

Представленные результаты получены для пластины со следующими параметрами: диаметр – 0,2 м; толщина – 1 мм; расстояние от заряда до пластины – 0,5 м; количество ВВ – 2 кг. Пластина была изготовлена из стали со следующими характеристиками: массовая плотность – 7800 кг/м³; модуль Юнга – 21Е+6 МПа; коэффициент Пуассона – 0,27; предел текучести – 250 МПа; касательный модуль (модуль упрочнения) – 880 МПа; деформация материала в момент разрушения – 0,39.

Библиографические ссылки

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – М. : Наука. – Т. 1. – 1970. – 492 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М. : Мир, 1975. – 541 с.
3. LS-DYNA Keyword User's Manual. Version 970. LSTC.
4. Randers-Pehrson G., Bannister K. Airblast loading model for DYNA2D and DYNA3D, ARL-TR-1310. MD, USA: Army Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground. – 1997.

A. V. Aliev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
A. A. Kalinnikov, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Stress-Strain State, Absorption of Energy and Rupture of Circular Plate under Blast Loading

Deformation of circular plate under blast loading is considered. Solution of this problem is performed by finite element method. Results are represented for displacements, velocities, accelerations, energy absorption and time at rupture of plate under various values of dimensions of plate and distance between charge and plate.

Key words: circular plate, blast loading, finite element method, energy absorption, rupture of plate.

УДК 629.76, 519.615

И. Ф. Юманова, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова
О. А. Воеводина, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХИМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНОГО СОСТАВА ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ОРГАНИЧЕСКОГО ТОПЛИВА

Рассматривается применение итерационных процессов типа Манна – Ишикавы (процессов фейеровского типа) для решения больших систем нелинейных уравнений. Возможности численного метода иллюстрируются на примере задачи о равновесном составе продуктов горения органического топлива, которая сводится к решению системы нелинейных уравнений.

Ключевые слова: органическое топливо, химически равновесный состав, математическая модель, система нелинейных уравнений, алгоритм, итерации Манна – Ишикавы.

Вопросы оптимизации технологических устройств, при работе которых используется химическое топливо, требует определения состава продуктов сгорания этого топлива. К таким устройствам можно отнести, например, химические реакторы, тепловые двигатели (внутреннего сгорания, ракетные и прочие), паро- и газогенераторы, котельные установки и др. [1, 2]. Вопросы, связанные с определением состава продуктов, актуальны в связи с повышением внимания общества к вопросам экологии [3].

Будем рассматривать задачу об определении химически равновесного состава продуктов сгорания органического топлива, сжигаемого в замкнутом химическом реакторе. Математические модели, соответствующие рассматриваемой задаче, основаны на рассмотрении законов сохранения массы и энергии, записанных в дифференциальной форме [4]. В предельном случае (при установлении всех газодинамических процессов) математическая модель процессов может быть представлена в виде системы скалярных

уравнений: линейных (уравнения сохранения массы для каждого компонента химически реагирующей смеси) и нелинейных (уравнения для протекающих химических реакций) [5]. Общий вид системы уравнений может быть следующим:

$$\ln \left(\sum_i a_{ij} n_j + n_i \right) - \ln M_T - \ln b_{iT} = 0; \quad (1)$$

$$\ln n_j - \sum_j a_{ij} \ln n_i + \ln K_j = 0. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) обозначено:

- a_{ij} – число атомов i -го химического элемента в компоненте j ;
- M_T – число молей исходных веществ;
- K_j – константа равновесия компонента j ;
- b_{iT} – количество i -го химического элемента в эквивалентной формуле;
- n_i – количество молей i -го вещества в компоненте.

Опыт показывает, что система уравнений (1), (2) может иметь несколько решений, при этом каждое из решений может быть практически значимым. Наиболее распространенным методом решения системы (1), (2) является метод линеаризации с последующим применением метода Гаусса. Этот метод предложен академиком В. Е. Алемасовым и успешно развивается его научной школой [6]. Другой подход, предложенный Р. Е. Соркиным [7], сводится к представлению задачи (1), (2) как задачи математического программирования и последующем ее решении известными вычислительными методами [8]. Применение перечисленных методов не всегда оказывается успешным, и в связи с этим представляет интерес возможность решения уравнений (1), (2) другими (новыми) вычислительными методами. В частности, представляет интерес возможность решения задачи с использованием итерационных процессов типа Манна – Ишикавы (процессов фейеровского типа) [9].

Суть метода состоит в следующем:

– с помощью несложных алгебраических преобразований система нелинейных уравнений сводится к задаче о неподвижной точке

$$\mathbf{x} = \Phi(\mathbf{x}), \tag{3}$$

где $\Phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ (в нашем случае n – это количество неизвестных концентраций химических веществ) – непрерывное нелинейное отображение;

– выполняется построение итерационных процессов типа Манна – Ишикавы (иначе – процессов фейеровского типа) вида

$$\tilde{\mathbf{x}}^{(k+1)} = \frac{\lambda^{(k)}}{1 + \lambda^{(k)}} \tilde{\mathbf{x}}^{(k)} + \frac{1}{1 + \lambda^{(k)}} \Phi(\tilde{\mathbf{x}}^{(k)}) \quad (k = 1, 2, \dots), \tag{4}$$

где $\lambda^{(k)} = (\lambda_i^{(k)})$ – векторный параметр; $\tilde{\mathbf{x}}^{(0)}$ – заданное начальное приближение; $\tilde{\mathbf{x}}^{(1)} = \Phi(\tilde{\mathbf{x}}^{(0)})$.

В основе выбора параметров $\lambda^{(k)}$ покомпонентное, более тонко отслеживающее смещение приближений по каждой координате применение метода Вегстейна к решению нелинейных систем (3). Именно:

$$\lambda_i^{(k)} = \begin{cases} \gamma_i^{(k)}, & \text{если } \text{sgn}(x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}) = \text{sgn}(\tilde{x}_i^{(k-1)} - \tilde{x}_i^{(k)}), \\ -\gamma_i^{(k)}, & \text{если } \text{sgn}(x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}) = \text{sgn}(\tilde{x}_i^{(k)} - \tilde{x}_i^{(k-1)}), \end{cases} \tag{5}$$

где $\gamma_i^{(k)} = \frac{|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}|}{|\tilde{x}_i^{(k-1)} - \tilde{x}_i^{(k)}|}$, $x_i^{(k+1)} = \varphi_i(\tilde{x}^{(k)})$, $i = 1, \dots, n$.

Метод (4)–(5) на каждом итерационном шаге требует одно вычисление нелинейной функции Φ на каждом итерационном шаге и не требует вычисления ее производных, а соответственно, обращения матрицы Якоби в отличие от известного метода Ньютона.

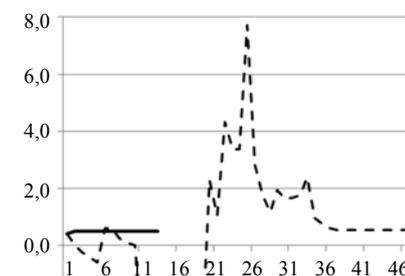
Предложенный метод расчета параметров высокотемпературной реагирующей газовой смеси апро-

бирован на задаче об определении химически равновесного состава продуктов сгорания органического топлива, условная формула которого может быть представлена в виде

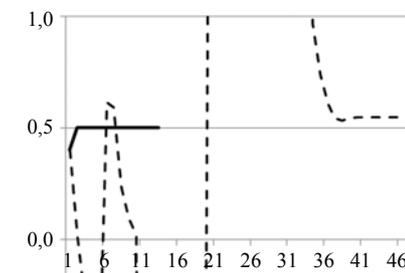


Продукты сгорания этого топлива содержат 47 компонентов, основными из которых являются Н, С, N, O, Na, S, Mn.

Уравнения (1), (2) содержат 9 линейных и 38 нелинейных уравнений. Применение метода (4)–(5) дает выигрыш по количеству итераций до 68 % по сравнению с классическим методом Ньютона при одной и той же точности вычислений $\varepsilon = 10^{-10}$, по количеству вычислений функций – до 82 %, при этом предложенный метод не требует вычисления и обращения матрицы производных на каждом итерационном шаге, а также является более адаптивным. Поведение метода (4)–(5) можно рассматривать как более устойчивое по сравнению с поведением классического метода Ньютона, когда для последнего не обеспечено выполнение условий сходимости. Иллюстрирует этот факт сходимость метода к стационарному решению по компоненту H_2 , содержащемуся в продуктах сгорания (см. рис.). Для сравнения приводится сходимость итерационного процесса при использовании классического метода Ньютона (штрихпунктирная линия).



а



б

Сходимость итерационных процессов к стационарному решению по компоненту H_2 : а – в уменьшенном масштабе; б – в увеличенном масштабе

Приведенные результаты подтверждают высокую эффективность предложенного метода.

Библиографические ссылки

1. Арсеньев Г. В. Энергетические установки. – М. : Высш. шк., 1991. – 336 с.
2. Липанов А. М., Алиев А. В. Проектирование ракетных двигателей твердого топлива. – М. : Машиностроение, 1995. – 400 с.
3. Варнатц Ю., Маас У., Диббил Р. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ / пер. с англ. Г. Л. Агафонова; под ред. П. А. Власова. – М. : ФИЗМАЛИТ, 2003. – 352 с.
4. Алиев А. В., Миценкова О. В. Математическое моделирование в технике. – Ижевск : Ин-т компьютерных иссл., 2012. – 456 с.

O. A. Voevodina, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

I. F. Yumanova, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Definition of Chemical Equilibrium Composition of Fossil Fuel Combustion Products

The application of the Mann–Ishikawa iterations (Fejer type processes) for solving large nonlinear systems is considered. The possibilities of using the numerical method are illustrated by the example of the chemical equilibrium composition of fossil fuel combustion products. This problem is reduced to a nonlinear system.

Key words: fossil fuels, chemical equilibrium composition, mathematical model, nonlinear system, algorithm, Mann-Ishikawa iterations.

УДК 622.24

Ю. Н. Шелковникова, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ГИДРОДИНАМИКА ГЛИНОСОДЕРЖАЩЕГО БУРОВОГО РАСТВОРА В НЕФТЯНЫХ СКВАЖИНАХ

Рассмотрены особенности течения глиносодержащих буровых растворов в типовых конструкциях современной нефтяной скважины. Из вариационной постановки задачи рассчитаны характеристики течения при турбулентном режиме. Для ламинарного течения проведено сравнение аналитической и полученной численно зависимостей коэффициента сопротивления от параметра пластичности для круглой трубы. Показано влияние параметра пластичности на распределение скорости в круглой трубе и кольцевом пространстве.

Ключевые слова: скважина, буровой раствор, течение жидкости.

В настоящее время одним из основных объектов при добыче нефти и газа является скважина, для строительства которой используется бурение. Буровая скважина создается путем последовательного разрушения горных пород и выноса их на поверхность. Она сооружается в толще земной коры, имеет круглое сечение различного диаметра и ее глубина составляет от нескольких метров до нескольких километров. Скважины бывают вертикальные, наклонные и горизонтальные. Начало скважины называется устьем, дно – забоем, а боковая поверхность – стволом. Расстояние от устья до забоя по оси ствола – длина скважины, а глубина – проекция длины на вертикальную ось. Строительство скважины включает следующие этапы:

- строительство необходимых наземных сооружений;
- углубление ствола скважины (включает одновременное углубление и промывку скважины);

5. Алемасов В. Е., Дергалин А. Ф., Тишин А. П. Теория ракетных двигателей / под ред. В. Е. Алемасова. – М. : Машиностроение, 1969. – 548 с.

6. Математическое моделирование высокотемпературных процессов в энергосиловых установках / В. Е. Алемасов [и др.]. – М. : Наука, 1998. – 256 с.

7. Соркин Р. Е. Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя баллистика. – М. : Наука, 1983. – 288 с.

8. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. – 3-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2009. – 840 с.

9. Юманова И. Ф. О применении метода Вегстейна к нелинейным системам // Современные проблемы математики : Тез. междунар. (44-й Всерос.) молодежной шк.-конф. – Екатеринбург : Ин-т матем. и мех. УрО РАН, 2013. – С. 166–169.

– разобшение пластов (включает последовательное укрепление ствола скважины опускаемыми трубами, соединенными в колонну, и цементирование заколонного пространства);

– освоение скважины (включает вскрытие пласта, крепление призабойной зоны, перфорацию (пробивание отверстия для притока нефти), вызов и интенсификацию притока).

Типовая конструкция буровой скважины приведена на рис. 1, где 1 – направление; 2 – кондуктор; 3 – промежуточная колонна; 4 – эксплуатационная колонна; 5 – цементный камень; 6 – пласт; 7 – перфорация в обсадной трубе и цементном камне [1].

В начале строительства скважины производится бурение на глубину 50...100 м, затем опускается стальная труба диаметром 500 мм, а пространство между стенками трубы и скважины заполняется цементным раствором. Это начальный участок 1 (рис. 1), который называется *направлением* и служит