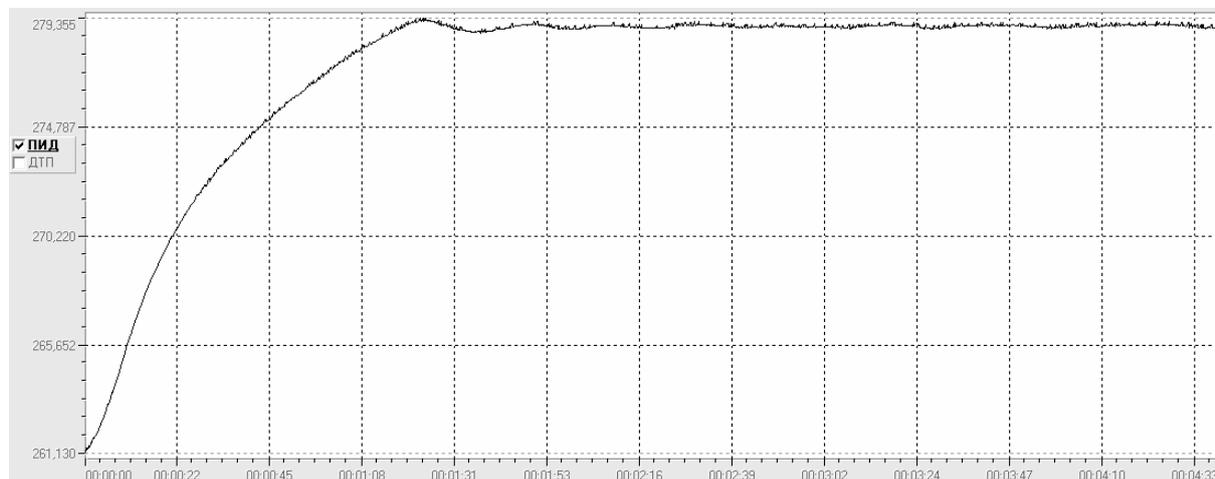


Рис. 4. График выхода на температуру $t_{уст} = 280\text{ }^{\circ}\text{C}$.

В целом хроматограф является достаточно сложным устройством, состоящим из ряда самостоятельных и сложных тепловых конструктивных объектов, в общем случае нелинейных. Составить передаточную функцию такого объекта и оценить устойчивость такой системы по передаточной функции становится практически невозможным [29, 30, 31, 32]. Устойчивость системы может быть оценена по величине перерегулирования при переходе в режим регулирования из режима нагрева. Из примера переходной функции системы регулирования, показанного рис. 4, видно, что в предлагаемом методе организации процесса регулирования температуры в термостате хроматографа устойчивость обеспечена.

Библиографические ссылки

1. Айвазов Б. В. Введение в хроматографию. – М. : Высш. шк., 1983.
2. Винарский В. А. Хроматография. Курс лекций в двух частях. – Ч. 1. Газовая хроматография. – Минск : БГУ, 2002. – 192 с.
3. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Тепловой расчет термостатов. – Л. : Энергоатомиздат, Ленингр. отд., 1984. – 176 с.
4. Пат. № 2476874 РФ МПК G01N30/54. Термостат хроматографа / В. А. Морозов, С. А. Скурихин, Л. М. Старикова, Н. О. Сизова. – Оpubл. 27.02.2013.
5. Основные технические характеристики хроматографа ЛГХ-3000. – URL: <http://www.kupol.ru/grazhdanskaya-produktsiya/khromatograficheskoe-oborudovanie/tehnicheskie-kharakteristiki/>
6. Егоров В. И., Кораблев В. А., Шарков А. В. Системы термостатирования : метод. указ. к лаб. раб. – СПб. : СПб ГУ ИТМО, 2006. – 51 с.

7. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Поддержание температурного режима колонок хроматографа путем изменения скважности управляющих импульсов // Вестник ИжГТУ. – 2012. – № 3. – С. 111–113.
8. Бесекиерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб. : Профессия, 2003. – 752 с.
9. Пат. № 2476874 РФ МПК G01N30/54. Термостат хроматографа.
10. Основные технические характеристики хроматографа ЛГХ-3000.
11. Бесекиерский В. А., Попов Е. П. Указ. соч.
12. Пат. № 2476874 РФ МПК G01N30/54. Термостат хроматографа.
13. Основные технические характеристики хроматографа ЛГХ-3000.
14. Вздудева Н. О., Гитлин В. Б. Указ. соч.
15. Там же.
16. Денисенко В. В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. – 2006. – № 4. – С. 66–74 ; 2007. – № 1. – С. 78–88.
17. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Указ. соч.
18. Егоров В. И., Кораблев В. А., Шарков А. В. Указ. соч.
19. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Указ. соч.
20. Егоров В. И., Кораблев В. А., Шарков А. В. Указ. соч.
21. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М. : Высш. шк. – 1967. – 600 с.
22. Закон Ньютона – Рихмана. – URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/%C796E0>.
23. Там же.
24. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Указ. соч.
25. Егоров В. И., Кораблев В. А., Шарков А. В. Указ. соч.

26. Лыков А. В. Указ. соч.
 27. Закон Ньютона – Рихмана.
 28. Исакова О. П., Тарасевич Ю. Ю., Юзюк Ю. И. Обработка и визуализация данных физических экспериментов с помощью пакета Origin. – М. : ЛИБКОМ, 2009. – 136 с.

29. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Указ. соч.
 30. Егоров В. И., Кораблев В. А., Шарков А. В. Указ. соч.
 31. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Указ. соч.
 32. Денисенко В. В. Указ. соч.

Получено 24.03.2015

УДК 534.121.2+539.382.2

М. В. Данилов, кандидат технических наук, докторант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова
Д. Р. Шишов, аспирант, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова
В. Е. Лялин, доктор технических наук, доктор экономических наук, доктор геолого-минералогических наук, профессор, ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЛЕНТОЧНОГО НОСИТЕЛЯ ИНФОРМАЦИИ В СТАТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ

Для оценки величин удлинения ленты проводились экспериментальные и теоретические исследования деформации упругой магнитной ленты под воздействием нагрузки, распределенной по ее торцевым концам. При этом решались точные уравнения теории упругости для плоского деформированного состояния тонкой пластинки [1]. Обратимся к уравнениям равновесия, записанным в перемещениях:

$$\begin{cases} \frac{1}{(1-\nu^2)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} = 0, \\ \frac{1}{(1-\nu^2)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь ν – коэффициент Пуассона материала; u_x и u_y – продольная и поперечная компоненты вектора смещения.

Далее запишем граничные условия, соответствующие свободным горизонтальным и торцевым кромкам, нагруженным растягивающими погонными силами $f_1(y)$ и $f_2(y)$, вместе с условием отсутствия вертикального смещения на торцевых линиях (рис. 1):

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = 0, \sigma_{xy} = 0 \quad \text{при } y = \pm \frac{H}{2}; \\ \sigma_{xx} = \frac{1}{\delta} f_1(y), u_y = 0 \quad \text{при } x = 0; \\ \sigma_{xx} = \frac{1}{\delta} f_2(y), u_y = 0 \quad \text{при } x = l. \end{aligned}$$

Выражая компоненты тензора напряжения через компоненты тензора напряжений, согласно закону Гука записываем [2]:

$$\begin{cases} \sigma_{yy} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} + \nu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = 0, \\ \sigma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad \text{при } y = \pm \frac{H}{2}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = \frac{1}{\delta} f_1(y), \\ u_y = 0 \end{cases} \quad \text{при } x = 0; \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = \frac{1}{\delta} f_2(y), \\ u_y = 0 \end{cases} \quad \text{при } x = l. \quad (4)$$

Здесь E – модуль Юнга; $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}$ – соответствующие компоненты тензора напряжения; δ – толщина ленты.

Таким образом, задача сводится к отысканию перемещений u_x и u_y , по которым в соответствии с уравнениями (2)–(4) определим напряжения.

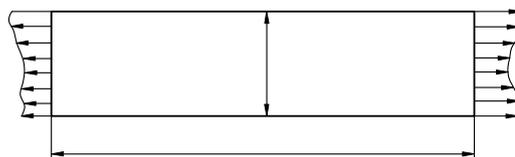


Рис. 1. Действие погонных сил на ленту: l – длина ленты; H – ширина ленты

Для аналитического решения задачи воспользуемся заменой переменных. Заменяем искомые компоненты перемещений u_x и u_y новыми функциями: