

УДК 532.529

М. М. Горохов, доктор физико-математических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

А. В. Корепанов, кандидат физико-математических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В. А. Тенев, доктор физико-математических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ В ЭНЕРГОУСТАНОВКАХ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ

Математическая модель течения в энергоустановках

Важным приложением теории двухфазных течений является математическое моделирование процессов, протекающих в различного рода энергетических установках (топки паровых котлов для сжигания твердого и жидкого топлива, МГД-генераторы, камера сгорания тепловых двигателей и т. п.). При расчете этих процессов необходимо учитывать их многомерность, горение и образование конденсированных частиц, коагуляцию и дробление жидких капель, осаждение дисперсных частиц на рабочие поверхности элементов конструкций.

Основные допущения, принятые при разработке численного метода расчета двухфазных течений в энергоустановках, следующие.

1. Решение уравнений, описывающих движение газовой и дисперсных фаз, осуществляется отдельно. Взаимное влияние двух фаз определяется правыми источниками частями уравнений. Проведенный в работе [1] анализ показал, что при разделении уравнений на две группы получающееся решение отличается от точного на величину, пропорциональную источнику члену, оказывающему обратное влияние частиц на газ. Для течений с дозвуковыми скоростями это влияние пренебрежимо мало, если при расчете параметров газовой фазы принять ее за равновесную смесь газа и частиц.

2. Для описания взаимодействия частиц друг с другом применяются уравнения непрерывной модели, записанные для дискретной функции распределения. Это допущение оправдано тем, что применение этой модели для расчета течений в соплах, где интенсивно происходят процессы коагуляции частиц, дало результаты, подтвержденные экспериментально.

3. Значение параметра коагуляции Φ_{ij} , определяющего эффективность слияния частиц при соударениях, взято в соответствии с экспериментальными данными работы [2].

4. Задача решается в двухмерной (осесимметричной или плоской) стационарной постановке.

При записи уравнений используется преобразование координат x, y в криволинейную систему координат ξ, η . Уравнения записываются в характеристической форме, т. е. вдоль траекторий частиц каждой фракции.

Уравнения для составляющих вектора скорости u_s, v_s :

$$\begin{aligned} U_s \frac{du_s}{d\xi} &= A_s(u - u_s) + q_{us} + a_x g; \\ U_s \frac{dv_s}{d\xi} &= A_s(v - v_s) + q_{vs} + a_y g. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение для температуры частиц:

$$U_s \frac{dT_s}{d\xi} = A_{T_s}(T - T_s) + q_{T_s}. \quad (2)$$

Уравнение для изменения масс частиц при взаимодействиях друг с другом и при горении:

$$U_s \frac{dm_s}{d\xi} = q_{ms} + G_s. \quad (3)$$

Уравнение, описывающее изменение числа частиц в единице объема в дивергентном виде:

$$yDU_s n_s)_\xi + (yDV_s n_s)_\eta = yD(q_{ns} + q_{Gs}). \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4) приняты обозначения: s – индекс, означающий номер фракции частиц; u, v – составляющие вектора скорости газовой фазы; U_s, V_s – контрвариантные составляющие вектора скорости частиц, определяемые по формулам

$$U_s = \frac{u_s y_\eta - v_s x_\eta}{D}, \quad V_s = \frac{-u_s y_\xi + v_s x_\xi}{D};$$

$D = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi$ – якобиан преобразования координат; $x_\xi, y_\eta, x_\eta, y_\xi$ – метрические коэффициенты; n_s – число частиц в единице объема; m_s – масса частиц, связанная с n_s и плотностью фракции частиц ρ_s выражением $\rho_s = m_s n_s$; a_x, a_y – массовые перегруз-

ки в направлениях x, y ; g – ускорение свободного падения; A_s, A_{T_s} – коэффициенты сопротивления частиц и теплообмена частиц с газовой фазой; $q_{us}, q_{vs}, q_{T_s}, q_{ms}, q_{ns}$ – члены, описывающие взаимодействие частиц при их столкновениях в соответствии с непрерывной моделью; G_s – массовая скорость горения частиц; q_{G_s} – член, учитывающий изменение числа частиц при горении.

Коэффициент сопротивления s -й частицы определяется выражением

$$A_s = \frac{9\mu}{2\rho_{0s}r_s^2} f_1 f_G,$$

где r_s – радиус частицы s -й фракции; μ – коэффициент динамической вязкости газа; ρ_{0s} – плотность вещества частиц, связанная с температурой частиц соотношением $\rho_{0s} = a_T + b_T T_s$; f_1 – функция числа Рейнольдса, характеризующая отличие закона сопротивления от стоксовского; f_G – функция, учитывающая влияние горения частиц на коэффициент сопротивления.

Коэффициент теплообмена s -й частицы с газом записывается в виде $A_{T_s} = \frac{A_s Nu c_p}{3 Pr c_s f_1 f_G}$, где

$Nu = 2 + 0,459 Re_s^{0,55} Pr^{0,33}$ – число Нуссельта; c_p – изобарная теплоемкость газа; c_s – теплоемкость вещества частиц; Pr – число Прандтля; λ – коэффициент теплопроводности газа.

Члены, учитывающие обмен массой, количеством движения и энергией при столкновениях частиц, определяются из уравнений сплошной среды из частиц для непрерывной модели столкновений [3].

$$q_{us} = \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (u_k - u_s) + \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (u_k - u_s);$$

$$q_{vs} = \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (v_k - v_s) + \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (v_k - v_s);$$

$$q_{T_s} = \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (E_k - E_s) + \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (E_k - E_s);$$

$$q_{us} = \sum_{k=1}^s K_{sk} \Phi_{sk} m_k n_k, \quad q_{ns} = -n_s \sum_{k=1}^s K_{sk} \Phi_{sk} n_k,$$

где L – полное число фракций, $s = 0, 1, \dots, L$;

$K_{sk} = \pi (r_s + r_k)^2 \sqrt{(u_s - u_k)^2 + (v_s - v_k)^2} \epsilon_{sk}$ – коэффициент коагуляции частиц s -й и k -й фракций; ϵ_{sk} – коэффициент захвата;

$E_k - E_s = T_k - T_s + \frac{(u_k - u_s)^2 + (v_k - v_s)^2}{2c_s}$ – разность между полными энергиями частиц k -й и s -й фракций;

Φ_{sk} – коэффициент эффективности столкновений

частиц, учитывающий дробление частиц при соударениях, определенный в соответствии с работой [4]:

$$\Phi_{sk} = 0,893 - 0,2774\alpha - 0,01921\alpha^2,$$

$$\alpha = Re_s^{0,572} Lp_s^{-0,153} \left(\frac{r_s}{r_k} \right)^{-0,597}, \quad Lp_s = \frac{2r_s \sigma_s \rho_{0s}}{\mu_s^2},$$

$$Re_{sk} = 2 \frac{r_k \rho_{0s} \sqrt{(u_k - u_s)^2 + (v_k - v_s)^2}}{\mu_s},$$

где μ_s, σ_s – вязкость и коэффициент поверхностного натяжения вещества частиц.

Массовая скорость горения частиц определяется выражением вида $G_s = -\frac{3m_s}{\alpha\beta(2r_s)^\alpha}$. Коэффициенты

α, β определяются экспериментально.

Изменение числа частиц высокодисперсных фракций при горении частиц крупных фракций определяется по соотношению

$$q_{G_s} = -\frac{g_r r_s}{m_s} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r_{L_1}} \right)^{1/L_1} \right] \sum_{k=L_1+1}^L G_k n_k.$$

При выводе этого выражения предполагается, что распределение частиц, как это получено в экспериментах, имеет бимодальный характер. Левая часть распределения содержит высокодисперсные негорящие частицы и разбита на $L_1 + 1$ фракцию ($s = 0, 1, \dots, L_1$). Правая часть распределения содержит крупные горящие частицы и разбита на фракции $s = L_1 + 1, \dots, L$. q_r – функция плотности массового распределения частиц по нормально-логарифмическому закону.

Численный метод решения уравнений двухфазного течения

Система уравнений (1)–(3) относится к классу «жестких» в силу того, что коэффициенты A_s для самых крупных и для самых мелких частиц различаются на несколько порядков $\left(\frac{A_0}{A_L} \approx 10^7 \right)$, а эти ко-

эффициенты определяют переходную (быстро меняющуюся или жесткую) компоненту. Для решения таких систем уравнений обычно применяются неявные разностные методы [5]. В этой работе неявно учитываются только члены, содержащие влияние газа на частицы через коэффициент сопротивления вида $A_s(u - u_s)$. Но особенностью уравнений (1)–(4) является еще и то, что при интенсивном взаимодействии частиц друг с другом сильное влияние начинают оказывать члены $q_{us}, q_{vs}, q_{T_s}, q_{ms}, q_{ns}$, что может приводить к неустойчивости при счете. Для устранения подобного эффекта члены, описывающие обмен импульсом и энергией при столкновениях частиц, будут представлены в виде

$$\begin{aligned}
q_{us} &= \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (u_k - u) + \\
&+ \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (u_k - u) + \\
&+ \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (u - u_s) + \\
&+ \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (u - u_s) = q_{1us} + \Delta A_s (u - u_s); \\
q_{vs} &= \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (v_k - v) + \\
&+ \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (v_k - v) + \\
&+ \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (v - v_s) + \\
&+ \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (v - v_s) = q_{1vs} + \Delta A_s (v - v_s); \\
q_{Ts} &= \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k \left[T_k - T + \frac{(u_k - u_s)^2 + (v_k - v_s)^2}{2c_s} \right] + \\
&+ \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) \left[T_k - T + \frac{(u_k - u_s)^2 + (v_k - v_s)^2}{2c_s} \right] + \\
&+ \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k (T - T_s) + \\
&+ \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk}) (T - T_s) = q_{1Ts} + \Delta A_s (T - T_s).
\end{aligned}$$

Уравнения (1), (2) переписываются следующим образом:

$$U_s \frac{du_s}{d\xi} = A_{1s} (u - u_s) + q_{1us} + a_x g;$$

$$U_s \frac{dv_s}{d\xi} = A_{1s} (v - v_s) + q_{1vs} + a_y g;$$

$$U_s \frac{dT_s}{d\xi} = A_{1Ts} (T - T_s) + q_{1Ts},$$

где $A_{1s} = A_s + \Delta A_s$, $A_{1Ts} = A_{Ts} + \Delta A_s$. Добавочное слабое $\Delta A_s = \sum_{k=1}^s K_{sk} \frac{m_k}{m_s} n_k + \sum_{k=s}^L K_{sk} n_k (1 - \Phi_{sk})$ к коэффициентам сопротивления A_s, A_{Ts} позволило убрать из источников членов $q_{1us}, q_{1vs}, q_{1Ts}$ переменные u_s, v_s, T_s в явном виде. Явная аппроксимация этих членов теперь не приводит к неприятностям при численной реализации решения, так как влияние коагуляции учитывается и через модифицированные коэффициенты сопротивления A_{1s}, A_{1Ts} .

Следующее затруднение при расчете полидисперсных течений связано с решением уравнения (4), описывающего изменение числа частиц в единице объема. Наличие источников члена $q_{ns} + q_{Gs}$ при высокой интенсивности коагуляции может приводить к отрицательным значениям n_s и плотности ρ_s для мелких фракций и к неустойчивости численного решения. Для устранения этой трудности уравнение (4) расщепляется по двум физическим процессам:

1. Изменение числа частиц в единице объема происходит только за счет столкновения частиц между собой и за счет горения (учет межфракционного взаимодействия).

2. Изменение числа частиц в единице объема определяется скоростным отставанием от газа (учет взаимодействия дисперсной и газовой фазы).

Для этого переменная n_s записывается в виде

$$n_s(\xi, \eta) = N_s(\xi, \eta) \Psi_s(\xi, \eta). \quad (5)$$

Функция $\Psi_s(\xi, \eta)$ описывает первый физический процесс (межфракционное взаимодействие), функция $N_s(\xi, \eta)$ описывает второй физический процесс (межфазное взаимодействие). Представление (5) не накладывает никаких дополнительных ограничений на вид функции $n_s(\xi, \eta)$ и имеет самый общий вид. Подставим выражение (5) в уравнение (4) и получим

$$\begin{aligned}
&(yDU_s N_s)_\xi + (yDV_s N_s)_\eta + \\
&+ yDU_s N_s (\Psi_s)_\xi + yDV_s N_s (\Psi_s)_\eta = \\
&= yD(-N_s \Psi_s \sum_{k=s}^L K_{sk} N_k \Psi_k + q_{Gs}).
\end{aligned}$$

Если потребовать, чтобы функция N_s удовлетворяла уравнению

$$yDU_s N_s)_\xi + (yDV_s N_s)_\eta = 0, \quad (6)$$

то функция Ψ_s будет удовлетворять уравнению

$$\begin{aligned}
&yDU_s N_s (\Psi_s)_\xi + yDV_s N_s (\Psi_s)_\eta = \\
&= yD(-N_s \Psi_s \sum_{k=s}^L K_{sk} N_k \Psi_k + q_{Gs}),
\end{aligned}$$

или, с учетом того, что $U_s (\Psi_s)_\xi + V_s (\Psi_s)_\eta = U_s \frac{d\Psi_s}{d\xi}$

вдоль траектории s -й частицы, уравнению

$$U_s \frac{d\Psi_s}{d\xi} = (-\Psi_s \sum_{k=s}^L K_{sk} N_k \Psi_k + q_{Gs} / N_s). \quad (7)$$

Переменная N_s находится из однородного уравнения (6), методы решения которого не связаны с «жесткостью» остальных уравнений системы. Уравнение (7) так же, как и уравнения (1)–(3), записано в характеристической форме и может решаться таким же разностным методом. Кроме того, если уравнения (6) и (7) решать, начиная с самой крупной

фракции L , то коэффициент при Ψ_s , равный $\sum_{k=s}^L K_{sk} N_k \Psi_k$, будет уже однозначно определен. Действительно, для $s=L$ $K_{sk}=0, \Psi_L=1$. Далее при $s=L-1$ этот коэффициент равен $K_{L-1L} \Psi_L N_L = K_{L-1L} N_L$ и из решения (7) определяется Ψ_{L-1} . Величины N_s определяются независимо от процессов столкновений частиц из уравнения (6). При $s=L-2$ коэффициент при Ψ_s равен $K_{L-2L-1} N_{L-1} \Psi_{L-1} + K_{L-2L} N_L$ и т. д.

Запишем уравнения переноса импульса, энергии, массы и признака Ψ_s в общем векторном виде:

$$W_s \frac{d\mathbf{f}_s}{d\zeta_s} = -\mathbf{C}_s \mathbf{f}_s + \mathbf{B}_s, \quad (8)$$

где ζ_s – координата в направлении s -й траектории;

$$W_s = \sqrt{(U_s)^2 + (V_s)^2}; \quad \mathbf{f}_s = (u_s, v_s, T_s, m_s, \Psi_s);$$

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} A_{1s} \\ A_{1s} \\ A_{1T} \\ 0 \\ \sum_{k=s}^L K_{sk} N_s \Psi_s \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} q_{1us} + A_{1s}u + a_x g \\ q_{1vs} + A_{1s}v + a_y g \\ q_{1Ts} + A_{1T}T \\ q_{ms} + G_s \\ \frac{q_{Gs}}{N_s} \end{bmatrix}.$$

Схема интегрирования системы уравнений (8) показана на рисунке.

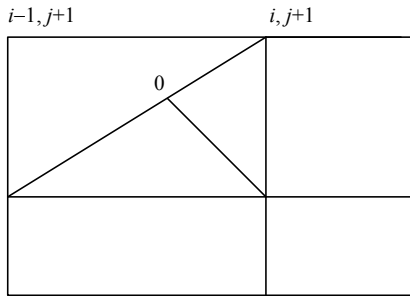


Схема интегрирования уравнений движения частиц

Интегрирование проводится по отрезку траектории каждой s -й фракции. Отрезок начинается на диагонали ячейки, содержащей узловую точку (i, j) , в точке 0 с известными параметрами частиц, а заканчивается в узле (i, j) , где параметры необходимо рассчитать. Для интегрирования применяется неявная схема Рунге – Кутты со вторым порядком аппроксимации

$$\mathbf{f}_{s,i,j} = \frac{\mathbf{f}_{s0} + \frac{\Delta\zeta_s \mathbf{B}_{s,i,j}}{2W_{s,i,j}} \left(1 + \frac{\Delta\zeta_s \mathbf{C}_{s0}}{W_{s0}}\right) + \frac{\Delta\zeta_s \mathbf{B}_{s0}}{2W_{s0}}}{1 + \frac{\Delta\zeta_s \mathbf{C}_{s,i,j}}{2W_{s,i,j}} + \frac{\Delta\zeta_s \mathbf{C}_{s0}}{2W_{s0}} \left(1 + \frac{\Delta\zeta_s \mathbf{C}_{s,i,j}}{W_{s,i,j}}\right)}. \quad (9)$$

Индекс 0 соответствует началу отрезка траектории. Необходимые параметры \mathbf{f}_{s0} в точке 0 определяются по формуле

$$\mathbf{f}_{s0} = \frac{\alpha_{s,i+iu,j} \mathbf{f}_{s,i+iu,j} + \alpha_{s,i,j+jv} \mathbf{f}_{s,i,j+jv}}{\alpha_{s,i+iu,j} + \alpha_{s,i,j+jv}}$$

с использованием известных значений \mathbf{f}_s на концах диагонали. Значения $\alpha_s, \Delta\zeta_s, iu, jv$ находятся по формулам:

$$\alpha_{s,i+iu,j} = \frac{1}{\Delta\xi_i} \left[\left(\frac{U}{W}\right)_{s,i,j} + \left(\frac{U}{W}\right)_{s,0} \right];$$

$$\alpha_{s,i,j+jv} = \frac{1}{\Delta\eta_j} \left[\left(\frac{V}{W}\right)_{s,i,j} + \left(\frac{V}{W}\right)_{s,0} \right];$$

$$\Delta\zeta_s = \frac{2}{\alpha_{s,i+iu,j} + \alpha_{s,i,j+jv}};$$

$$\Delta\xi_i = \xi_i - \xi_{i+iu}, \quad \Delta\eta_j = \eta_j - \eta_{j+jv};$$

$$iu = \text{sign}(-U_{s,i,j}); \quad jv = \text{sign}(-V_{s,i,j}).$$

Уравнение для $N_s(\xi, \eta)$ (6) решается по противопоточной схеме [6]. Разностный аналог уравнения (6) имеет вид

$$a_{pi,j} N_{i,j} = a_{Wi,j} N_{i-1,j} + a_{Ei,j} N_{i+1,j} + a_{Si,j} N_{i,j-1} + a_{Ni,j} N_{i,j+1}, \quad (10)$$

где

$$a_{Wi,j} = \max[\delta\eta_j y_{i-1/2,j} D_{i-1/2,j} U_{i-1/2,j}, 0];$$

$$a_{Ei,j} = \max[-\delta\eta_j y_{i+1/2,j} D_{i+1/2,j} U_{i+1/2,j}, 0];$$

$$a_{Si,j} = \max[\delta\xi_i y_{i,j-1/2} D_{i,j-1/2} V_{i,j-1/2}, 0];$$

$$a_{Ni,j} = \max[-\delta\xi_i y_{i,j+1/2} D_{i,j+1/2} V_{i,j+1/2}, 0];$$

$$a_{pi,j} = a_{Wi,j} + a_{Ei,j} + a_{Ni,j} + a_{Si,j}.$$

Граничные условия для системы уравнений (8)

Так как уравнения (8) записаны вдоль траекторий, являющихся характеристиками, то граничные условия ставятся лишь на участках границы, откуда частицы начинают свое движение. Здесь задаются начальные параметры частиц: u_{0s}, v_{0s} – начальные скорости частиц; T_{0s} – начальная температура частиц; m_{0s} – начальная масса частиц, $\Psi_{0s}=1$. Для уравнения (6) применяется противопоточная схема, поэтому граничные условия для n_s задаются аналогично.

Таким образом, для решения уравнений, описывающих движение частиц, получена разностная схема, следящая за направлением течения. Для решения разностных уравнений применяется следующий двухуровневый итерационный процесс.

В качестве начального приближения для скоростей частиц берутся скорости газа. Параметры частиц принимаются такими же, как на поверхности вдува. Далее в зависимости от характера течения имеются два варианта алгоритма решения данной задачи.

1-й вариант. В рассматриваемой области нет зон с возвратным (циркуляционным) течением. В этом случае реализуется маршевый по продольной координате алгоритм. Итерации по точкам проводятся по поперечной координате. В качестве $B_{si,j}, C_{si,j}$ сначала берутся значения B_{s0}, C_{s0} . Затем проводятся итерации по уточнению положения точки 0 на диагонали каждой ячейки и решаются уравнения (6), (10) для числа частиц $N_{si,j}$. После этого решаются уравнения (8) по схеме (9) в каждой точке i, j и уточняются значения $B_{si,j}, C_{si,j}$. В этом варианте в памяти ЭВМ хранятся параметры частиц на слое i и на слое $(i-1)$.

2-й вариант. В расчетной области имеются зоны с возвратным течением. В этом случае итерации по точкам проводятся во всей расчетной области. Требования к памяти ЭВМ в этом варианте значительно выше, чем в первом варианте. Для достижения не-

Получено 10.10.2014

вязки по уравнению неразрывности $\sim 10^{-4}$ требуется всего около 15 глобальных итераций.

Изложенный численный метод позволяет рассчитывать поля скоростей газовой и дисперсной фаз, траектории движения частиц (из решения уравнений $\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{V_l}{U_l}$ при найденных U_l, V_l), массовый поток осаждающихся на стенки частиц, эволюцию спектра размеров частиц.

Библиографические ссылки

1. Газовая динамика двухфазных течений в соплах / И. М. Васенин, В. А. Архипов, В. Г. Бутов [и др.]. – Томск : Изд-во Томск. ун-та, 1986. – 264 с.
2. Там же.
3. Горохов М. М., Корепанов А. В., Тенев В. А. Математические модели многомерных многофазных реагирующих течений // Вестник ИжГТУ. – 2014. – № 3(63). – С. 176–180.
4. Газовая динамика двухфазных течений в соплах / И. М. Васенин, В. А. Архипов, В. Г. Бутов [и др.]. – 1986. – 264 с.
5. Там же.
6. Ковеня В. М., Тарнавский Г. А., Черный С. Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. – Новосибирск : Наука, 1990. – 248 с.

УДК 517.937

С. П. Зубова, доктор физико-математических наук, доцент, Воронежский государственный университет
В. И. Усков, аспирант, Воронежский государственный университет

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДЕСКРИПТОРНОГО УРАВНЕНИЯ В СЛУЧАЕ ДВУХШАГОВОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ

Задача Коши для дескрипторного уравнения (дифференциального уравнения с необратимым оператором при производной) решалась многими авторами. Значительные результаты получены С. Г. Крейнном, Г. А. Свиридьюком, В. Е. Фёдоровым, А. Г. Баскаковым, К. И. Чернышовым, В. Ф. Чистяковым, А. А. Щегловой, Н. А. Сидоровым и их учениками.

В работах С. П. Зубовой [1, 2] решена задача Коши с фредгольмовским и нётеровым операторами при производной методом каскадного расщепления исходного уравнения на уравнения в подпространствах с применением на каждом этапе процедуры дифференцирования, что требовало определенной гладкости коэффициентов уравнения.

В работе [3] рассматривался частный случай одного этапа декомпозиции, производимого способом, несколько отличным от способа, применяемого в [4, 5]. При предложенной в [6] декомпозиции снижаются требования на гладкость коэффициентов уравнения.

В настоящей работе рассматривается случай двух этапов каскадной декомпозиции дескрипторного

дифференциального уравнения методом, предложенным в [7].

Решение задачи Коши для дескрипторного уравнения

Рассматривается уравнение

$$A \frac{du(t)}{dt} = B(t)u(t) + F(t) \quad (1)$$

с начальным условием

$$u(0) = u^0 \in E_1, \quad (2)$$

где $A, B(t): E_1 \rightarrow E_2$ – линейные замкнутые операторы, E_1, E_2 – банаховы пространства, $\overline{\text{dom } A} = E_1$, $\text{dom } B(t) = \text{dom } A$, $F(t)$ – заданная вектор-функция со значениями в E_2 , $0 \leq t \leq T$; A – фредгольмовский оператор.

Рассматриваются вопросы существования и единственности решения задачи (1), (2), а также построение решения.