

УДК 697.341

Б. А. Якимович, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
С. В. Вологдин, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СНИЖЕНИЯ ДИСБАЛАНСА ОТОПИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЗДАНИЙ

Предложена математическая модель оптимизации сопротивлений гидравлических регуляторов отопительных приборов зданий (термостаты) с целью минимизации дисбаланса отопительной системы с учетом уравнений теплового баланса отдельных помещений зданий. Рассмотрен алгоритм решения поставленной задачи, представлены результаты расчета.

Ключевые слова: система отопления, дисбаланс, математическая модель, оптимизация параметров.

Первоочередной задачей по экономии энерго-ресурсов в системе жилищно-коммунального хозяйства является снижение дисбаланса системы теплоснабжения на уровне зданий. Основные положения, определяющие необходимость проведения работ по повышению энергоэффективности, закреплены Федеральным законом № 261-ФЗ [1].

Для оценки величины дисбаланса используются следующие величины:

1) коэффициент дисбаланса отопительной системы здания определяется отношением коэффициентов избытка тепла самого «теплого» и недостатком тепла самого «холодного» помещения здания:

$$k_d = \max_{i,j} \left[\frac{\left(\frac{Q_{\text{факт}}}{Q_{\text{треб}}} \right)_i}{\left(\frac{Q_{\text{факт}}}{Q_{\text{треб}}} \right)_j} \right],$$

где $Q_{\text{факт}}$, $Q_{\text{треб}}$ – фактические и требуемые тепловые потери помещений соответственно;

2) среднее квадратическое отклонение температур помещений зданий:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_{v_i} - \bar{t}_v)^2}{N}},$$

где N – количество помещений; \bar{t}_v – средняя температура помещений.

Анализ эффективности теплоснабжения зданий на примере микрорайонов г. Ижевска показывает, что коэффициент дисбаланса зданий изменяется в пределах от 1,9 до 2,7 единиц, а среднее квадратическое отклонение температур помещений зданий – в пределах от 2,0 до 3,5 единиц (см. табл. 1). При этом выявлено, что с понижением температуры наружного воздуха коэффициент дисбаланса увеличивается.

Разбалансировка системы теплоснабжения главным образом связана с несоответствием фактической тепловой мощности отопительных приборов, установленных в помещении, и их требуемой величины. Для примера в табл. 2 представлены данные о фак-

тической и требуемой величине тепловой мощности приборов в характерных квартирах зданий.

Таблица 1. Величины дисбаланса отопительной системы зданий

№ здания	Коэффициент дисбаланса	Среднеквадратическое отклонение температур
169	2,28	3,0
171	2,20	3,1
183	2,41	2,9
197	1,89	2,1
211	2,10	2,6
221a	2,65	3,3

Таблица 2. Отношение фактической мощности отопительных приборов к требуемой величине

Относительное отклонение фактической мощности теплового прибора от требуемой величины, %	Процент от общего числа квартир
< -50	1
(-50, -30)	7
(-30, -10)	37
(-10, +10)	26
(+10, +30)	19
(+30, +50)	5
> +50	5

Как известно, на работу в однотрубных системах отопления влияет так называемая горизонтальная разрегулировка, имеющая место в случаях, когда вода поступает в отдельные стояки системы в количествах, не соответствующих проектным расчетам. Изменение расхода воды в стояке оказывает наибольшее влияние на теплоотдачу приборов, расположенных последними по ходу движения теплоносителя. Так, при уменьшении расхода воды в стояке вдвое теплоотдача последних приборов снижается почти на 50 %, а первых приборов – всего на 17 %. При увеличении расхода теплоносителя вдвое теплоотдача последних по ходу движения воды приборов повышается в среднем на 43 %, а первых – всего на 16 % (см. табл. 3).

Приведение к норме мощности теплоотдающих приборов можно осуществлять как посредством рег-

ламентных работ по замене приборов, так и за счет качественно-количественного регулирования теплоотдачи (изменение температуры и расхода теплоносителя).

Таблица 3. Изменение средней теплоотдачи отопительных приборов

Этажность здания	Расположение отопительного прибора в системе отопления здания	Увеличение теплоотдачи при увеличении расхода в два раза, %
5 этажей	первый в стояке	15,7
5 этажей	последний в стояке	41,8
12 этажей	первый в стояке	16,2
12 этажей	последний в стояке	45,3

Согласно СНиП 41-01-2003 «Отопление, вентиляция и кондиционирование» отопительные приборы в жилых помещениях должны оснащаться термостатами, т. е. при соответствующем обосновании возможно применение ручной регулирующей арматуры. В нормативном документе МГСН 2.01-99 «Энергосбережение в зданиях. Нормативы по теплозащите и тепловодоснабжению» содержатся более жесткие требования к установке термостатов отопительных приборов.

Для решения задачи по повышению энергоэффективности системы теплоснабжения зданий предложена математическая модель оптимизации сопротивлений гидравлических регуляторов отопительных приборов зданий (термостаты) с целью минимизации дисбаланса отопительной системы с учетом уравнений теплового баланса отдельных помещений зданий.

Целевая функция оптимизационной задачи – минимум отклонения температуры помещений t_b от расчетной (нормативной) величины t_b^p :

$$\Phi(s_1, \dots, s_{N_o}) = \sum_{i=1}^{N_o} [t_{b_i}(s_1, \dots, s_{N_o}) - t_{b_i}^p]^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где s_i – сопротивление i -го отопительного прибора; N_o – общее количество отопительных приборов в здании.

В качестве ограничений выступает система уравнений, составленная на основе первого и второго законов Кирхгофа [2], необходимая для определения расходов теплоносителя на различных участках системы отопления здания:

$$\begin{cases} Ax = g, \\ By = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где A – матрица соединения узлов и ветвей; B – матрица контуров; g – вектор действующего расхода теплоносителя в узлах; x и y – векторы расхода и перепада давлений на ветвях соответственно.

Кроме того в систему условий и ограничений входит замыкающее соотношение, описывающее связь между потерей давления и расходом на участках системы отопления здания:

$$y + h_d = SXx, \quad (3)$$

где h_d – вектор действующего напора на ветвях; S и X – диагональные матрицы, элементами которых являются, соответственно, коэффициенты гидравлических сопротивлений и модули расходов ветвей.

Решение нелинейной системы (2)-(3) осуществлялось обобщенным методом контурных расходов [2] с использованием элементов теории графов [3]. С точки зрения теории графов схема системы отопления здания – конечный ориентированный граф. В качестве ветвей выступают участки разветвленной сети (совокупность труб, арматуры, отопительных приборов) в которых расход теплоносителя не изменяется, а в качестве узлов – места соединения ветвей.

Гидравлическое сопротивление j -й ветви складывается из гидравлических сопротивлений трения по длине трубопровода и местных сопротивлений и вычисляется по формуле [4]

$$s_{b,j} = \sum_k A_k \left(\frac{\lambda}{d_{вн}} l + \sum_{kj} \xi_{mc} \right), \quad (4)$$

где $\sum \xi_{mc}$ – сумма коэффициентов местных сопротивлений; A_k – удельное динамическое давление.

В связи с тем, что для каждого типа отопительных приборов существует диапазон допустимых значений сопротивлений, вводится ограничение

$$s_i^{\min} \leq s_i \leq s_i^{\max}, \quad (5)$$

где s_i^{\min} и s_i^{\max} – минимально и максимально возможные сопротивления отопительных приборов соответственно.

Расчет сопротивлений отопительных приборов осуществляется с учетом коэффициентов местных сопротивлений отопительных приборов, параллельного или последовательного типа соединения элементов конструкции, а также схемы подключения приборов к стоякам системы отопления (рис. 1).

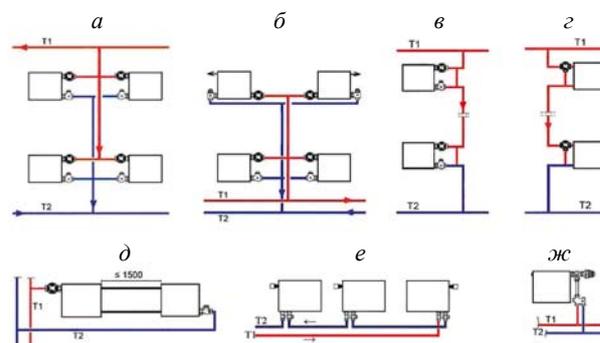


Рис. 1. Способы подключения отопительных приборов к системе отопления: а-б – двухтрубная система отопления; в-е – однотрубная система отопления; д – соединение приборов на цепке; жс – горизонтальная система отопления

При проведении расчетов значения коэффициентов местного сопротивления $\sum \xi_{mc}$ при использовании радиаторов типа PRADO Universal и PRADO

Classic со встроенными термостатами принимались по табл. 3 [5].

Таблица 3. Значения коэффициентов местного сопротивления при использовании радиаторов типа PRADO Universal и PRADO Classic

№ монтажной настройки	1	2	...	N	Полное открытие
Значение $\sum \xi_{mc}$ для Universal	21000	4000	...	300	140
Значение $\sum \xi_{mc}$ для Classic	8100	2550	...	495	135

Таким образом, задача снижения дисбаланса системы отопления зданий сводится к минимизации целевой функции (1) при ограничениях (2), (3), (5). Так как записать явную аналитическую зависимость целевой функции (1) от сопротивлений не представляется возможным, как и требовать ее дифференцируемость, то для решения исходной задачи используются прямые методы условной оптимизации.

Решение данной задачи оптимизации осуществляется методом покоординатного поиска и представляет собой итерационный процесс с общим рекуррентным соотношением:

$$s_i^{(k+1)} = s_i^{(k)} + \Delta s_i^{(k)}, \quad (6)$$

где k – номер итерации; $\Delta s_i^{(k)}$ – поправка сопротивления i -го прибора.

Используя линейную аппроксимацию между точками $(s_i^{(k-1)}, t_{B_i}^{(k-1)})$ и $(s_i^{(k)}, t_{B_i}^{(k)})$, определяем поправку $\Delta s_i^{(k)}$ по формуле

$$\Delta s_i^{(k)} = \frac{(s_i^{(k)} - s_i^{(k-1)})(t_{B_i}^p - t_{B_i}^{(k)})}{t_{B_i}^{(k)} - t_{B_i}^{(k-1)}}. \quad (7)$$

Значения температур помещений t_b определяются из системы уравнений теплового баланса, составленной для каждого помещения в отдельности:

$$\left(\sum_{n=1}^{n_0} K_{отр_n} (t_b - t_n) + \sum_{m=1}^{m_0} K_{отр_m} (t_b - t_{B_m}) \right)_i = \left(\sum_{z=1}^{z_0} K_{пр_z} (t_{пр_z} (t_b) - t_b)^{p+1} + \sum_{s=1}^{s_0} K_{пр_s} (t_{пр_s} (t_b) - t_b)^{p+1} \right)_i, \quad (8)$$

$$i = 1, \dots, N,$$

где i – номер помещения; $K_{отр_n}$ – коэффициент теплопередачи n -го фактора теплообмена помещения с внешней средой; $K_{отр_m}$ – коэффициент теплопередачи m -го фактора теплообмена помещения с граничными помещениями; n_0 – количество факторов теплообмена помещения с внешней средой; m_0 – количество факторов теплообмена рассчитываемого помещения с граничными помещениями; $K_{пр}$

и $K_{тр}$ – коэффициенты теплопередачи отопительного прибора и трубопровода, отнесенные ко всей их поверхности; z_0 и s_0 – количество тепловых приборов и трубопроводов в помещении соответственно; $t_{пр}$, $t_{тр}$ – температуры теплоносителя в отопительном приборе и в трубопроводе соответственно; p – экспериментальный коэффициент, зависящий от типа отопительного прибора, трубы.

Алгоритм расчета температуры помещений включает в себя два основных цикла. На внешнем цикле методом последовательных приближений решается нелинейная система уравнений теплового баланса (8), а на внутреннем – определяется температура теплоносителя. Таким образом, при определении температур помещений t_b совместно решаются следующие задачи:

- гидравлический расчет системы отопления зданий (определяются расходы теплоносителя x по стоякам из системы (2)-(3), а также к отопительным приборам с учетом коэффициента затекания в прибор [4]);

- тепловой расчет системы отопления зданий (определяется температура теплоносителя в трубопроводах $t_{тр}$ и отопительных приборах $t_{пр}$, коэффициенты теплопередачи трубопроводов $K_{тр}$ и отопительных приборов $K_{пр}$);

- расчет коэффициентов теплопередачи $K_{отр}$, тепловых потерь теплопроводностью и инфильтрацией через ограждающие конструкции помещений;

- тепловой расчет водоструйного элеватора (расчет температуры теплоносителя после камеры смешения с учетом коэффициента подмешивания).

Блок-схема алгоритма решения оптимизационной задачи приведена на рис 2. В представленном алгоритме сопротивление конструкции «отопительный прибор – термостат» на k -й итерации $s_i^{(k+1)}$ осуществляется по зависимостям (6)-(7). В случае если фактическая мощность отопительного прибора недостаточна для достижения требуемой температуры в помещении, т. е. $s_i^{\min} > s_i^{(k+1)}$ – не выполняется условие (5), то для обеспечения сходимости итерационного процесса применяется метод структурно-параметрического синтеза [6]. Данный метод основывается на расчете необходимой мощности отопительного прибора с учетом уравнения теплового баланса помещений (8), а также на определении способа подключения прибора к отопительной системе здания. Разработанный алгоритм позволяет провести оптимизацию сопротивлений и номенклатурного ряда отопительных приборов с обеспечением максимального отклонения температуры помещений от требуемой величины не более чем на 0,1 °С.

Решение оптимизационной задачи для типового здания одного из микрорайонов г. Ижевска позволило снизить коэффициент дисбаланса системы отопления до единицы и привести среднюю температуру помещений к нормативной величине 20 °С. В ре-

зультате даны рекомендации по настройке гидравлических регуляторов радиаторов типа PRADO во всех помещениях здания, а также по изменению номенклатурного ряда радиаторов, в частности в помещении № 5 необходимо увеличить мощность прибора на 20 % (см. рис. 3).

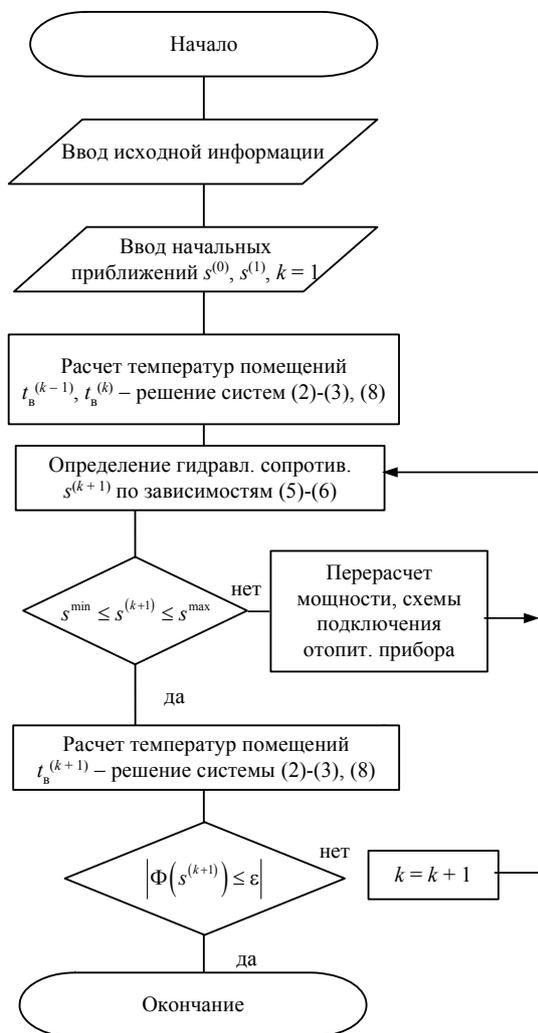


Рис. 2. Блок-схема алгоритма оптимизации

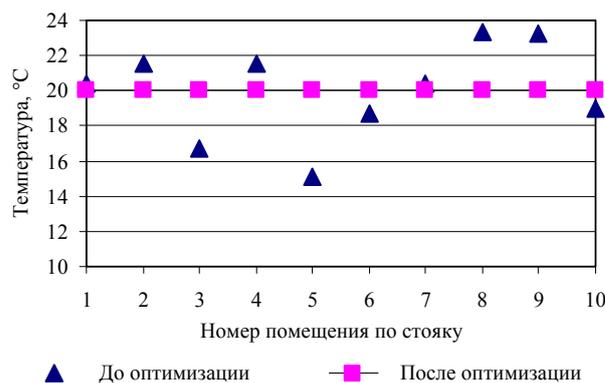


Рис. 3. Температура в помещениях до и после оптимизации

Библиографические ссылки

1. Федеральный закон «Об энергосбережении и о повышении энергетической эффективности и о внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации». – М. : Рид, 2011. – 80 с.
2. Меренков А. П., Хасилев В. Я. Теория гидравлических цепей. – М. : Наука, 1985. – 278 с.
3. Якимович Б. А., Тенев В. А. Методы анализа и моделирования систем. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2001. – 152 с.
4. Справочник проектировщика. Внутренние санитарно-технические устройства. В 3 ч. – Ч. 1. Отопление. – М. : Стройиздат, 1990. – 343 с.
5. Рекомендации по применению стальных панельных радиаторов «PRADO». – М. : Витатерм, 2009. – 50 с.
6. Уайлд Д. Оптимальное проектирование. – М. : Мир, 1981. – 272 с.

B. A. Yakimovich, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
 S. V. Vologdin, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Mathematical Model of Imbalance Reduction for Heating System of Buildings

The paper proposes a mathematical model of resistance optimization for hydraulic radiators regulators (thermostats) of buildings in order to minimize the imbalance in the heating system with account of equations of thermal balance for individual rooms of buildings. An algorithm of the stated problem solution is described, calculation results are presented.

Key words: district heating, imbalance, mathematical model, optimization of parameters.