

9. Бураков В. А., Барышевская Е. А., Буранова Н. Локальная цементация железа в условиях импульсного лазерного нагрева и скоростной закалки // Известия вузов. Машиностроение. – 1981. – № 11. – С. 28–31.

10. Влияние некоторых технологических факторов на особенности формирования валков при лазерной газопорошковой наплавке / Григорьянц А. Г. [и др.] // Порошковая металлургия. – 1984. – № 9. – С. 39–42.

V. I. Shastin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Siberian Academy of Law, Economics and Management, Irkutsk

Refacing of Locomotive Tractive Gearing on the Basis of Laser Modification

Surface engineering with a laser of metals and alloys refers to local methods of thermal influence on materials and provides use of such perspective technological processes as heat strengthening, welding and doping. Thermostrengthening and built-up welding of gears allowing to increase their wear resistance, working capacity and maintainability are considered.

Key words: laser technology, surface modification, refacing.

УДК 621-752

С. В. Елисеев, доктор технических наук, профессор, Иркутский государственный университет путей сообщения

УПРУГИЕ ЭЛЕМЕНТЫ В СТРУКТУРНОЙ ТЕОРИИ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются возможности нетрадиционного представления управления движением по принципу относительного отклонения. Предложена математическая модель обобщенных упругих элементов колебательных структур, имеющих дополнительные связи с независимыми движениями.

Ключевые слова: виброзащитная система, приведенная жесткость, обобщенная пружина, передаточная функция, «скрытые» силы.

Расчетные схемы современных машин в задачах защиты от вибрации могут быть представлены механическими колебательными системами, состоящими из элементарных звеньев расширенного набора. Такая система включает в свой состав не только традиционные массоинерционные, упругие и диссипативные, но и другие, которые соответствуют в системах автоматического управления дифференцирующим звеньям второго порядка, интегрирующим звеньям первого и второго порядков. Важным обстоятельством является то, что расширенный набор типовых элементов может быть использован для синтеза структур или блоков, которые реализуются в виброзащитной системе как дополнительные связи, принимающие, в том числе, и форму механических цепей [1].

Поскольку базовым элементом расчетной схемы в виде соответствующей структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системе автоматического управления (САУ) является объект, обладающий массой, то дополнительная связь, в физическом смысле, представляет собой сложную пружину или упругий элемент со свойствами, зависящими достаточно сложным образом от частоты [2].

Оценка динамических свойств виброзащитных систем производится с использованием передаточных функций, достаточное разнообразие которых отражает различные реакции системы на силовые и кинематические внешние воздействия.

При построении передаточных функций ВЗС, которые являются носителями информации о динамических свойствах систем в целом, было бы целесооб-

разно остановиться на знаменателе передаточной функции и рациональном выборе систем координат в оценке динамических свойств системы.

Рассмотрим в связи с этим простейшую модель виброзащитной системы (ВЗС) в виде системы с одной степенью свободы (рис. 1, а, б).

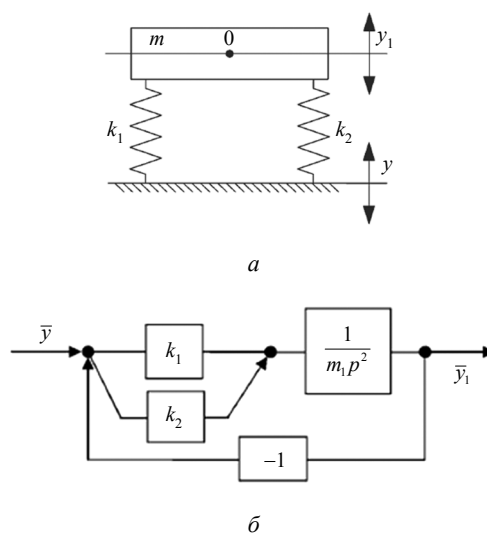


Рис. 1. Структурная схема (а) и структурная схема виброзащитной системы (б) при кинематическом возмущении у

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергии:

$$T = \frac{1}{2} m y_1^2; \tag{1}$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - y)^2 + \frac{1}{2}k_2y_1^2. \quad (2)$$

Структурная схема ВЗС может быть представлена эквивалентной в динамическом отношении системой автоматического управления (САУ), как показано на рис. 1, б. Передаточная функция системы

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{y} = \frac{k_1 + k_2}{m_1p^2 + k_1 + k_2} \quad (3)$$

в физическом смысле представляет собой коэффициент передачи амплитуды колебаний основания на объект, который может быть определен амплитудно-частотной характеристикой. Анализируя структурную схему на рис. 1, б, можно отметить, что пружина с жесткостью k_2 представляет собой дополнительную динамическую связь по отношению к упругому элементу k_1 и реализует в системе принцип управления по относительному отклонению $(y_1 - y)$. Вместе с тем систему связей в структурной схеме можно представить таким образом, чтобы дополнительная связь (пружина с жесткостью k_2) вводилась двумя ветвями: как управление по абсолютному отклонению $(-y_1k_2)$ и как управление по внешнему возмущению. Структурная схема ВЗС в этом случае примет вид в соответствии с рис. 3.

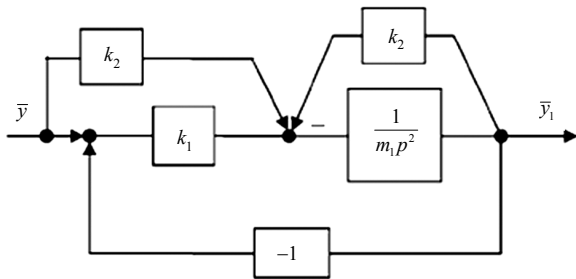


Рис. 3. Структурная схема ВЗС с выделенными каналами управления динамическим состоянием по абсолютному отклонению и по внешнему возмущению

Найдем передаточную функцию ВЗС по смещению основания y , используя правило структурных преобразований [2]:

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{y} = \frac{k_1 + k_2}{m_1p^2 + k_1 + k_2}. \quad (4)$$

Сравнение выражений (3) и (4) показывает их тождество, однако такой прием детализации представлений о кинематическом возмущении дает возможность построить методику учета «скрытых» сил при реализации вводимых дополнительных связей, описываемых дифференциальными уравнениями.

Последнее связано с существованием фрагментов системы, имеющих возможность создавать динамические усилия даже при неподвижном объекте защиты. В этом случае в структуре дополнительной связи,

как правило, имеется элемент, совершающий независимое движение, возбуждаемое внешними силами.

II. Пусть виброзащитная система имеет расчетную схему в виде системы с двумя степенями свободы. Структурная схема системы, представленной на рис. 4, имеет вид, как показано на рис. 5. Передаточная функция ВЗС при силовом возмущении ($y = 0, P \neq 0$) определяется выражением

$$W_1 = \frac{y_2}{P} = \frac{m_1p^2 + k_1 + k_2}{(m_1p^2 + k_1 + k_2)(m_2p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}, \quad (5)$$

а при $P = 0, y \neq 0$, то есть кинематическом возмущении, соответственно,

$$W_2 = \frac{y_2}{y} = \frac{(k_1 * k_2) + k_3(m_1p^2 + k_1 + k_2)}{(m_1p^2 + k_1 + k_2)(m_2p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}. \quad (6)$$

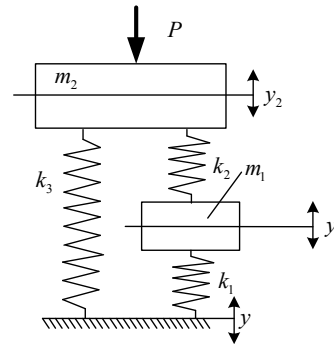


Рис. 4. Расчетная схема ВЗС с дополнительной цепью, колебательного вида: m_2 – масса объекта защиты; k_3 – жесткость основного упругого элемента виброзащитной системы; k_1, k_2, m_1 – элементы упругие и массоинерционные дополнительной связи

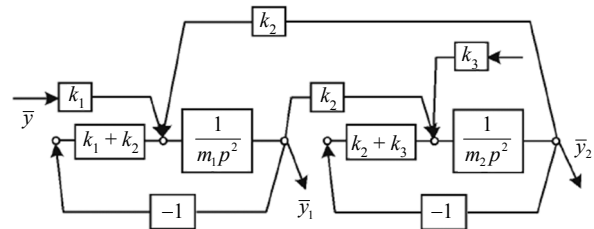


Рис. 5. Структурная схема системы, приведенной на рис. 4

Частотное уравнение в (5), (6) можно записать в виде

$$A = m_2p^2 + k_3 + \frac{k_2(m_1p^2 + k_1)}{m_1p^2 + k_1 + k_2}, \quad (7)$$

что дает возможность пояснить влияние «скрытых сил» при использовании технологий структурных интерпретаций. В этом случае в системе, расчетная схема которой приведена на рис. 4, параллельно основной пружине (k_3) может быть введена дополнительная связь в виде некоторого дополнительного устройства. Последнее представлено колебательной структурой, состоящей из массоинерционного эле-

мента (m_1) и двух пружин с жесткостями k_1 и k_2 . При кинематическом возмущении m_1 придет в движение и будет колебаться даже при неподвижном элементе m_2 . На рис. 6 ВЗС представлена с использованием приемов введения дополнительной связи $W_{\text{доп}}(p)$ параллельно пружине с жесткостью k_3 .

Передаточная функция дополнительной связи в этом случае принимает вид

$$W_{\text{доп}}(p) = \frac{\bar{F}}{y} = \frac{k_2(m_1 p^2 + k_1)}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}. \quad (8)$$

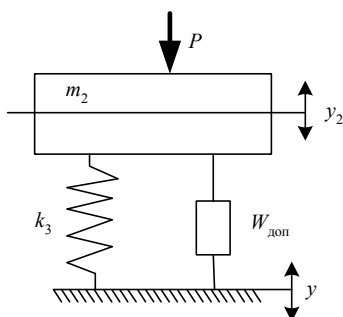


Рис. 6. Структурная схема ВЗС с дополнительной связью в виде колебательной структуры с одной степенью свободы ($W_{\text{доп}}$ определяется из расчетной и структурной схем, показанных на рис. 7, а, б)

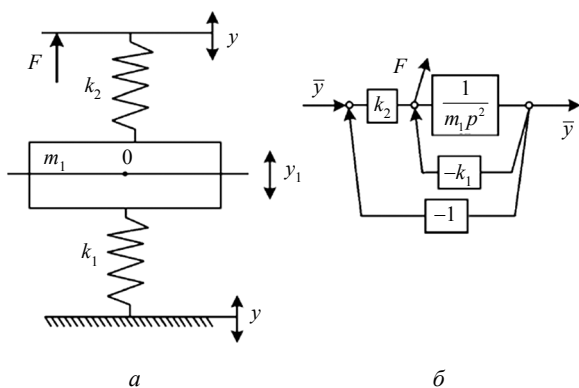


Рис. 7. Расчетная (а) и структурная (б) вспомогательные расчетные схемы дополнительной цепи, формирующей силовое воздействие на объект (m_2)

При этом дополнительная связь формирует силу F , которая передается на объект защиты (m_2) и выполняет роль некоторой пружины, жесткость которой зависит от частоты внешнего воздействия. Будем полагать, что $y = 0$ и $P \neq 0$, тогда из расчетной схемы на рис. 6 следует, отдельным каналом воздействия в соответствии с рассмотренным в разделе I этой статьи подходом, позволяющим разделить управление по относительному смещению, вводя управление по внешнему возмущению, тогда

$$F_{\text{доп}} = m_1 \ddot{a}, \quad (11)$$

где $\ddot{a} = \ddot{y}_{1\text{доп}}$ – ускорение, определяемое из структурной схемы дополнительной связи, как это показано на рис. 8.

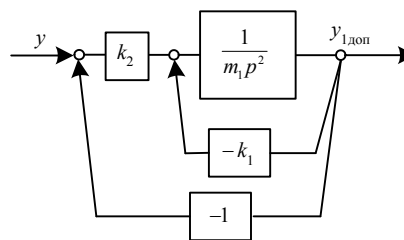


Рис. 8. Структурная схема для определения ускорения массы, вызванной переносным движением

Таким образом,

$$W'_{\text{доп}}(p) = \frac{\bar{y}_2}{y} = \frac{m_1 p^2 * k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}. \quad (12)$$

Для учета особенностей введения сил переносного движения рассмотрим структурную схему на рис. 9, откуда

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{y} = \frac{k_3 + w_{\text{доп}} - w'_{\text{доп}}}{m_2 p^2 + w'_{\text{доп}}}. \quad (13)$$

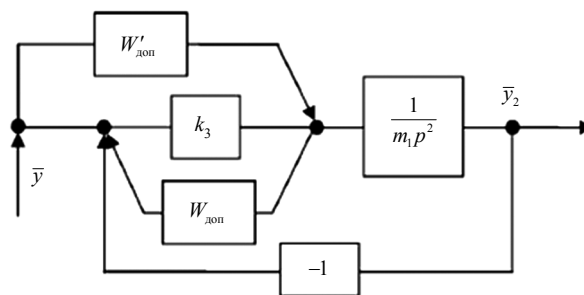


Рис. 9. Схема учета влияния скрытой силы (действие переносного движения y на массу m_1)

Упрощая формулу (13), получим:

$$W_2 = \frac{y_2}{y} = \frac{(k_1 * k_2) + k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}, \quad (14)$$

что совпадает с выражением (6).

Таким образом, при использовании структурных подходов в оценке динамических свойств систем, имеющих дополнительные связи в виде колебательных структур, необходимо обращать внимание на характер внешних воздействий. В частности, кинематическое возмущение может создавать эффекты действия «скрытых сил» [3]. Учет инерционных воздействий, вызванных переносным движением возможен путем учета передачи инерционных сил по схемам управления от внешних возмущений. Интересно отметить, что из (5) следует возможность динамического гашения в ВЗС при силовом возмущении, а частота динамического гашения определяется выражением

$$\omega'_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1}}; \quad (15)$$

при кинематическом возмущении динамическое гашение возможно при условии

$$\omega''_{\text{дин}} = \sqrt{\frac{k_3(k_1 + k_2) + k_1 k_2}{m_1}}. \quad (16)$$

III. Полученные результаты можно истолковать и с позиции введения пружины с приведенной жесткостью, которая зависит от частоты. В этом случае жесткость пружины определяется выражением

$$K_{\text{пр}} = \frac{k_2(k_1 - m_1 \omega^2)}{k_1 + k_2 - m_1 \omega^2}. \quad (17)$$

Зависимость жесткости такой пружины от частоты ω показана на рис. 10. При малых частотах жесткость уменьшается и при $\omega = \sqrt{k_1/m_1}$ становится равной нулю; затем жесткость начинает возрастать и при $\omega_1 = \sqrt{(k_1 + k_2)/m_1}$ достигает больших значений ($k_{\text{пр}} \rightarrow 0$). В системе в этом случае наблюдается динамическое гашение на массе m_2 при силовом характере возмущения. С последующим ростом частоты ω приведенная жесткость стремится к значению k_2 ($k_{\text{пр}} \rightarrow k_2$ при $\omega \rightarrow \infty$).

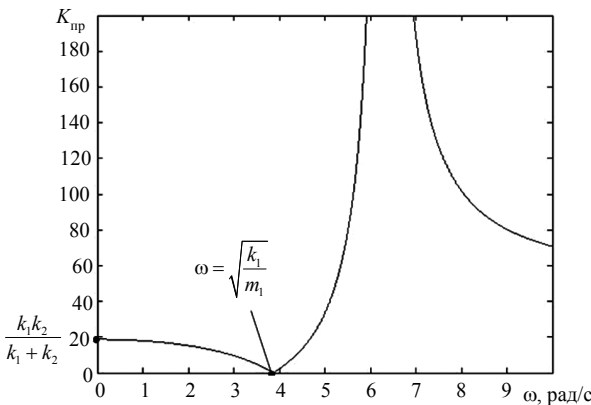


Рис. 10. Зависимость приведенной жесткости дополнительной связи от частоты при $m_1 = 2, k_1 = 30, k_2 = 50$

В соответствии с [2] можно отметить также, что пружина с приведенной жесткостью $k_{\text{пр}}$, работающая в параллельном соединении, имеет передаточную функцию, образованную из типовых звеньев путем последовательного соединения двух структур: пружины жесткостью k_2 (типового элемента) и блока ($m_1 p^2 + k$), состоящего из параллельного соединения типового звена двойного дифференцирования ($m_1 p^2$) и пружины жесткостью k_1 [2],

$$K_{\text{пр}} = \frac{y_2}{y} = \frac{k(m_1 p^2 + k_1)}{(m_1 p^2 + k_1) + k_2}. \quad (18)$$

Последнее позволяет ввести в рассмотрение при проектировании виброзащитных систем понятие обобщенной пружины, приведенная жесткость которой зависит от частоты.

IV. Рассмотрим виброзащитную систему, в которой дополнительная связь в виде колебательной структуры имеет (рис. 11) два инерционно-массовых элемента (m_1, m_2) и три пружины с жесткостями k_1, k_2, k_3 .

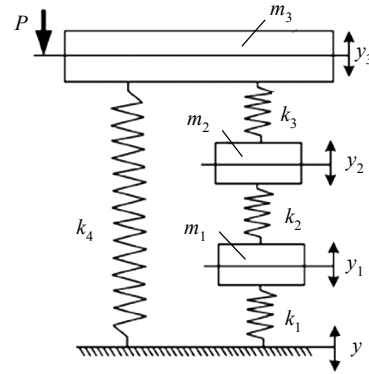


Рис. 11. Расчетная схема ВЗС с дополнительной связью в виде колебательной структуры (m_1, m_2, k_1, k_2, k_3)

Система дифференциальных уравнений движения имеет вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + k_2 y_1 - k_2 y_2 &= k_1 y, \\ m_2 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 + k_3 y_2 - k_2 y_1 - k_3 y_3 &= 0, \\ m_3 \ddot{y}_3 + k_3 y_3 + k_4 y_3 - k_3 y_2 &= k_4 y. \end{aligned} \quad (19)$$

Соответствующая (19) структурная схема эквивалентной в динамическом отношении САУ представлена на рис. 12. Полагая, что структурной схеме на рис. 12 можно придать вид, как показано на рис. 13, можно определить ряд передаточных функций:

$$W_1(p) = \frac{\overline{y_3}}{y} = \frac{k_2^2 k_4 + AB * k_4 + k_1 k_2 k_3}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}; \quad (20)$$

$$W_2(p) = \frac{\overline{y_2}}{y} = \frac{AB - ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2} k_2^2; \quad (21)$$

$$W_3(p) = \frac{\overline{y_2}}{p} = \frac{AB - k_2^2}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}; \quad (22)$$

$$W_4(p) = \frac{\overline{y_1}}{p} = \frac{BC - k_3^2}{ABC - Ck_2^2 - Ak_3^2}. \quad (23)$$

Рассмотрим более подробно передаточную функцию и ее преобразования, например, в виде

$$W(p) = \frac{k_4 + \frac{k_1 k_2 k_3}{R}}{m_3 p^2 + k_4 + \frac{R_1}{R}}, \quad (24)$$

где

$$R = (m_1 p^2 + k_1)(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_1 p^2 + k_1);$$

$$R_1 = k_3 m_2 p^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_2 k_3 (m_1 p^2 + k_1).$$

В выражении (24) частотное уравнение имеет вид

$$m_3 p^2 + k_4 + K_{np} = 0, \tag{25}$$

где

$$K_{np}(p) = \frac{R_1}{R}. \tag{26}$$

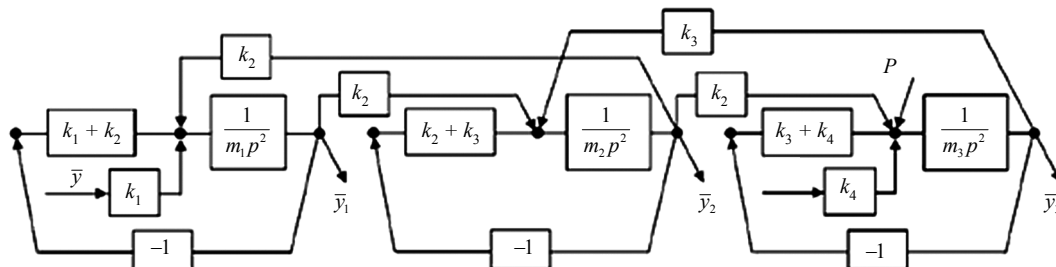


Рис. 12. Структурная схема для системы, показанной на рис. 11

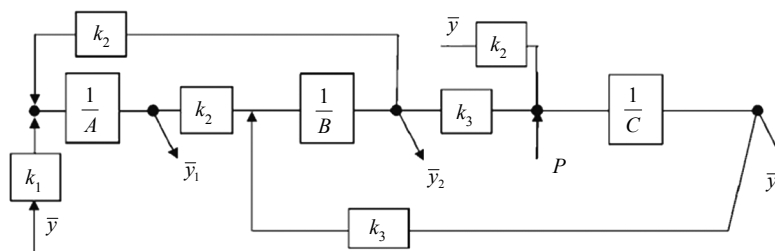


Рис. 13. Упрощенная структурная схема системы, приведенной на рис. 11:

$$A = m_1 p^2 + k_1 + k_2, \quad B = m_2 p^2 + k_2 + k_3, \quad C = m_3 p^2 + k_3 + k_4$$

В свою очередь, интерес представляет обобщенный упругий элемент, расчетная схема которого приведена на рис. 14.

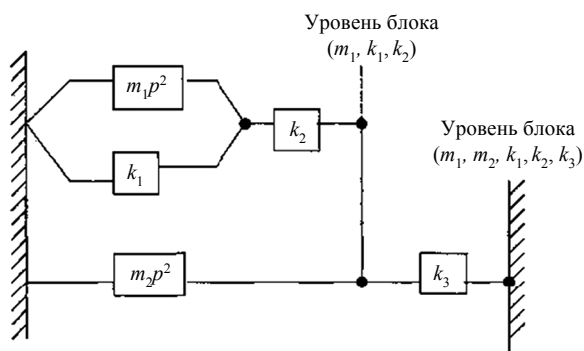


Рис. 14. Структура дополнительной связи, позволяющая определять приведенную жесткость обобщенной пружины для расчетных схем на рис. 6 и 11

Найдем

$$K_{np} = \frac{(m_1 p^2 + k_1)k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}, \tag{27}$$

что соответствует параллельному соединению в блок элементов $m_1 p^2$ и k_1 с последующим последовательным соединением блока $(m_1 p^2 + k_1)$ и пружины k_2 .

Для более сложного случая необходимо блок, определяемый выражением (27), ввести в параллельное соединение с элементом $m_2 p^2$, и после этого ввести пружину k_3 в последовательное соединение, тогда можно найти приведенную жесткость $K'_{np}(p)$ для обобщенной пружины в системе, приведенной на рис. 11.

$$K'_{np}(p) = \frac{\left\{ \frac{(m_1 p^2 + k_1)k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} + m_2 p^2 \right\} \times k_3}{\left\{ \frac{(m_1 p^2 + k_1)k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} + m_2 p^2 \right\} + k_3}. \tag{28}$$

Развернув систему (28), можно найти, что она совпадает с зависимостью (26).

В приведенном выше разделе IV статьи рассмотрено прямое получение передаточных функций из системы дифференциальных уравнений (19) или (что то же самое) из структурных схем, приведенных на рис. 12, 13. Однако возможен и другой подход, развитый в работе [2]. В этом случае расчетная схема системы с тремя степенями свободы приводится к виду, как это показано на рис. 6. Для определения $W_{доп}(p)$ может быть использовано выражение (28). Расчетная схема системы, приведенной на рис. 11, таким образом, может быть представлена так, как это было показано на рис. 15.

Реализуя упомянутый подход, можно найти передаточную функцию ВЗС при кинематическом возмущении y :

$$\bar{W}(p) = \frac{\bar{y}_3}{y} = \frac{k_4 + \bar{W}'_{\text{доп}}(p)}{m_3 p^2 + k_4 + \bar{W}'_{\text{доп}}(p)}. \quad (29)$$

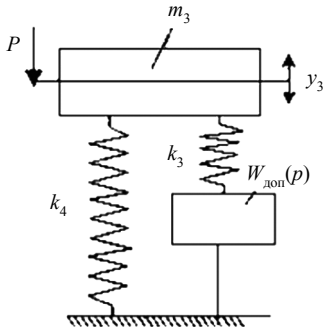


Рис. 15. Приведенная расчетная схема, соответствующая рис. 11

Принимая во внимание то обстоятельство, что дополнительная связь в виде колебательной структуры (она описывается системой из двух дифференциальных уравнений движения) приводит к появлению двух «скрытых сил» [3], внесем соответствующие коррективы. Последние заключаются в том, что аналогично схеме на рис. 9 и выражению (13) найдем $W'_{\text{доп}}(p)$, которое имеет вид

$$\bar{W}(p) = \bar{W}'_{\text{доп}}(p)_1 + \bar{W}'_{\text{доп}}(p)_2; \quad (30)$$

$$\bar{W}'_{\text{доп}}(p)_1 = \frac{k_2 k_3 m_1 p^2}{D}; \quad (31)$$

$$\bar{W}'_{\text{доп}}(p)_2 = \frac{k_3 m_2 p^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}. \quad (32)$$

Здесь

$$D = (m_1 p^2 + k_1)(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_2 p^2 + k_3) + k_2(m_1 p^2 + k_1). \quad (33)$$

Для определения $\bar{W}'_{\text{доп}}(p)_1$ и $\bar{W}'_{\text{доп}}(p)_2$ используется расчетная схема (рис. 16, а) и структурная схема (рис. 16, б) цепи дополнительной связи.

Учитывая переносное движение (кинематическое возмущение y), найдем переносные силы инерции, действующие на элементы массой m_2 и m_1 , для чего воспользуемся структурной схемой на рис. 16, б, откуда могут быть найдены (через соответствующие передаточные функции) выражения, аналогичные (30), (32). При этом переносная сила инерции, вызванная движением основания, определяется как произведение масс (m_2 и m_1) на соответствующие ускорения. Действительно, используя структурную схему на рис. 16, б, получим, что при действии \dot{y} на вход в т. А передаточные функции имеют вид

$$W(p)_1 = \frac{\bar{y}_2}{y} = \frac{k_3(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}; \quad (34)$$

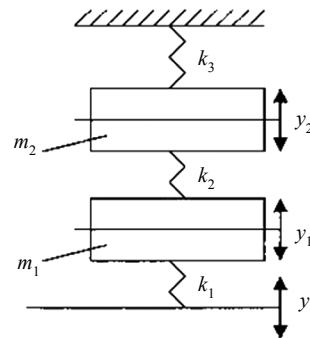
$$W(p)_2 = \frac{\bar{y}_1}{y} = \frac{k_3 k_2(m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}, \quad (35)$$

откуда могут быть определены соответствующие переносные ускорения, а через них найдены «скрытые» силы:

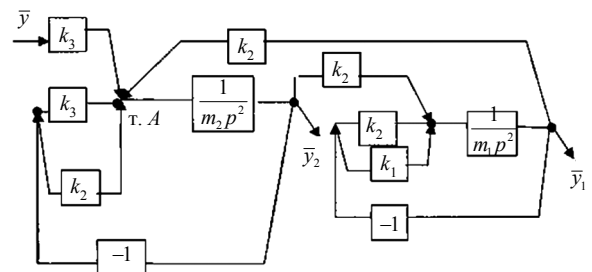
$$\bar{W}'_{\text{доп}}(p)_1 = \frac{k_2 k_3 m_1 p^2}{D}; \quad (36)$$

$$\bar{W}'_{\text{доп}}(p)_2 = \frac{k_3 m_2 p^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2)}{D}, \quad (37)$$

а их действие учитывается в соответствии с представлениями о возможности по иному выстраивать управление по относительному отклонению.



а



б

Рис. 16. Расчетная (а) и структурная (б) схемы для колебательного контура дополнительной связи

Выводы. Таким образом, формирование передаточных функций ВЗС, имеющих в своей структуре дополнительные связи, относительно которых ожидается появление «скрытых» сил, может производиться на той же основе, что и при использовании различных видов обычных связей, не требующих описания через дифференциальные уравнения. Однако при этом необходимо учитывать характер внешнего воздействия, где ожидается действие. При кинематическом возмущении действие «скрытых» сил, как было показано, возникает необходимость перехода при использовании структурных методов динамического синтеза к комбинации управления по

внешнему воздействию и по абсолютному отклонению объекта защиты.

При построении передаточных функций ВЗС, которые, по нашим представлениям, являются «носителями» информации о динамических свойствах систем в целом, было бы целесообразно остановиться на знаменателе передаточной функции. В соответствии с общими положениями теории автоматического управления знаменатель передаточной функции, определяемый как частотное уравнение, при всех преобразованиях исходной структурной схемы остается неизменным, в том числе и при различных формах систем обобщенных координат. Что касается последнего, то рациональным выбором системы координат в оценке динамических свойств представляется такой, при котором координаты, определяющие

точки приложения силовых факторов в виде обычных сил и моментов, одновременно являются и точками наблюдения за состоянием системы. При этом системы координат целесообразно связывать с объектом защиты и оценкой его движения относительно неподвижной системы координат.

Список литературы

1. Dynamics of Mechanical Systems with Additional Ties / S. V. Eliseev [et al.]. – Irkutsk : Irkutsk State University, 2006. – 315 p.
2. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев [и др.]. – Иркутск : ИГУ, 2008. – 523 с.
3. Блехман И. И. Вибрационная механика. – М. : Физматлит, 1994. – 400 с.

S. V. Eliseev, Doctor of Technical Sciences, Professor, Irkutsk State University of Railway Communication

Spring Elements Structural Theory of Vibroprotective Systems

Possibilities of nonconventional representation of movement control by a relative deviation principle are considered. The mathematical model of the generalized elastic element in the oscillatory structures having additional ties with independent movements is offered.

Key words: vibroprotective system, unit stiffness, generalized spring, transfer function, “hidden” forces.