

тросы такой конструкции обладают меньшей трудоемкостью изготовления и высокой ремонтпригодностью.

Поэтому в изготовленных опытных образцах ПГД нашло применение конструкция с гибкими металлическими тросами.

В конструкции ПВР-2 нашли применение жесткие кольца, с помощью которых плунжеры, находящиеся в свободной зоне зацепления, выводятся из контакта с зубом колеса. Результаты испытаний показали, что несмотря на увеличение осевых размеров редуктора ресурс таких колец значительно выше, чем гибких элементов. Поэтому такая конструкция может применяться в тех передачах, которые не требуют частого технического обслуживания.

Закон движения точек, принадлежащих плунжеру, записанный в неподвижной системе координат остановленного звена передачи, оказывает значительное влияние на качественные характеристики передачи. В ненагруженном зацеплении он однозначно определяется типом волнообразователя и способом кинематического замыкания в паре плунжер – волнообразователь. Поэтому его выбор и математическое описание являются актуальной задачей проектирования плунжерного зацепления.

Так, в двухзонной передаче ( $k_2 = 2$ ), оснащенной эксцентриковым волнообразователем с силовым замыканием кинематической связи при помощи гибкого элемента, закон движения точки, принадлежащей плунжеру в его движении относительно неподвижных осей сепаратора можно представить в виде

Получено 10.11.2014

$$r(\varphi) = e_0 \cos 2\varphi, \quad (5)$$

где  $\varphi$  – угол между главной осью деформации волнообразователя и осью симметрии сепаратора.

Стоит отметить, что такое движение может быть конструктивно реализовано с помощью как кулачкового, так и эксцентрикового волнообразователя. Использование такого закона движения, траектория которого представляет собой кривую переменной кривизны, в случае использования эвольвентного профиля плунжера и зубьев колеса не позволяет получить высокую многопарность зацепления. Но при использовании профилей элементов зацепления, очерченных другими кривыми, – гипо- или эпициклоидой, реализация такого движения может улучшить качественные характеристики передачи.

#### Библиографические ссылки

1. Иванов М. Н. Волновые зубчатые передачи. – М. : Высш. шк., 1981. – 192 с.
2. Калабин С. Ф. Исследование плунжерных планетарных передач : дис. ... канд. техн. наук. – Ижевск, 1966. – Т. 1. – 147 с.
3. Попков Е. Ф., Каракулов М. Н., Ефимова М. М. Проектирование волновых плунжерных передач : монография. – Екатеринбург ; Ижевск : Изд-во Ин-та экономики УрО РАН, 2007. – 140 с.
4. Гинзбург Е. Г. Волновые зубчатые передачи. – Л. : Машиностроение, 1969. – 245 с.
5. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теория упругости. – Т. VII. – М. : Наука, 1987. – 300 с.
6. Иванов М. Н. Указ. соч.

УДК 539.30

**А. П. Рыбаков**, доктор физико-математических наук, профессор, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

**Н. Н. Кузьмин**, кандидат технических наук, Пермский военный институт внутренних войск МВД РФ

**А. В. Черноземцев**, кандидат технических наук, доцент, Пермский военный институт внутренних войск МВД РФ

## МЕТОДОЛОГИЯ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА К ОПИСАНИЮ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНИКА И ПАНЕЛИ БРОНЕЖИЛЕТА

**П**анели бронежилетов предназначены для защиты от воздействия либо для уменьшения результатов воздействия ударников самой различной формы, из различных материалов и с различными скоростями. В качестве ударников могут быть самые разнообразные предметы: осколки боеприпасов, корпусов каких-либо устройств; пули стрелкового оружия; обычные гвозди, болты, куски проволоки, часто используемые террористами. Соотношение геометрических размеров каждого отдельного ударника, например, отношение длины к толщине, может колебаться от единицы до нескольких десятков.

Важнейшим параметром волновых процессов, возникающих при ударах, является волновой импеданс соударяющихся материалов. Частным случаем этого параметра в рассматриваемой ситуации является акустический импеданс, т. е. произведение плотности материала на скорость звука в нем. На практике соотношение значений акустических импедансов материала ударников и материала панели бронежилета колеблется в диапазоне от единиц до десятков. Другим важным параметром является скорость ударника, которая может колебаться от десятков метров в секунду до километра в секунду.

Рассмотрим процессы, которые могут происходить в твердых телах (панелях бронезилета) при ударных нагрузках. Описание поведения соударяющихся материалов, т. е. использование той или иной модели твердого тела, определяется названными параметрами, и в первую очередь скоростью удара. При этом могут применяться различные модели твердого тела: упругая, упругопластическая, вязкая, гидродинамическая либо модель абсолютно жесткого тела.

Далее рассмотрены особенности волн напряжений в упругопластической области и дана методология оценки границ областей адекватности различных моделей твердого тела при описании взаимодействия ударников с панелями бронезилетов. Рассмотрение ведется на примере одномерной плоской волны сжатия с нормальной  $P_n$  и поперечной  $P_\tau$  компонентами напряжения и нормальной деформацией  $\eta = 1 - \frac{V}{V_0}$ , где  $V_0$  и  $V$  – начальное и текущее значение удельного объема. По определению, все смещения нормальны к фронту волны, так что поперечная компонента деформации равна нулю. На рис. 1 [1] графически представлены процессы одномерного ударного, гидростатического и ударного гидродинамического процессов сжатия твердого тела.

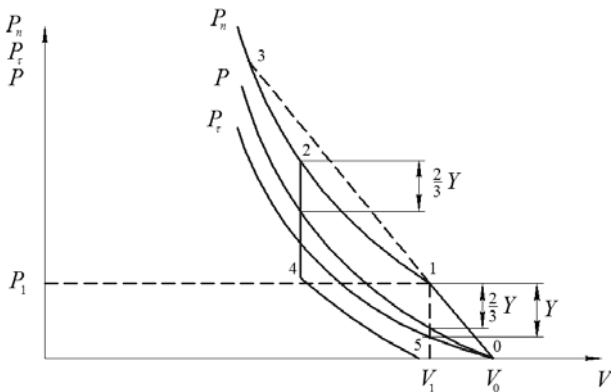


Рис. 1. Графическое представление процессов одномерного и гидростатического сжатий твердых тел: линия 0123  $P_n$  – одномерное ударное сжатие; линия 0P – гидростатическое сжатие; 13 – прямая Михельсона;  $P_1$  – гюгониевский упругий предел; линия 245 – адиабата расширения;  $P_n$  – нормальная компонента напряжения;  $P_\tau$  – поперечная компонента напряжения;  $Y$  – динамический предел текучести

По телу распространяется единственная волна, если  $P_n \leq P_1$  (это упругая волна), либо  $P_n > P_3$  (это гидродинамическая волна). Если  $P_1 < P_n < P_3$ , волна расщепляется на упругую и пластическую. Упругая волна уходит вперед с амплитудой  $P_1$  (это упругий предвестник), а за нею распространяется пластическая волна.

Для начала рассмотрим случай соударения с малыми скоростями. Пока для термина «малые» рассмотрим качественные соотношения, соответствующие тому, что состояние материалов соударяющихся тел соответствует упругому участку 0–1 на рис. 1, т. е. параметры состояния следующие:

$$P_n \leq P_1; u < u_1; V > V_1.$$

На рис. 2, а это явление изображено в координатах расстояние  $x$  – время  $t$  и на рис. 2, б – в координатах напряжение  $P_n$  – массовая скорость  $u$ . Первоначально панель покоится, ее состояние «0» с параметрами  $P_n = 0; u = 0$ . Ударник движется, его состояние «1» с параметрами  $P_n = 0; u = W_{уд}$ . После соударения в ударник и панель распространяются ударные волны и между их фронтами реализуется состояние «2», общее для материалов и панели и ударника с одинаковыми параметрами  $P_2, u_2$ . На рис. 2, б траектории фронтов волн представлены прямыми линиями, соответствующими ударным адиабатам

$$\begin{aligned} \text{ударника } P_n &= (\rho_0 \cdot c_\gamma)_{уд} \cdot u = a_{уд} \cdot u \\ \text{и панели } P_n &= (\rho_0 \cdot c_\gamma)_{пан} \cdot u = a_{пан} \cdot u, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a$  – акустический импеданс, соответственно, для материала ударника и материала панели. Акустический импеданс равен произведению начальной плотности материала ( $\rho_0$ ) на его упругую скорость звука ( $c_\gamma$ ).

Для количественной оценки воспользуемся известными на сегодняшний день экспериментальными данными. В таблице приведены полученные разными авторами значения напряжения упругого предвестника  $P_1$ ; динамического предела текучести  $Y$ ; упругой скорости звука  $c_\gamma$ ; пластической скорости звука  $c_p$ . Данные заимствованы из ряда работ [2–7].

По соотношениям (1) для  $P_n = P_1$  для материалов, приведенных в таблице, оценены значения массовой скорости  $u_1$ . Эти значения также указаны в таблице. Далее учтено правило удвоения массовой скорости свободной поверхности  $W$  при выходе на свободную поверхность ударной волны с массовой скоростью за фронтом волны  $u$ :  $W = 2u$ . При соударении одинаковых материалов скорость удара  $W$  и массовая скорость контактной границы  $u$  также связаны этим соотношением  $W = 2u$ . При соударении разных материалов в акустическом приближении следует

$$W = u \left( \frac{a_{пан}}{a_{уд}} + 1 \right),$$

что дает для реальных материалов ударника и панели бронезилета

$$W = (1,5 \dots 2,0)u.$$

Относительные значения скорости соударения, т. е. значения отношения скорости удара к упругой скорости звука в материале ударника, для состояния «1» на ударной адиабате (рис. 1) равны в среднем 0,01, т. е. 1 %. Следовательно, модель упругого твердого тела справедлива, если скорость соударения не превышает 1 % от скорости звука:

$$0 < \frac{W}{c_\gamma} < 0,01.$$

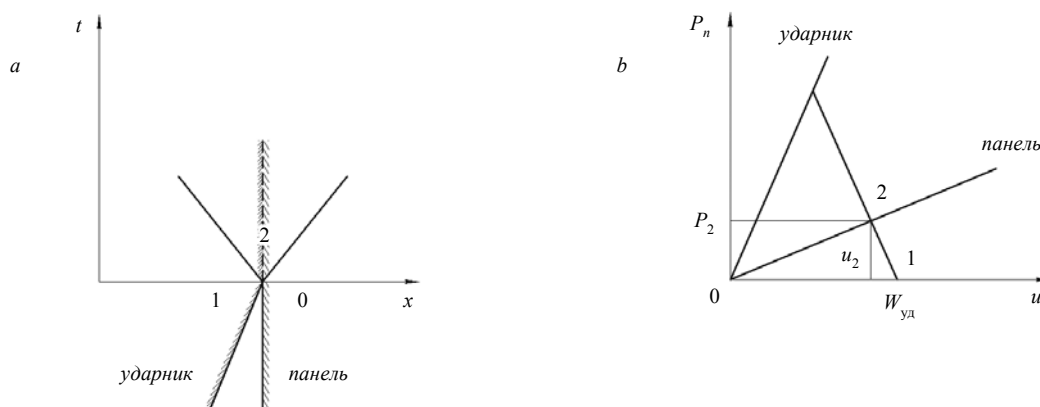


Рис. 2. Соударение тел с малыми скоростями: а – (x–t)-диаграмма; б – (P–u)-диаграмма

**Параметры границ областей применимости упругой и гидродинамической моделей твердых тел**

Материал	$P_1$ , ГПа	$c_y$ , км/с	$c_n$ , км/с	$u_1$ , м/с	$\rho_0$ , $10^{-3}$ кг/м <sup>3</sup>	$c_0$ , км/с	$\beta$	$u_3$ , км/с	$P_3$ , ГПа
Ст 3	1,40	5,93	–	30,3	7,80	4,632	1,385	0,937	43,35
Сталь 40 отож.	1,91	6,10	–	40,1				50,43	
Сталь 30ХГСА отож.	1,98	5,74	3,09	44,2				35,82	
Д16 отож.	0,48	6,4	3,12	27,2	2,73	5,25	1,39	0,827	14,45
Д16 закал.	0,76	6,4	3,12	43,5					
Al 2024	0,54	6,4	3,13	30,9					
Al 6061	0,54	6,4	3,13	30,9					
Cr	1,60	6,20	3,80	36,2	7,13	5,22	1,47	0,667	29,50
Cu отож.	0	4,72	2,26	0	8,90	3,96	1,50	0,507	21,28
Mg	0,11	5,75	3,08	11,1	1,72	4,49	1,27	0,992	9,84
Mo	1,60	–	–	–	10,20	5,16	1,24	–	–
Ni	1,00	5,63	2,96	20,0	8,86	4,80	1,25	0,665	33,17
Nb	2,07	5,02	2,11	47,9	8,60	4,50	1,16	0,448	19,36
Pb отож.	0	2,40	0,60	0	11,34	2,03	1,52	0,243	6,62
Ta	0,19	4,15	2,07	2,7	16,46	3,37	1,16	0,672	45,93
Ti	1,85	5,99	2,96	68,5	4,51	4,74	1,09	1,146	30,98
W	3,20	5,17	2,84	32,3	19,17	4,00	1,27	0,924	91,69
Ve	0,33	12,89	8,88	13,8	1,85	7,98	1,09	4,504	107,42

В состояниях ударно сжатого материала при давлениях  $P > P_3$  (рис. 1) справедлива гидродинамическая модель твердого тела, в которой волновая  $D$  и массовая  $u$  скорости связаны соотношением

$$D = c_0 + \beta u.$$

Значения гидродинамической (объемной) скорости звука  $c_0$  и коэффициента  $\beta$  [8, 9, 10, 11] приведены в таблице. Затем величины  $P_3$  и  $u_3$  можно рассчитать следующим образом:

$$c_y = D_3 = c_0 + \beta u_3;$$

$$P_3 = \rho_0 \cdot c_y \cdot u_3.$$

Полученные значения  $P_3$  и  $u_3$  также приведены в таблице. В таком случае анализ этих данных приводит к следующему заключению. Отношение скорости удара  $W$  к упругой скорости звука в материале ударника  $c_y$ , начиная с которого справедлива гидродинамическая модель твердого тела, равно и больше 30 %. В окрестностях точки 1 на рис. 1 ударной адиабаты, но выше точки 1, справедлива модель упруго-пластического поведения твердого тела. В окрестности точки 3 на рис. 1 ударной адиабаты, но ниже точки 3, справедлива модель вязкого твердого тела. Таким образом, при скоростях удара, составляющих

$\sim(1...15)$  % от упругой скорости звука, можно использовать упруго-пластическую модель твердого тела, а в диапазоне  $\sim(15...30)$  % – вязкую модель твердого тела.

Обратимся к модели абсолютно жесткого тела. Пусть акустический импеданс материала ударника больше акустического импеданса материала панели в  $\gamma$  раз:  $\frac{a_{уд}}{a_{пан}} = \gamma$ . Схема соударения и реализуемые

состояния в упругой области показаны на рис. 3.

Из законов сохранения массы и импульса на фронте упругой ударной волны следуют соотношения: для ударника

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{c_y}{c_y - (W - u_2)}; P_2 = a_{уд}(W - u_2);$$

$$\text{для панели } \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{c_y}{c_y - u_2}; P_2 = a_{пан} \cdot u_2$$

или для деформаций:

$$\text{ударника } \eta_{уд} = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{W - u_2}{c_y};$$

$$\text{панели } \eta_{пан} = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{u_2}{c_y}.$$

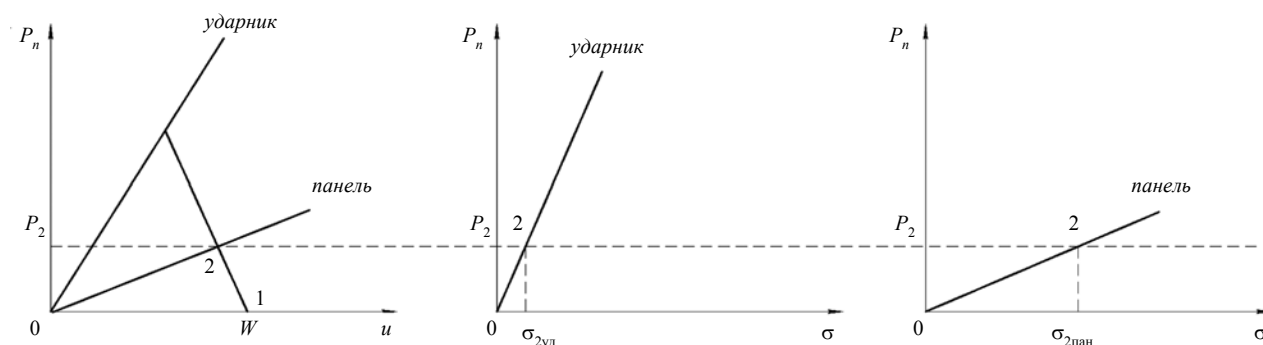


Рис. 3. К вопросу определения деформации ударника и панели при соударении с малыми скоростями:

$$\sigma - \text{сжатие} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \sigma_{2\text{уд}} = \frac{\rho_{2\text{уд}}}{\rho_{0\text{уд}}}; \quad \sigma_{2\text{пан}} = \frac{\rho_{2\text{пан}}}{\rho_{0\text{пан}}}; \quad \rho - \text{текущее значение плотности} = \frac{1}{V}; \quad \rho_0 - \text{начальное значение плотности} = \frac{1}{V_0}$$

В таком случае отношение деформаций панели к деформации ударника равно

$$\chi = \frac{\eta_{\text{пан}}}{\eta_{\text{уд}}} = \gamma \cdot \frac{c_{\text{у.уд}}}{c_{\text{у.пан}}}$$

Этот результат можно получить, используя законы упругой деформации,

$$P_n = E \cdot \eta,$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $E = \rho_0 \cdot c_y^2$ .

В таком случае следуют соотношения:

$$\text{для ударника } P_2 = a_{\text{уд}} \cdot \eta_{\text{уд}};$$

$$\text{для панели } P_2 = a_{\text{пан}} \cdot \eta_{\text{пан}},$$

$$\text{и далее } \chi = \frac{\eta_{\text{пан}}}{\eta_{\text{уд}}} = \gamma \cdot \frac{c_{\text{у.уд}}}{c_{\text{у.пан}}}.$$

Зададимся типичным значением  $\frac{c_{\text{у.уд}}}{c_{\text{у.пан}}} = 3$ , тогда

получим

$\gamma$	1	3	5	10
$\chi$	3	9	15	30

То есть при соотношении акустических импедансов ударника и панели  $\geq 3$  получаем, что ударник

деформируем в 10 с лишним раз меньше, чем панель, и его можно считать жестким телом.

#### Библиографические ссылки

1. Вологжанин О. Ю., Вологжанин Р. О., Рыбаков А. П. Описание процессов в твердых телах при ударных нагрузках // Оборонная техника. – 2010. – № 10. – С. 30–35.
2. Алтшуллер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений // Успехи физических наук. – 1965. – Т. 85. – Вып. 2 – С. 197–258.
3. High velocity impact phenomena / Ed. R. Kinslow. – N. Y. ; London : Acad. Press, 1970. – 568 p.
4. Compendium of shock wave data / Ed. Van J. Thil. ; Lawrence Radiation Lab. – Livermore : California Univ Press, 1966. – 1030 p.
5. LASL Shock wave Hugoniot data. – Berkely : California Univ Press, 1980. – 948 p.
6. Los Alamos shock wave profile data / Ed. Morris. – Berkely : California Univ Press, 1986.
7. Ударно-волновые явления в конденсированных средах / Г. И. Каннель, С. В. Разоренов, А. В. Уткин, В. А. Фортов. – М. : Янус-К, 1996. – 408 с.
8. High velocity impact phenomena / Ed. R. Kinslow. – N. Y. ; London : Acad. Press, 1970. – 568 p.
9. Compendium of shock wave data / Ed. Van J. Thil. ; Lawrence Radiation Lab. – Livermore : California Univ Press, 1966. – 1030 p.
10. LASL Shock wave Hugoniot data. – Berkely : California Univ Press, 1980. – 948 p.
11. Жарков В. Н., Калинин В. А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. – М. : Наука, 1968. – 312 с.