Математика 209

- 5. Гершуни Г. 3., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. М. : Наука, 1989. 320 с.
- 6. Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц: в 5 т. / Ю. М. Давыдов [и др.]; под. ред. Ю. М. Давыдова. М.: Нац. акад. прикладных наук, 1995. 1658 с.
- 7. Бояршинов М. Г., Балабанов Д. С. Вычислительное моделирование движения сжимаемой среды, генерируемой точечным источником // Вычислительная механика сплошных сред. -2010. Т. 3. № 3. С. 18—31.
- 8. Бояршинов М. Г. Решение системы уравнений Эйлера для установившегося течения идеального газа из точечного источника // Вестник Челябинского ГУ. 2010. № 24(205). Физика. Вып. 8. С. 5—8.
- M. G. Boyarshinov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Lysva Branch of Perm State Technical University
- A. V. Kharchenko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Perm State Technical University
- D. S. Balabanov, Postgraduate Student, Perm State Technical University

## Transfer and Dispersion by Air Stream of Heated Heavy Gas Emitted by Local Source

The problem of transfer and dispersion of heated heavy gas emitted by local source and mixed with air is formulated. To model the process, Eulerian equation system (continuity, impulse, energy, concentration and state) and appropriate initial and boundary conditions are used. Numerical solution is based on large particles method (Davydov's method). The computational experiment allows researching velocity, density, energy, pressure and concentration field evolution in investigated spatial domain.

Key words: gas dynamics, Eulerian equation system, particle-in-cell method.

УДК 536.24.01

С. А. Королев, кандидат физико-математических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет Д. В. Майков, аспирант, Ижевский государственный технический университет

# ВЛИЯНИЕ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ НА ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ РАБОТЫ БИОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ

Проведено численное моделирование теплообмена биогазовой установки. Выполнен анализ тепловых потерь биогазовой установки в зависимости от температуры окружающей среды и поддерживаемого температурного режима. Проанализирована структура тепловых потерь и эффективность применения мезофильного и термофильного режимов.

Ключевые слова: биогаз, метантенк, тепловые потери, мезофильный и термофильный режимы ферментации.

сновные обозначения:  $Q_{\text{сум}}$  – общая энергия получаемого биогаза;  $Q_{\text{пот}}$  – количество теплоты, потребляемое биогазовой установкой;  $Q_{\text{пол}}$  – полезная энергия биогаза;  $Q_{\text{т.п}}$  – тепловые потери в окружающую среду;  $Q_{\text{нагр}}$  – количество теплоты, необходимое для нагрева субстрата до температуры ферментации; c — удельная теплоемкость; m — масса; T – температура; R – термическое сопротивление теплопередаче; α - коэффициент теплоотдачи; δ толщина слоя;  $\lambda$  – приведенный коэффициент теплопроводности слоя;  $S_i$  – площадь i -й поверхности метантенка; d – диаметр метантенка; l – глубина погружения метантенка в грунт; D – диаметр расчетной области; H – глубина расчетной области; h – шаг разностной сетки; M и N – число точек разбиения по осям Or и Oy соответственно; n – номер временного слоя; q — тепловой поток; Y — полезный выход биогаза; W – вместимость метантенка.

Индексы: в – воздух внутри метантенка; с – субстрат; н – воздух снаружи метантенка; в.п – воздушная прослойка;  $\Gamma$  – газгольдер; б – бетонная стенка;

ут – утеплитель; сн – снежный покров; гр – грунт; р – параметры, характеризующие режим протекания ферментации; I – крыша метантенка; 2 – стенки метантенка, расположенные над уровнем грунта; 3 – поверхность метантенка, контактирующая с грунтом.

В настоящее время ведутся активные поиски новых источников энергии. Это связано с истощением запасов ископаемого топлива, темпы добычи которого ускоряются в связи с постоянно растущими потребностями человечества. Положение усугубляется экологическим кризисом, порожденным индустриальной цивилизацией. Одним из способов снижения остроты данных проблем является применение возобновляемых источников энергии, к которым относится и биогаз.

Получение биогаза актуально и для Удмуртии [1]. Так, масса отходов животноводства составляет более 4,7 млн т/год. Полная переработка данного количества отходов позволяет получить около 261 млн м³ биогаза в год. При среднем калорийном эквиваленте перевода биогаза в условное топливо 0,716 т у. т. / тыс. м³ энергетический потенциал отходов животноводства составляет 187 тыс. т у. т. / год.

Процесс анаэробной ферментации протекает в специальных резервуарах — метантенках (обычно имеющих цилиндрическую форму) — при различных температурах [2]. Основными температурными режимами ферментации являются мезофильный (от 25 до 38 °C) и термофильный (от 45 до 60 °C) режимы. Оптимальная температура для мезофильного режима составляет 37 °C, а продолжительность ферментации — 25 суток. Для термофильного режима оптимальная температура составляет 56 °C, а продолжительность ферментации — 12 суток.

Общая энергия получаемого биогаза представима в виде

$$Q_{\text{CVM}} = Q_{\text{HOH}} + Q_{\text{HOT}},$$

где  $Q_{\text{пот}}$  — количество теплоты, потребляемое биогазовой установкой;  $Q_{\text{пол}}$  — полезная энергия биогаза.

В свою очередь количество теплоты, потребляемое биогазовой установкой, определяется как

$$Q_{\text{HOT}} = Q_{\text{TH}} + Q_{\text{HAPD}},$$

где  $Q_{\scriptscriptstyle ext{T,II}}$  — тепловые потери в окружающую среду;  $Q_{\scriptscriptstyle ext{Harp}}$  — количество теплоты, необходимое для нагрева субстрата до температуры ферментации.

Количество теплоты, необходимое для нагревания очередной порции подаваемого субстрата, составляет:

$$Q_{\text{\tiny HAPP}} = c_{\text{\tiny c}} m_{\text{\tiny c}} \left( T_{\text{\tiny p}} - T_{\text{\tiny c}} \right),$$

где  $c_c$  — удельная теплоемкость субстрата  $\left(c_c=4200\,rac{{
m Дж}}{{
m Kr}\cdot{
m K}}
ight)$ ;  $m_{
m c}$  — масса субстрата;  $T_{
m p}$  — температура ферментации;  $T_{
m c}$  — температура подаваемого субстрата.

Благодаря постоянному перемешиванию и работе системы обогрева температура субстрата  $T_{\rm p}$  внутри метантенка является постоянной и одинаковой по всему объему метантенка.

В расчетах предполагается, что температура подаваемого субстрата равна 20 °C при температуре наружного воздуха 20 °C и 10 °C при температуре наружного воздуха –10 °C. Промежуточные значения определяются путем линейной аппроксимации.

Тепловые потери метантенка в окружающую среду составляют:

$$Q_{\text{T},\Pi} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

где  $Q_1$  — тепловые потери через крышу метантенка;  $Q_2$  — тепловые потери через стенки метантенка, расположенные над уровнем грунта;  $Q_3$  — тепловые потери через поверхность метантенка, контактирующую с грунтом (рис. 1).

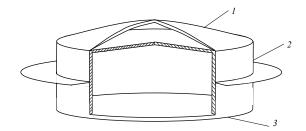


Рис. 1. Схема метантенка

Для проведения расчетов вводятся внешние и внутренние термические сопротивления стенок метантенка. Внешние термические сопротивления конвективного теплообмена между стенками метантенка и воздухом внутри метантенка (  $R_{\rm B}$  ), субстратом (  $R_{\rm C}$  ) и воздухом снаружи метантенка (  $R_{\rm H}$  ) определяются как

$$R_i = \frac{1}{\alpha_i}$$

где  $\alpha_i$  — соответствующие коэффициенты теплоотдачи,  $i \in \{ B, C, H \}$  [3].

Термические сопротивления внутренних слоев стенок метантенка — слоя бетона ( $R_6$ ), утеплителя ( $R_{\rm yr}$ ), а также воздушной прослойки ( $R_{\rm в.п.}$ ) и газгольдера ( $R_{\rm r.p.}$ ) — определяются отношением

$$R_i = \frac{\delta_i}{\lambda_i}$$
,

где  $\delta_i$  — толщина слоя;  $\lambda_i$  — приведенный коэффициент теплопроводности слоя,  $i \in \{6, \text{ ут, в.п, r}\}.$ 

Тепловой поток через крышу метантенка (рис. 2) определяется по формуле

$$q_{\rm l} = \frac{T_{\rm p} - T_{\rm h}}{R_{\rm h} + R_{\rm r} + R_{\rm h, II} + R_{\rm v, I} + R_{\rm h}} S_{\rm l},$$

где  $T_{\rm H}$  — температура наружного воздуха;  $S_1$  — площадь крыши метантенка [4].

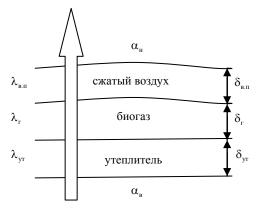


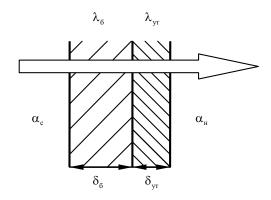
Рис. 2. Схема теплообмена крыши метантенка

Математика 211

Тепловой поток через часть боковой стенки, расположенную выше уровня грунта, составляет (рис. 3)

$$q_{2} = \frac{T_{\rm p} - T_{\rm h}}{R_{\rm c} + R_{\rm f} + R_{\rm yr} + R_{\rm h}} S_{2},$$

где  $S_2$  — площадь части боковой стенки, расположенной выше уровня грунта.



Puc. 3. Схема теплообмена фрагмента боковой стенки, расположенного выше уровня грунта

Теплообмен через часть стенки метантенка, расположенную ниже уровня грунта, определяется посредством решения задачи теплопроводности в слое грунта. Схема расчетной области в цилиндрической системе координат (r,y) представлена на рис. 4. При этом введены следующие обозначения: d — диаметр метантенка; l — глубина погружения метантенка в грунт; D и H — диаметр и глубина расчетной области соответственно;  $a, \delta, s, \varepsilon, \partial, e$  — обозначение границ расчетной области;  $\lambda_{\rm rp}$  — коэффициент теплопроводности грунта;  $\lambda_{\rm ch}$ ,  $\delta_{\rm ch}$  — коэффициент теплопроводности и толщина снежного покрова.

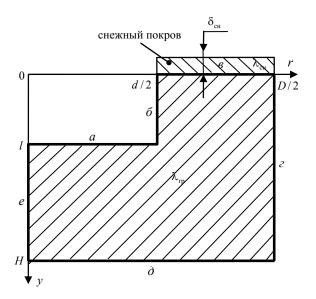


Рис. 4. Схема теплообмена стенок метантенка, расположенных ниже уровня грунта

Размеры расчетной области выбираются из условия достижения малых градиентов температуры на границе расчетной области. Расчеты показывают, что на расстоянии D>2d температурные возмущения сглаживаются. Глубина расчетной области H выбиралась с учетом того, что на глубине 10 м температура грунта  $T_{\rm rp}$  не меняется в течение года и составляет 10 °C [3].

В случае стационарного теплообмена в цилиндрической системе координат уравнение теплопроводности относительно температуры  $T\left(r,y\right)$  имеет вил

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial v^2} = 0. \tag{1}$$

Граничные условия задаются соотношениями:

a) 
$$y = l$$
:  $\lambda_{rp} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{R_c + R_6} (T(r, l) - T_p);$  (2)

6) 
$$r = \frac{d}{2}$$
:  $\lambda_{rp} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{R_c + R_6} \left( T \left( \frac{d}{2}, y \right) - T_p \right);$  (3)

B) 
$$y = 0$$
:  $\lambda_{rp} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{R_{u} + R_{cu}} (T(r, 0) - T_{u})$ ; (4)

$$\Gamma) r = \frac{D}{2} : \frac{\partial T}{\partial r} = 0;$$
 (5)

д) 
$$y = H : T = T(r, H) = T_{rp};$$
 (6)

e) 
$$r = 0$$
:  $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ . (7)

Тепловой поток через часть стенки метантенка, расположенную ниже уровня грунта, рассчитывается по формуле

$$q_{3} = \frac{1}{R_{c} + R_{\delta}} \iint_{(\Omega)} \left( T_{p} - T(r, y) \right) dr dy,$$

где  $\Omega$  — поверхность метантенка, расположенная ниже уровня грунта.

Для решения уравнения теплопроводности (1) с граничными условиями (2)–(7) вводится разностная сетка с шагом  $h_r$  по оси Or и  $h_y$  — по оси Oy. Пусть M и N — число точек разбиения по осям Or и Oy соответственно. В соответствии с методом последовательных приближений вводится нестационарное слагаемое. При этом разностная схема уравнения (1) имеет вид [5]

$$\begin{split} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{h_{t}} + \frac{1}{r_{i}} \left( r_{i+1/2} \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1}}{h_{r}} - r_{i-1/2} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{h_{r}} \right) \frac{1}{h_{r}} + \\ + \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{h_{v}^{2}} = 0, \end{split}$$

где  $h_t$  — шаг по времени; n — номер временного слоя (номер итерации).

Данная схема является абсолютно устойчивой [6]. Решение задачи осуществляется методом перемен-

ных направлений. При этом количество узлов сетки M и N определялось экспериментально исходя из условия достижения требуемой точности:

$$\theta_{n+1} = \max_{i,j} \left| \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{T_{i,j}^{n}} \right| < \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – точность расчетов, принятая равной  $10^{-6}$ .

Полученное распределение температуры грунта в случае  $T_{\rm p}=56$  °C (термофильный режим ферментации) представлено на рис. 5.

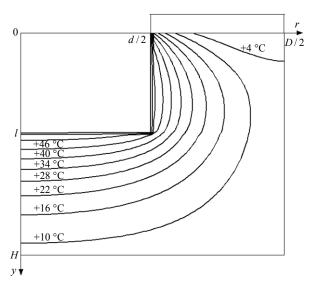
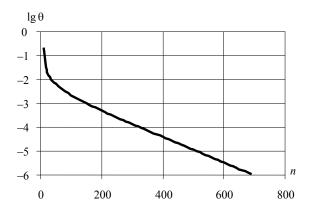


Рис. 5. Распределение температуры грунта

График зависимости погрешности от номера итерации в полулогарифмической шкале приведен на рис. 6.



Puc.~6. Зависимость логарифма погрешности  $\lg \theta$  от n

На основе разработанной методики расчета теплообмена метантенка были проведены численные исследования зависимости тепловых потерь от различных параметров: объема метантенка, вида сырья, режима ферментации, температуры наружного воздуха и др.

В качестве субстрата рассматриваются отходы птицефабрик, свинокомплексов и ферм крупного рогатого скота (КРС). Полученные в результате ис-

следования графики зависимости доли энергии, потребляемой на собственные нужды установки, для отходов свинокомплексов при среднегодовой температуре +2 °C от вместимости метантенка W представлены на рис. 7.

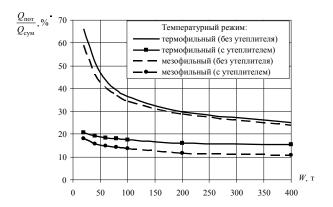


Рис. 7. Зависимость доли энергии, потребляемой на собственные нужды биогазовой установки, для метантенков различной вместимости при среднегодовой температуре +2 °C (для отходов свинокомплексов)

Зависимость доли энергии, потребляемой на собственные нужды установки, от среднемесячной температуры  $t_{\rm cm}$  в течение года для метантенка вместимостью 100 т представлена на рис. 8.

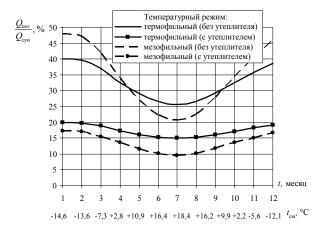


Рис. 8. Зависимость доли энергии, потребляемой на собственные нужды биогазовой установки, от среднемесячной температуры в течение года (для отходов свинокомплексов и вместимости метантенка 100 т)

В случае отсутствия утеплителя при наружной температуре ниже +7 °C доля энергии, потребляемой на собственные нужды установки, оказывается ниже для термофильного режима, при наружной температуре выше +7 °C – для мезофильного. В случае наличия утеплителя эта величина для мезофильного режима ниже, чем для термофильного во всем диапазоне изменения наружной температуры.

Полезный выход биогаза Y для различных видов субстрата для метантенка вместимостью 100 т при среднегодовой температуре +2 °C приведен на рис. 9.

Математика 213

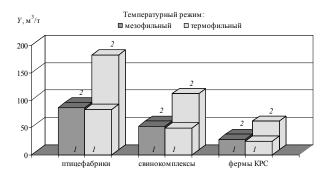


Рис. 9. Сравнение полезного выхода биогаза за период ферментации (1) каждого режима (термофильный – 12 суток, мезофильный – 25 суток) и за период 25 суток (2) при вместимости метантенка 100 т

Полезный выход биогаза максимален при использовании в качестве субстрата отходов птицефабрик и минимален при использовании в качестве субстрата отходов ферм КРС. Полезная теплотворная способность биогаза, произведенного при мезофильном режиме, выше, так как более низкая температура ферментации обусловливает сравнительно низкую интенсивность теплообмена с окружающей средой, что означает меньшие тепловые потери. Однако сопоставление полезного выхода биогаза за равные промежутки времени показывает, что полезный выход выше для термофильного режима.

Результаты расчетов для среднегодовой температуры +2 °C в климатических условиях УР при наличии утеплителя приведены в таблице.

Таким образом, использование утеплителя способствует стабилизации выхода биогаза. Мезофильный режим ферментации за счет более низких удельных тепловых потерь позволяет получить больший полезный выход биогаза с единицы массы субстрата в течение периода ферментации. Однако термофильный режим за счет более высокой интенсивности выделения биогаза позволяет получить почти вдвое больший полезный выход биогаза в единицу времени.

#### Характеристики процесса получения биогаза

The state of the s			
	Отходы		
Показатель	птицефабрик	свинокомплексов	ферм КРС
Мезофильный режим			
Полезный выход			
биогаза за период			
ферментации,	84	50	26
$M^{3/T}$ (МДж/т)	(1809)	(1221)	(599)
Полезный выход			
биогаза за сутки,	3,3	1,9	0,9
${\rm M}^3/{\rm T}~({\rm M}{\rm Д}{\rm ж}/{\rm T})$	(72)	(49)	(24)
Доля тепловой энер-			
гии, потребляемой на			
собственные нужды, %	10	14	25
Термофильный режим			
Полезный выход			
биогаза за период			
ферментации,	81	48	24
$M^3/T$ (МДж/T)	(1753)	(1166)	(544)
Полезный выход			
биогаза за сутки,	6,7	4,0	1,9
$M^3/T$ (МДж/T)	(146)	(97)	(45)
Доля тепловой энер-			
гии, потребляемой на			
собственные нужды, %	12	18	31

### Список литературы

- 1. Концепция Республиканской целевой программы «Снабжение населения, объектов социально-бытовой сферы в отдаленных населенных пунктах Удмуртской Республики местными видами топлива, альтернативными природному газу (1 этап)» / В. К. Преснухин [и др.]. Ижевск: ИжГТУ, 2009. 371 с.
- 2. Сайт компании «Зорг» (Украина). URL: http://zorgbiogas.ru
- 3. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 487 с.
- 4. Теплотехника / под ред. В. Н. Луканина. М. : Высш. шк., 2000. 671 с.
- 5. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы математической физики. М.: Научный мир, 2003. 316 с.
- 6. *Самарский А. А.*, *Гулин А. В.* Устойчивость разностных схем. М.: Едиториал URSS, 2005. 384 с.

S. A. Korolev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Izhevsk State Technical University D. V. Maykov, Postgraduate Student, Izhevsk State Technical University

# Influence of Climatic Conditions on the Thermal Mode of a Biogas Plant

A numerical simulation of heat transfer biogas plant was carried out. The analysis of the biogas plant heat losses depending on ambient and maintained temperature was made. The structure of heat losses and efficiency of mesophilic and thermophilic modes was analyzed.

Key words: bio gas, methane digester, heat loss, mesophilic and thermophilic fermentation modes.