

УДК 539.37

А. В. Алиев, доктор физико-математических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

А. А. Калинин, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ, ЭНЕРГОПОГЛОЩАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ В УСЛОВИЯХ ВЗРЫВА

Исследуется процесс деформирования вплоть до разрушения защемленной по контуру круговой пластины при нагружении ее давлением, создаваемым при взрыве заданной массы взрывчатого вещества. Поставленная задача решается численным методом конечных элементов. Показано влияние размеров пластины, массы заряда и его расположения относительно передней грани пластины на напряженно-деформированное состояние и кинематические параметры (перемещения, скорости и ускорения) характерных точек пластины. Приведены количественные данные по способности пластины поглощать энергию взрыва, а также прогнозируется момент разрушения пластины.

Ключевые слова: круговая пластина, взрывная нагрузка, метод конечных элементов, энергия поглощения, разрушение.

Известно, что при взрыве самодельного взрывного устройства (СВУ) или грунтовой мины может произойти повреждение транспортного средства, а также ранение или смерть его экипажа. С учетом сказанного теоретические и экспериментальные исследования, связанные с проектированием транспортных средств, имеющих повышенную защиту от этих мин или СВУ, являются актуальными. Простым решением этой проблемы является создание транспортных средств с повышенной толщиной соответствующих стенок для увеличения поглощения энергии взрыва, однако при этом значительно возрастает масса транспортного средства и, как следствие, ухудшаются его эксплуатационные характеристики. Другим вариантом решения указанной проблемы является применение новых материалов и конструктивных схем, оптимизация формы и размеров основных несущих элементов конструкции транспортного средства. Традиционный способ решения такой задачи сопровождается, как правило, проведением большого количества эксплуатационных (полевых) испытаний и экспериментов в процессе создания рационального варианта проектируемой конструкции, что сопровождается значительными затратами времени и денег. С целью уменьшения числа потребных экспериментальных испытаний и экономии временных и финансовых затрат при разработке средств защиты транспортного средства и его экипажа в последнее время в отечественной и зарубежной практике интенсивно разрабатываются и применяются разнообразные численные методы моделирования указанной проблемы. Эти методы после соответствующей экспериментальной проверки можно использовать в дальнейшем для создания оптимального варианта транспортного средства на основе параметрического исследования влияния различных проектных параметров.

В данной статье рассматриваются особенности расчета и поведения круговой пластины при нагружении ее давлением, возникающим при взрыве заданной массы взрывчатого вещества.

Для определения напряженно-деформированного состояния пластины имеем следующую систему уравнений [1].

1. Уравнение равновесия:

$$\sigma_{ij,j}(\bar{x}) + \rho \cdot F_i(\bar{x}) = 0,$$

где $\sigma_{ij}(\bar{x})$ – компоненты тензора напряжений; \bar{x} – радиус-вектор пространственного положения точки тела; ρ – плотность материала; $\rho \cdot F_i(\bar{x})$ – компоненты вектора массовых сил (силы инерции).

В вышеприведенном уравнении и далее в других похожих уравнениях запятая с индексом после нее означает частную производную по соответствующей координате x_i ; индексы при компонентах тензоров, набранные малыми латинскими буквами, принимают значения от 1 до 3.

2. Геометрические уравнения (соотношения Коши):

– для случая малых деформаций $\varepsilon_{ij}(\bar{x})$:

$$\varepsilon_{ij}(\bar{x}) = \frac{1}{2}(u_{i,j}(\bar{x}) + u_{j,i}(\bar{x})),$$

где $u_i(\bar{x})$ – компоненты вектора перемещения;

– для случая больших перемещений или деформаций:

$$\varepsilon_{ij}(\bar{x}) = \frac{1}{2}(u_{i,j}(\bar{x}) + u_{j,i}(\bar{x}) + u_{k,i}(\bar{x})u_{k,j}(\bar{x})).$$

3. Физические (определяющие) уравнения:

– для случая линейной связи между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{kl} (обобщенный закон Гука):

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl},$$

где D_{ijkl} – компоненты матрицы констант упругости материала;

– для случая нелинейной связи между напряжениями и деформациями:

$$\sigma_{ij} = D(\bar{x}) \varepsilon_{ij},$$

где $D(\bar{x})$ – некоторая функция компонент тензоров $\sigma_{ij}(\bar{x})$ и $\varepsilon_{ij}(\bar{x})$, вид которой определяется конкретной моделью нелинейности материала. Компоненты тензора полной деформации $\varepsilon_{ij}(\bar{x})$ в случае упруго-пластического поведения материала пластины состоят из двух слагаемых: упругой деформации $\varepsilon_{ij}^e(\bar{x})$ и пластической деформации $\varepsilon_{ij}^p(\bar{x})$, т. е. $\varepsilon_{ij}(\bar{x}) = \varepsilon_{ij}^e(\bar{x}) + \varepsilon_{ij}^p(\bar{x})$.

4. Граничные условия:

– в точках по контуру пластины на ее нижней грани запрещены все линейные и угловые перемещения: $u_x = u_y = u_z = 0, \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$;

– верхняя грань нагружена давлением волны взрыва: $\sigma_z(x, y, t) = -p(t)$;

– остальные поверхности свободны от нагрузок: $\sigma_{ij}(\bar{x}) \cdot n_j(\bar{x}) = 0$,

где $n_j(\bar{x})$ – направляющие косинусы нормали к поверхности пластины.

Для физически или геометрически нелинейной деформируемой конструкции при наличии в ней сил вязкого сопротивления (внутренних или внешних) решение приведенной выше системы уравнений методом конечных элементов (МКЭ) [2] сводится к решению следующей системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + \{f_{int}(u)\} = \{P(t)\}, \quad (1)$$

где $[M]$, $[C]$ – соответственно, матрица масс и матрица демпфирования конструкции; $\{f_{int}(u)\}$ – вектор внутренних узловых сил; $\{P(t)\}$ – вектор внешних узловых сил; $\{\ddot{u}\}$, $\{\dot{u}\}$ и $\{u\}$ – соответственно, векторы узловых ускорений, скоростей и перемещений.

При интегрировании уравнений (1) следует учитывать начальные условия в момент времени $t = t_0$:

$$\{u\}(t = t_0) = \{u\}_0, \quad \{\dot{u}\}(t = t_0) = \{\dot{u}\}_0.$$

Для решения уравнения (1) применяются, как правило, численные методы. При реализации МКЭ с помощью программы *LS-DYNA* [3] используется явная (центрально-разностная) схема для интегрирования уравнений (1) по времени. В этом случае компоненты вектора скоростей $\{\dot{u}\}$ и перемещений $\{u\}$ в момент времени t_{n+1} определяются следующими выражениями:

$$\{\dot{u}\}_{n+\frac{1}{2}} = \{\dot{u}\}_{n-\frac{1}{2}} + (\ddot{u})_n \cdot \Delta t_n;$$

$$\{u\}_{n+1} = \{u\}_n + (\dot{u})_{n+\frac{1}{2}} \cdot \Delta t_{n+\frac{1}{2}},$$

где $\Delta t_{n+\frac{1}{2}} = (\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) / 2$.

В процессе решения происходит обновление текущей геометрии модели путем добавления приращений перемещений к начальной геометрии, т. е.

$\{x\}_{n+1} = \{x\}_0 + \{u\}_{n+1}$. Результаты расчета по указанной выше схеме интегрирования получаются гораздо менее чувствительными к ошибкам округления, однако при этом требуются дополнительные ресурсы памяти для запоминания вектора перемещений.

Принимаемый при вычислениях максимальный шаг по времени Δt при отсутствии в системе сил вязкого сопротивления должен удовлетворять следующее условие устойчивости решения: $\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}}$,

где ω_{max} – наивысшая собственная частота системы.

Ниже (табл. 1) представлена процедура решения рассматриваемой задачи методом конечных элементов с помощью программы *LS-DYNA* для нескольких вариантов геометрии пластины, количества взрывчатого вещества и расстояний до точки взрыва.

Таблица 1. Характеристики исследованных пластин

Тип пластины	Толщина пластины, мм	Расстояние до точки взрыва, м	Вес ВВ, кг (эквивалент ТНТ)
1	2,0	0,5	1,0
2	4,0	0,5	1,0
3	2,0	1,0	1,0
4	2,0	0,5	2,0

Создание модели пластины

1. Для создания модели круговой пластины диаметром 0,2 м и толщиной 0,002 м используем возможности инструмента *LS-PrePost* программы *LS-DYNA*. С учетом симметрии геометрии и нагружения пластины строим четверть диска с указанными выше размерами. На этом же этапе создания модели выполняем ее разделение на конечные элементы. Для решения рассматриваемой задачи используем объемный элемент *Solid 164* с постоянным напряжением в нем.

2. В качестве материала пластины выбираем алюминий с массовой плотностью 2700 кг/м³. Механические характеристики этого материала описываем моделью упругопластического материала с линейным упрочнением: модуль Юнга – 69000 МПа, коэффициент Пуассона – 0,3, предел текучести – 225 МПа, касательный модуль (модуль упрочнения) – 633 МПа.

Задание нагрузок и граничных условий

1. Давление волны взрыва задаем на поверхностных сегментах пластины, лежащих на ее передней (верхней) грани. Для задания нагрузки от взрыва заряда ВВ используем программу *CONWEP* [4]: задаем вес заряда в тротиловом эквиваленте *WGT*, равный 1,0 кг, и координаты точки взрыва $X = 0; Y = 0; Z = 0,5$ м. Таким образом, заряд ВВ находится вдоль нормали в центре пластины на расстоянии 0,5 м от ее передней грани. Вводим 0,0001 в поле *time-zero of explosion* (ТВО). Используем вариант реализации взрыва в виде воздушного *ISURF*, равного 2.

2. Задаем кривую нагружения, т. е. значения времени и нагрузки в начале процесса нагружения (со-

ответственно, 0 и 0) и в конце процесса нагружения (соответственно, 1 и 1).

3. Задаем условия закрепления пластины, т. е. геометрические граничные условия. В первом варианте расчета пластины используем защемление на внешнем круговом контуре пластины, т. е. в этих узлах выполняется условие отсутствия всех линейных ($UX = UY = UZ = 0$) и угловых перемещений ($ROTX = ROTY = ROTZ = 0$).

Задание параметров управления решением и выводом результатов расчета

1. Задаем время окончания динамического расчета, равное 0,015 сек. Отметим, что время окончания расчета не должно превышать максимальное время на кривой нагружения, в противном случае нагрузка станет равной 0 после этого.

2. Задаем режим вычисления энергетических параметров пластины при ее нагружении волной взрыва.

3. Задаем шаг по времени, равный 0,0001 сек., для записи выводимой базы данных.

4. Задаем время окончания, равное 0,015 сек., вывода результатов расчета в зависимости от времени в файл *BINARY_D3THDT*.

5. Задаем параметры, определяющие номенклатуру выводимых данных: *BNDOUT*, *GLSTAT*, *MATSUM*

и *SPCFORC* и вводим интервал вывода по времени, равный 0,005 сек., для каждого из них.

6. Сохраняем созданный файл ключевых слов для последующего его использования на этапе получения решения задачи.

Аналогично выполняем три варианта моделирования, в которых меняем толщину пластины и условия ее нагружения (см. табл. 1). Во втором варианте принимаем толщину пластины 4 мм; в третьем – расстояние от передней плоскости пластины до точки взрыва – 1 м; в четвертом – количество взрывчатого вещества – 2,0 кг (в эквиваленте взрывчатому веществу тринитротолуолу (ТНТ)).

Результаты, полученные с помощью МКЭ для пластин, указанных в табл. 1, просматриваем с помощью инструмента *LS-PrePost*. В частности, на рис. 1–6 приведены для пластины № 4 изображения формы изогнутой пластины в нужный момент времени (рис. 1), контурные изображения распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в пластине (рис. 2), графики изменения во времени параметров центрального узла пластины, т. е. перемещения (рис. 3), скорости (рис. 4) и ускорения (рис. 5), а также график изменения внутренней энергии пластины во времени (рис. 6).



Рис. 1. Форма изогнутой пластины

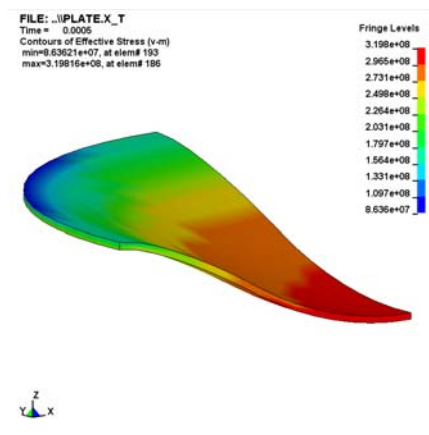


Рис. 2. Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу

Примечание. Эти изображения соответствуют моменту времени, при котором прогиб пластины в ее центре является максимальным.

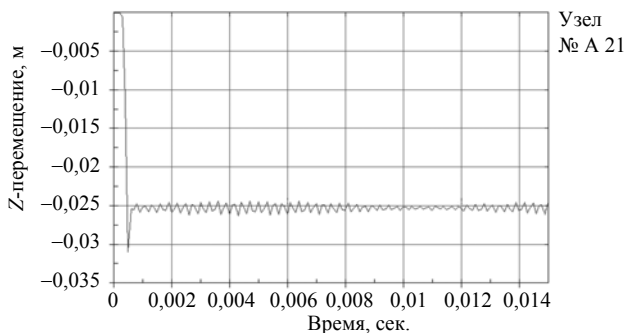


Рис. 3. Перемещение центрального узла пластины во времени

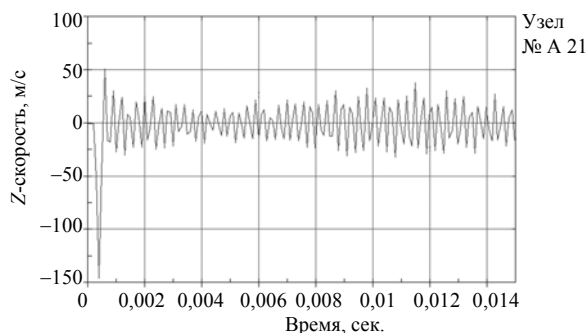


Рис. 4. Изменение скорости центрального узла пластины во времени

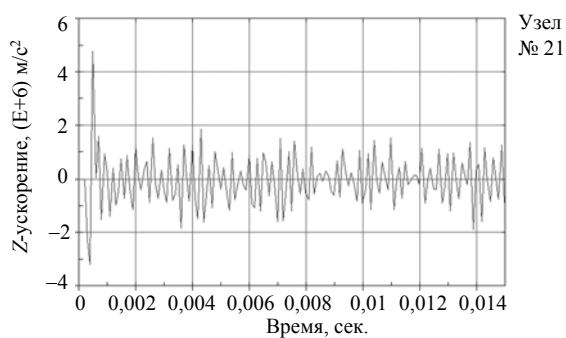


Рис. 5. Изменение ускорения центрального узла пластины во времени

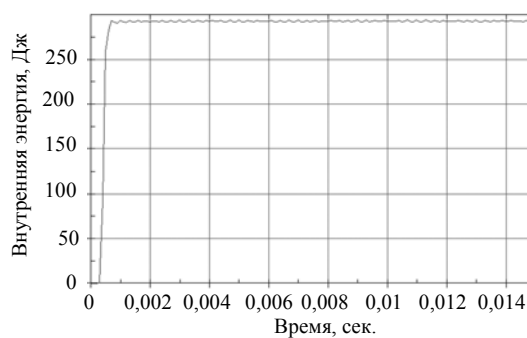


Рис. 6. Изменение внутренней энергии пластины во времени

В таблице 2 приведена сводка полученных результатов по всем четырем вариантам рассмотренных пластин с указанием характерных параметров работоспособности пластин при взрывном нагружении и максимальных энергетических затрат (кинетическая энергия K и внутренняя энергия U) на деформирование пластин.

Изложенная выше методика позволяет также выполнить анализ процесса разрушения элементов конструкций при взрывном нагружении. В качестве иллюстрации этого на рис. 7 приведены изображения четверти круговой пластины в фиксированные моменты времени.

Таблица 2. Сводка результатов расчета

Тип пластины	Макс. прогиб, узел 21, мм	Макс. скорость, узел 21, м/сек.	Макс. ускорение, узел 21, (10 ⁶) м/сек. ²	Макс. напряжение, МПа	
				узел 57	узел 249
1	17	140	2,3	240	230
2	8,7	55	1,6	225	225
3	6,5	45	0,7	225	225
4	31	140	4,8	300	250
Тип пластины	Макс. пластическая деформация, %		Макс. энергия в пластине, Дж		Отношение $U/(K+U)$
	узел 57	узел 249	кинетическая, K	внутренняя, U	
1	7	3,3	60	91	0,60
2	0,98	2	27	45	0,625
3	0,125	1,6	5,2	7,8	0,6
4	17,5	6,2	174	285	0,62

Примечание. Узел № 57 находится в центре верхней поверхности, узел № 249 – на наружном контуре верхней поверхности пластины.

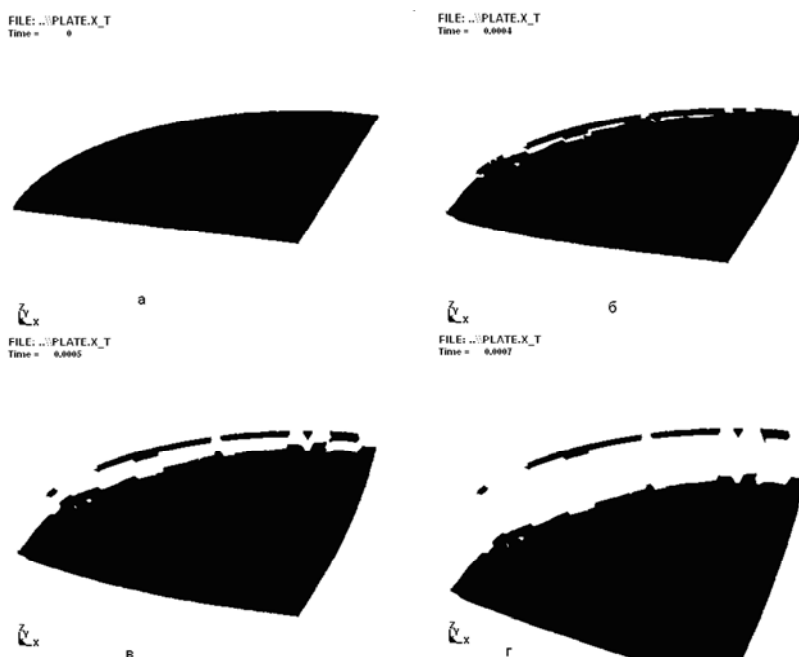


Рис. 7. Последовательность разрушения стальной пластины при взрыве: а – время $t = 0$ сек.; б – $t = 0,0004$ сек.; в – $t = 0,0007$ сек.; г – $t = 0,0008$ сек.

Представленные результаты получены для пластины со следующими параметрами: диаметр – 0,2 м; толщина – 1 мм; расстояние от заряда до пластины – 0,5 м; количество ВВ – 2 кг. Пластина была изготовлена из стали со следующими характеристиками: массовая плотность – 7800 кг/м³; модуль Юнга – 21Е+6 МПа; коэффициент Пуассона – 0,27; предел текучести – 250 МПа; касательный модуль (модуль упрочнения) – 880 МПа; деформация материала в момент разрушения – 0,39.

Библиографические ссылки

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – М. : Наука. – Т. 1. – 1970. – 492 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М. : Мир, 1975. – 541 с.
3. LS-DYNA Keyword User's Manual. Version 970. LSTC.
4. Randers-Pehrson G., Bannister K. Airblast loading model for DYNA2D and DYNA3D, ARL-TR-1310. MD, USA: Army Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground. – 1997.

A. V. Aliev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
A. A. Kalinnikov, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Stress-Strain State, Absorption of Energy and Rupture of Circular Plate under Blast Loading

Deformation of circular plate under blast loading is considered. Solution of this problem is performed by finite element method. Results are represented for displacements, velocities, accelerations, energy absorption and time at rupture of plate under various values of dimensions of plate and distance between charge and plate.

Key words: circular plate, blast loading, finite element method, energy absorption, rupture of plate.

УДК 629.76, 519.615

И. Ф. Юманова, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
О. А. Воеводина, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХИМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНОГО СОСТАВА ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ОРГАНИЧЕСКОГО ТОПЛИВА

Рассматривается применение итерационных процессов типа Манна – Ишикавы (процессов фейеровского типа) для решения больших систем нелинейных уравнений. Возможности численного метода иллюстрируются на примере задачи о равновесном составе продуктов горения органического топлива, которая сводится к решению системы нелинейных уравнений.

Ключевые слова: органическое топливо, химически равновесный состав, математическая модель, система нелинейных уравнений, алгоритм, итерации Манна – Ишикавы.

Вопросы оптимизации технологических устройств, при работе которых используется химическое топливо, требует определения состава продуктов сгорания этого топлива. К таким устройствам можно отнести, например, химические реакторы, тепловые двигатели (внутреннего сгорания, ракетные и прочие), паро- и газогенераторы, котельные установки и др. [1, 2]. Вопросы, связанные с определением состава продуктов, актуальны в связи с повышением внимания общества к вопросам экологии [3].

Будем рассматривать задачу об определении химически равновесного состава продуктов сгорания органического топлива, сжигаемого в замкнутом химическом реакторе. Математические модели, соответствующие рассматриваемой задаче, основаны на рассмотрении законов сохранения массы и энергии, записанных в дифференциальной форме [4]. В предельном случае (при установлении всех газодинамических процессов) математическая модель процессов может быть представлена в виде системы скалярных

уравнений: линейных (уравнения сохранения массы для каждого компонента химически реагирующей смеси) и нелинейных (уравнения для протекающих химических реакций) [5]. Общий вид системы уравнений может быть следующим:

$$\ln \left(\sum_i a_{ij} n_j + n_i \right) - \ln M_T - \ln b_{iT} = 0; \quad (1)$$

$$\ln n_j - \sum_j a_{ij} \ln n_i + \ln K_j = 0. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) обозначено:

- a_{ij} – число атомов i -го химического элемента в компоненте j ;
- M_T – число молей исходных веществ;
- K_j – константа равновесия компонента j ;
- b_{iT} – количество i -го химического элемента в эквивалентной формуле;
- n_i – количество молей i -го вещества в компоненте.