

Monitoring the Engine Oil by Equivalent Electrical Relaxation Specifications

The possibility of increasing the accuracy of dielectric monitoring of engine oil (EO) by analyzing its equivalent electrical relaxation specifications is shown. Methodology for improving the accurate measurements of EO engine operated on the basis of optimization of sampling and mathematical analysis of observations has been developed. The experimental data of the temperature dependence of the relaxation equivalent capacitors and resistance of some brands of oils obtained by relaxation transmitter are given. The possibility of using equivalent relaxation parameters for the accepting decision about quality of EO has been revealed.

Key words: engine oil, permittivity, conductivity, equivalent electrical relaxation specifications, temperature, monitoring.

Получено 10.09.2014

УДК 620.179.1

Ю. В. Данилов, кандидат технических наук, Сарапульский политехнический институт (филиал)
ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

Ю. Г. Подкин, доктор технических наук, профессор, Сарапульский политехнический институт (филиал)
ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

РАСЧЕТ ЕМКОСТЕЙ МЕТАЛЛИЗИРУЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Проведен сравнительный анализ трудоемкости методов расчета емкостей сложных металлизированных поверхностей, применяемых в технологиях гальванической металлизации и микроэлектромеханических систем. Показано, что в 2D-приближении наиболее эффективен метод Монте-Карло. Разработан алгоритм применения этого метода для расчета емкостей плоских поверхностей с учетом краевых эффектов.

Ключевые слова: гальваническая металлизация, емкости плоских поверхностей, краевые эффекты.

Для решения проблем микроминиатюризации современной электронной аппаратуры, создания микроэлектромеханических систем (МЭМС) разработчики применяют все более сложные, разветвленные структуры элементов конструкций, повышают степень интеграции микросхем и плотность упаковки печатных узлов [1, 2]. Постоянно усложняются топологии проводящих структур и, как следствие, распределения электромагнитных полей в них. Разнообразие размеров и форм проводящих структур повысило требования к способам их формирования. Одним из эффективных путей решения этих проблем стало развитие технологий гальванической металлизации проводящих поверхностей. Выбор режима электрохимической металлизации должен при высокой производительности обеспечить заданную толщину и равномерность покрытия.

Качественные показатели металлизированных покрытий в первую очередь определяются точностью задания и поддержания плотности тока. При заданной плотности тока и варьировании площади электродов меняется величина тока гальванической ванны. Поэтому для расчета площади анодов и необходимого тока металлизации при заданной плотности тока гальванопары необходимо знать площадь поверхности металлизации изделия.

Поля большинства электродных структур гальванических ванн, образованных сплошной протяженной поверхностью анода и дискретизированной поверхностью катода (металлизированного изделия), используемых в производстве печатных плат, невозможно рассчитать аналитически; в этих случаях можно ис-

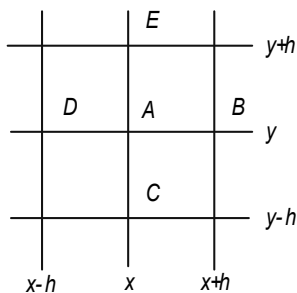
пользовать численные методы. Пакеты автоматизированного проектирования в большинстве случаев основаны на аппроксимации эмпирической кривой или эмпирических формул. Проверка правильности этих формул должна опираться на точные методы определения характеристик. Кроме того, любые численные методы расчета должны быть эффективными, гибкими при разработке и использовании результатов.

Обычно численные методы выбираются на основе компромиссов между точностью, быстродействием, требованием к объему памяти, эксплуатационной гибкости, зависят от анализируемой структуры [1]. Рассмотрим особенности применения в технологии печатных плат метода конечно-разностной аппроксимации уравнений Лапласа. Переход от уравнения Лапласа к конечно-разностным уравнениям эффективен, когда возможности аналитического решения ограничены из-за сложной геометрии системы электродов печатной платы.

Метод конечно-разностных уравнений можно проиллюстрировать решением задачи, сводящейся к двумерному уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Распределение потенциала находят в ограниченной области. Область решения разбивают линиями на ячейки, образуя сетку с шагом h . Это позволяет вместо строгого решения (1) найти значения потенциалов для точек пересечения линий, образующих узлы сетки в выделенной области (см. рис.).



Двухмерная сетка с равномерным шагом

Если за начало координат выбрана точка A , потенциал которой равен φ_A , то потенциалы $\varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$ и φ_E в точках B, C, D и E можно представить в виде разложения в ряд Тейлора:

$$\varphi_B = \varphi_A + h \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)_A + \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} \right)_A + O(h^4);$$

$$\varphi_D = \varphi_A - h \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)_A - \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} \right)_A + O(h^4); \quad (2)$$

$$\varphi_E = \varphi_A + h \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)_A + \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} \right)_A + O(h^4);$$

$$\varphi_C = \varphi_A - h \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_A + \frac{h^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)_A - \frac{h^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} \right)_A + O(h^4),$$

где $O(h^4)$ – слагаемые наиболее высокого порядка малости.

Суммируя левые и правые части уравнения (2) и пренебрегая слагаемыми более высокого порядка малости, получаем

$$\begin{aligned} \varphi_B + \varphi_C + \varphi_D + \varphi_E &= \\ &= 4\varphi_A + h^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)_A + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)_A + O(h^4). \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая (1) и полагая, что величина h достаточно мала, чтобы можно было пренебречь слагаемыми $O(h^4)$, имеем

$$\varphi_A = \frac{1}{4}(\varphi_B + \varphi_C + \varphi_D + \varphi_E). \quad (4)$$

Выражение (4) является конечно-разностной аппроксимацией уравнения (1). Если значения потенциалов в левой части уравнения (3) известны или могут быть определены, то потенциал φ_A находится как среднее арифметическое этих потенциалов. На этом основан итерационный метод решения системы уравнений (2). Алгоритм его реализации включает задание некоторых произвольных значений потенциалов во всех узлах сетки φ_{1i} , определение по (2)

значений потенциалов в каждом из узлов сетки с учетом их взаимосвязи φ_{2i} , сравнение разности найденного распределения потенциалов и предыдущего с заданным критерием малости $\varphi_{2i} - \varphi_{1i} > \delta$. Если условие не выполняется, новое распределение заданных потенциалов корректируется до φ_{3i} . Далее процесс расчета продолжается аналогично до тех пор, пока изменения потенциала от итерации к итерации в каждом узле не будет меньше заданного значения δ .

Переход к трехмерной модели вытекает из хода решения, предложенного для решения двумерной. В трехмерных задачах (3D-приближение) при введении кубической сетки из семи узлов конечно-разностное уравнение принимает вид

$$\varphi_A = \frac{1}{6}(\varphi_B + \varphi_C + \varphi_D + \varphi_E + \varphi_F + \varphi_G).$$

Такой подход оказывается менее аналитическим, но при этом затраты на математическую обработку минимизируются и метод может применяться к широкому классу структур, включая несимметричные формы. Недостатком такого приближения является численная неэффективность, возрастающая при детальном анализе, связанном с увеличением густоты сетки.

При определении потенциалов по методу построения конечно-разностных уравнений в качестве граничных условий задается требование равенства потенциала φ_0 во всех узлах, расположенных на данной металлической поверхности. По известной величине потенциала и полного заряда в системе рассчитывается емкость:

$$C = Q / \varphi_0$$

и полная энергия, запасенная в системе:

$$W = 0,5C\varphi_0^2 = 0,5 \int_V \varepsilon |E|^2 dV. \quad (5)$$

Нормирование потенциала на $\varphi_0 = 1$ В позволяет выразить емкость через напряженность электрического поля

$$C = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon |E|^2 dV, \quad (6)$$

которая определяется градиентом потенциала

$$\vec{E} = -\nabla\phi = -\left(\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right), \quad (7)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – компоненты орта в декартовой системе координат. В 2D-приближении составляющие поля E_x и E_y определяются усреднением значений потенциалов в соседних точках j и $j+1$:

$$E_x = -\frac{1}{2h}(\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j+1} - \varphi_{i,j+1}),$$

$$E_y = -\frac{1}{2h}(\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j+1} - \varphi_{i+1,j}),$$

где $\varphi_{i+k,j+n}$ – значения потенциалов в соответствующих узлах сетки, $k, n = 0, 1, 2, \dots$

Энергия, запасенная в малой области размером $h \times h$, охватывающей точку (i, j) :

$$\begin{aligned} \Delta W_{i,j} &= \frac{1}{2} \varepsilon (E_x^2 + E_y^2) h^2 = \\ &= \frac{\varepsilon}{4} \left[(\varphi_{i,j} - \varphi_{i+1,j+1})^2 + (\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j+1})^2 \right]. \end{aligned}$$

Полная энергия, запасенная в электрическом поле, равна сумме энергий, запасенных в каждой из малых областей:

$$W = \sum_{i=1}^{i_{\max}-1} \sum_{j=1}^{j_{\max}-1} \Delta W_{i,j}.$$

Далее в соответствии с (5) можно рассчитать емкость системы:

$$C = \frac{2W}{\varphi_0^2}.$$

Недостаток метода заключается в том, что для определения потенциала в одном узле сетки необходимо знать значения потенциалов в соседних узлах. При частых сетках решение уравнений Лапласа становится трудоемкой задачей. В этом случае для определения потенциалов в узлах сетки следует использовать метод Монте-Карло. Он позволяет найти значение потенциала, не определяя предварительно парциальные потенциалы во всех остальных узлах сетки. Такой метод эффективен, когда необходимо определить значение потенциала лишь для некоторой подобласти. Для его реализации выбранная ограниченная область разбивается прямыми линиями на ячейки. Вероятность попадания силовой линии из выбранного узла в любой соседний узел одинакова, и, следовательно, силовая линия может попасть в узел (i, j) с равной вероятностью из любого из четырех узлов, окружающих этот узел. Таким образом, вероятность $P_{i,j}$ попадания в узел (i, j) есть среднее значение вероятностей попадания линии в соседние узлы:

$$P_{i,j} = 0,25(P_{i+1,j} + P_{i-1,j} + P_{i,j+1} + P_{i,j-1}).$$

Если силовая линия попадает на поверхность заземленного проводника с потенциалом, равным 0, то событию приписывается значение вероятности, равное нулю. Если силовая линия попадает на поверхность проводника с ненулевым потенциалом, то вероятность этого события равна 1. Повторяя описанную процедуру многократно и на каждом этапе фиксируя результаты экспериментов, находят отношение числа силовых линий, достигших проводника с ненулевым потенциалом, к общему числу силовых линий, выходящих из этого узла. Полученное отно-

шение совпадает со значением потенциала в этом узле.

Метод Монте-Карло обеспечивает решение системы уравнений для отдельных узлов, а не для всей сетки. Кроме того, он прост и универсален, так как позволяет рассчитать потенциал в любой точке без определения его в остальных. Однако значения, получаемые в результате расчета по методу Монте-Карло, зашумлены. Для подавления шумов необходимо полученные данные проинтегрировать по методу Гаусса.

Электрическое поле у поверхности идеального проводника всегда направлено по нормали к его поверхности. Как следует из закона Гаусса, сумма проекций вектора электрической индукции на нормаль к замкнутой поверхности, охватывающей проводник, равна полному заряду Q .

В двухмерном случае погонный заряд равен

$$Q = \oint_L \varepsilon E_n dl,$$

где L – замкнутый контур, охватывающий проводник; E_n – нормальная к поверхности проводника составляющая электрического поля.

Погонная емкость

$$C = Q / \varphi_0 = \oint_L \varepsilon E_n dl \text{ при } \varphi_0 = 1 \text{ В.}$$

Нормальная составляющая поля $E_n = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ находится по известному распределению потенциала (7).

Пусть распределение потенциала в узлах, близких к проводнику, известно. При численной реализации метода с использованием градиента потенциала при единичном шаге квадратной сетки тангенциальная и нормальная составляющие электрического поля вычисляются по формулам:

$$E_x(i, j) = \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}; \quad E_y(i, j) = \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}.$$

Наиболее аналитичен метод моментов. Рассмотрим особенности его адаптации к технологии металлизации печатных плат. Потенциал φ в точке с координатами x_0, y_0, z_0 , создаваемый зарядами, имеющими распределенную плотность $\rho(x, y, z)$, определяется по формуле

$$\varphi(x_0, y_0, z_0) = \int_V \frac{\rho(x, y, z)}{4\pi\varepsilon_0 R_0} dv, \quad (8)$$

где $R_0 = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$; x, y, z – координаты точек, в которых расположен заряд.

Выражение (8) является решением уравнения Пуассона

$$\nabla^2 \varphi(x, y, z) = -\rho(x, y, z) / \varepsilon_0.$$

Метод моментов позволяет определить функцию $\rho(x, y, z)$ по известному распределению потенциала

в объеме V . Для этого функцию $\rho(x, y, z)$ представляют в виде

$$\rho(x, y, z) = \sum_i^N K_i f_i(x, y, z), \quad (9)$$

где K_i – неизвестные коэффициенты, а $f_i(x, y, z)$ – некоторые функции.

Согласно (9) плотность распределения заряда определяется суммой слагаемых, каждое из которых соответствует заранее известному распределению $f_i(x, y, z)$. Выбор функции $f_i(x, y, z)$ определяется видом аппроксимации. Для компьютерной реализации обычно используется импульсная аппроксимация.

Если на поверхности плоского проводника существует заряд с плотностью распределения $\rho(x, y, z)$, то при такой аппроксимации поверхность проводника разбивается на малые подобласти, заряд располагается в центре каждой подобласти, а амплитуда импульсов равна единице. Реальное распределение заряда учитывается введением весовых коэффициентов амплитуд.

Обозначим

$$C_{i,j} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{dv}{R_{ij}}$$

где $R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$ – расстояние от центра i -го объема до точки с координатами x_j, y_j, z_j .

Значение $f_i(x, y, z) = 1$ В в i -м объеме и равно нулю вне объема. Тогда значение потенциала запишется так:

$$\varphi_j = \varphi(x_j, y_j, z_j) = \sum_{i=1}^N C_{ij} K_i. \quad (10)$$

Систему уравнений (10) можно представить в матричной форме как

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11}C_{12}\dots C_{1N} \\ C_{21}C_{22}\dots C_{2N} \\ \vdots \\ C_{N1}C_{N2}\dots C_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_N \end{pmatrix},$$

или

$$\varphi = CK.$$

Если значения C_{ij} определены, то весовые коэффициенты

$$K = C^{-1} \varphi,$$

где C^{-1} – обратная матрица.

В случае плоского проводника при постоянстве $f_i(x, y) = 1$ В в пределах i -й подобласти

$$C_j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Delta A_i} \frac{f_i(x, y)}{R_{ij}} dS \approx \frac{\Delta A_i}{4\pi\epsilon_0 R_{ij}},$$

где ΔA_i – площадь i -й подобласти, в центре которой располагается заряд. Рассчитав коэффициенты K_i , можно определить распределение заряда, а зная интегральное значение заряда, – рассчитать емкость.

Недостаток метода заключается в больших затратах времени обработки данных при подробном анализе системы. Тем не менее, используя современные вычислительные средства, вполне возможно рассчитывать емкости двумерных сложных объектов. В качестве примера можно сослаться на плодотворное применение предложенной технологии для 2D-приближения в работах [1, 2].

Библиографические ссылки

1. Zhu G., Packirisamy M., Hosseini M, Yves-Alain P. Modelling and control of an electrostatically actuated torsional micromirror // Journal Micromechanics and Microengineering. – 2006. – No. 16. – Pp. 2044–2052.
2. Доржиев В. Ю., Драгунов В. П., Остертак Д. И. Расчет емкости МЭМС в 2D-приближении : сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 73–80.

Yu. V. Danilov, PhD in Engineering, Sarapul Polytechnic Institute (branch of) Kalashnikov Izhevsk State Technical University
Yu. G. Podkin, DSc in Engineering, Professor, Sarapul Polytechnic Institute (branch of) Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Calculation of Metal Coating Surface Capacity

A comparative analysis of the labor intensity of calculation methods for complex metal coating surface capacity used in galvanic metallization technologies and micro-electromechanical systems has been kept under review. It is shown that in the 2D-approach the most effective method is the method of Monte Carlo. An algorithm has been developed to apply this method to calculate the capacity of a flat surface with the edge effects.

Keywords: galvanic metallization, flat surface capacities, edge effects.

Получено 10.09.2014