

УДК 621.396

А. В. Жидяев, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова  
 А. Н. Копысов, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет  
 имени М. Т. Калашникова

## РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОГО КАСКАДНОГО ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДА НА ОСНОВЕ КОДА С НИЗКОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ПРОВЕРОК НА ЧЕТНОСТЬ\*

Рассмотрен новый способ построения проверочной матрицы кода с низкой плотностью проверок на четность (LDPC), исследованы алгоритмы декодирования кода LDPC и приведен алгоритм построения каскадного кода на основе LDPC.

**Ключевые слова:** LDPC, каскадный код, bit flipping, многопороговый декодер, код Рида – Соломона.

Сложность декодирования блоковых кодов, таких как БЧХ-коды, коды Рида – Соломона, а также сверточных кодов, с ростом длины кода возрастает экспоненциально [1]. В настоящее время для кодирования и декодирования кодов с большой длиной находят применение специальные методы и алгоритмы кодирования [1–6], не уступающие и зачастую превосходящие по своим характеристикам классические. Это турбокоды и коды с низкой плотностью проверок на четность (LDPC). Для декодирования турбокодов одним из алгоритмов является поиск максимума апостериорной вероятности (MAP) с мягким входом и мягким выходом. Сложность реализации и вычислительные затраты для декодирования турбокода такого типа очень высока. Для LDPC-кодов в отличие от турбокодов есть алгоритмы жесткого декодирования, которые обладают меньшей сложностью в реализации, при этом большое кодовое расстояние обеспечивает эффективность работы большую, чем у любого короткого блокового кода с алгебраическим декодированием.

### Разработка структуры кода LDPC

Реализация классического кода LDPC сопряжена с рядом трудностей и проблем эффективного кодирования, поскольку «...порождающая матрица  $G$  в корне отличается от проверочной матрицы (в противоположность сомоортогональному коду) и имеет высокую плотность единиц (*High Density*)...» [2]. Для решения этой проблемы предлагается использовать метод построения проверочной матрицы систематического кода в стандартной форме:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{I}_{N-K}], \quad (1)$$

где  $\mathbf{A}$  – двоичная матрица размером  $(N-K) \times K$ ;  $\mathbf{I}_{N-K}$  – единичная матрица порядка  $N-K$ ;  $N$  – длина кодового слова;  $K$  – длина систематической части кодового слова.

Порождающая матрица кода из проверочной матрицы  $\mathbf{H}$  может быть построена следующим образом:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_K & \mathbf{A}^T \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Проверочная матрица, сформированная в стандартной форме, содержит малое число единиц в строках и в столбцах, следовательно, порождающая матрица кода будет иметь низкую плотность единиц, что решает проблему эффективного кодирования.

### Разработка алгоритма декодирования кода LDPC

В литературе [3] отмечается, что LDPC-коды с псевдослучайной структурой обладают лучшими корректирующими свойствами, поэтому для реализации была выбрана псевдослучайная структура кода.

Кодирование заключается в расчете проверочных бит, которые представляют собой сумму по модулю 2 информационных бит с адресами, на месте которых в систематической части проверочной матрицы стоят единицы.

Для декодирования кода может быть использован алгоритм *bit flipping* (алгоритм Галлагера) [3]. В соответствии с алгоритмом декодер инвертирует каждый бит, для которого не выполнилось более половины проверок.

Недостатком представленного алгоритма является то, что в результате модификации проверочной матрицы каждый проверочный бит участвует только в одной проверке, поэтому данный алгоритм не может исправлять ошибки в проверочных битах, а в результате эффективность декодирования снижается.

Для устранения указанного недостатка алгоритма и исправления проверочных бит можно модифицировать алгоритм многопорогового декодирования [4], структурная схема декодера представлена на рис. 1. При этом получается, что если для бита не выполнилось больше половины проверок, инвертируется сам бит, все его проверки, и элемент разностного регистра, который также суммируется вместе с проверками.

Результаты сравнения помехоустойчивости двух рассматриваемых алгоритмов приведены на рис. 2. При проведении исследований в качестве канала связи использован двоично-симметричный канал [7].

Анализ результатов имитационного моделирования, представленных на рис. 2, показывает, что многопо-

роговый декодер эффективнее исправляет ошибки по сравнению с декодером Галлагера.

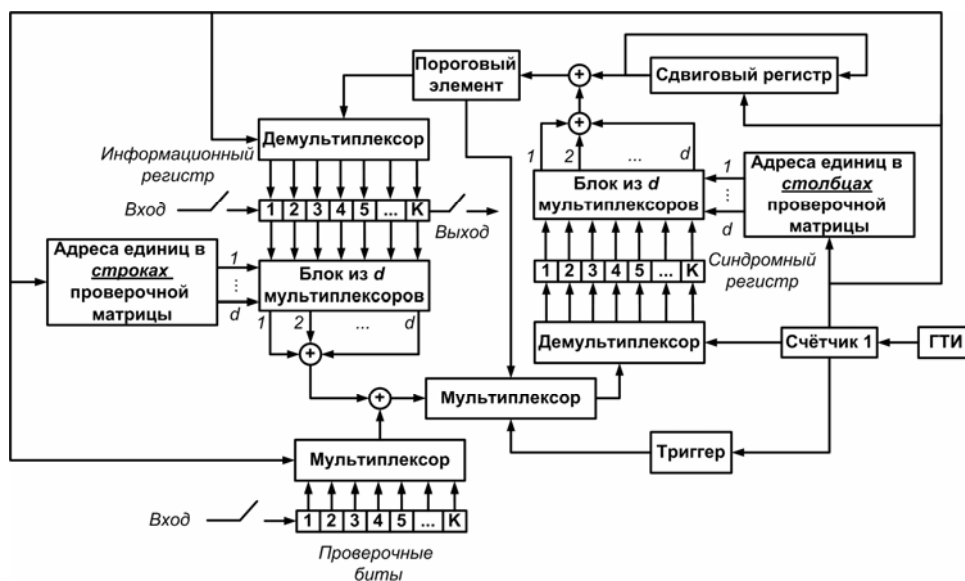


Рис. 1. Декодер LDPC по модифицированному алгоритму многопорогового декодирования

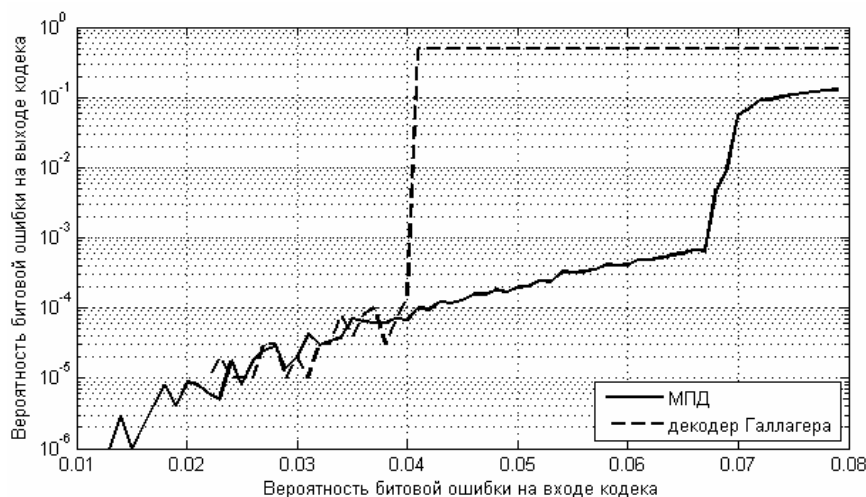


Рис. 2. Сравнение алгоритмов декодирования LDPC

**Разработка каскадного кода**

Для построения эффективного каскадного кода на основе кода LDPC необходимо определить параметры кода LDPC, такие как длина кода и количество проверок, контролирующих каждый бит информации. Количество проверок, контролирующих каждый бит, было определено с помощью имитационного моделирования, результаты которого представлены на рис. 3.

Как видно из рис. 3, для кода с восемью проверками на бит вероятность битовой ошибки на выходе кодека быстро уменьшается (происходит резкий переход) с 0,05 до 10<sup>-4</sup> при уменьшении вероятности ошибки на входе кодека с 0,065 до 0,06. Далее вероятность ошибки после декодирования уменьшается значительно медленнее. Аналогичные результаты показывают коды с 6, 7, 9 и 10 проверками на бит.

Также при анализе рис. 3 можно сделать вывод о том, что с уменьшением числа проверок этот переход постепенно смещается вправо, в сторону больших вероятностей ошибки на входе декодера, а величина вероятности ошибки на выходе декодера после перехода постепенно увеличивается. Для того чтобы добиться безошибочной передачи данных, необходимо последовательно добавлять внешний помехоустойчивый код, который исправит все шибки после перехода. Однако в этом случае возникает задача выбора наилучшего сочетания кода LDPC и внешнего кода. Код LDPC с пятью проверками обладает недостаточной помехоустойчивостью, поэтому рассматриваться не будет. Коды с шестью и семью проверками обладают близкими характеристиками, однако код с семью проверками обеспечивает чуть большую помехоустойчивость, поэтому код с шестью проверками рассматриваться не будет,

так же, как и код с девятью проверками. Для оставшихся кодов экспериментально были подобраны внешние помехоустойчивые коды Рида – Соломона. Результаты моделирования для полученных каскадных кодов представлены на рис. 4.

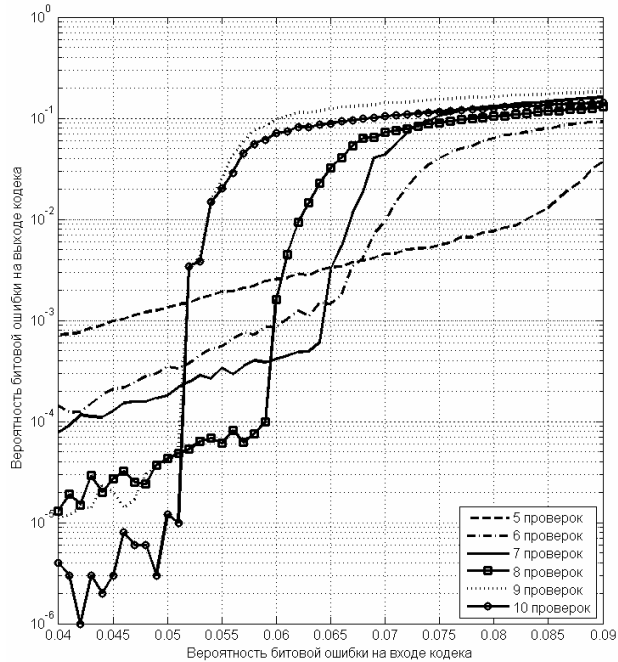


Рис. 3. Сравнение кодов LDPC с различными параметрами

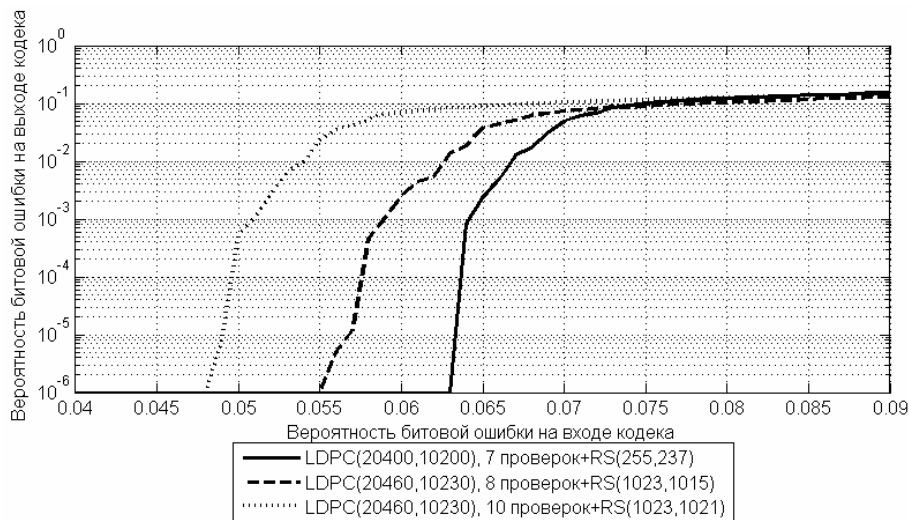


Рис. 4. Результат моделирования каскадных кодов

#### Сравнение каскадных кодов

Каскадный код	Скорость каскадного кода	Максимально допустимая вероятность ошибки в канале $P_{\text{доп}}$	Измеренная максимальная вероятность ошибки $P_{\text{max}}$	$P_{\text{доп}} - P_{\text{max}}$
LDPC (20400,10200), 7 проверок + RS (255,237)	$\frac{1}{2} * \frac{237}{255}$	0,122	0,063	0,059
LDPC (20460,10230), 8 проверок + RS (1023,1015)	$\frac{1}{2} * \frac{1015}{1023}$	0,1113	0,055	0,0563
LDPC (20460,10230), 10 проверок + RS(1023,1021)	$\frac{1}{2} * \frac{1021}{1023}$	0,1103	0,048	0,0623

Пропускная способность двоичного симметричного канала с вероятностью ошибки  $p$  может быть определена из выражения [8]

$$C = 1 + p * \log_2(p) + (1 - p) * \log_2(1 - p). \quad (3)$$

Если пропускная способность канала равна скорости кода, получаем предельно допустимую вероятность ошибки в кодовом слове  $p$ . Например, для скорости кода 0,5 предельно допустимая вероятность ошибки в слове 0,11.

Эффективное использование ресурса канала связи достигается при условии равенства скорости кода  $R$  и пропускной способности канала  $C$ . Максимальная допустимая вероятность ошибки в канале связи может быть определена по формуле (3) при  $C = R = n / k$ , где  $n / k$  – общая кодовая скорость системы связи. Результаты сравнения полученных каскадных кодов сведены в таблицу.

Анализ полученных данных позволяет сделать вывод, что наиболее близко к пределу пропускной способности двоичного симметричного канала приближается каскадный код, состоящий из кода LDPC (20460,10230), 8 проверок и кода Рида – Соломона RS (1023,1015). На рис. 5 приведено сравнение синтезированного каскадного помехоустойчивого кода с другими известными помехоустойчивыми кодами для случая имитационного моделирования системы связи с двоичной фазовой телеграфией в канале с АБГШ.

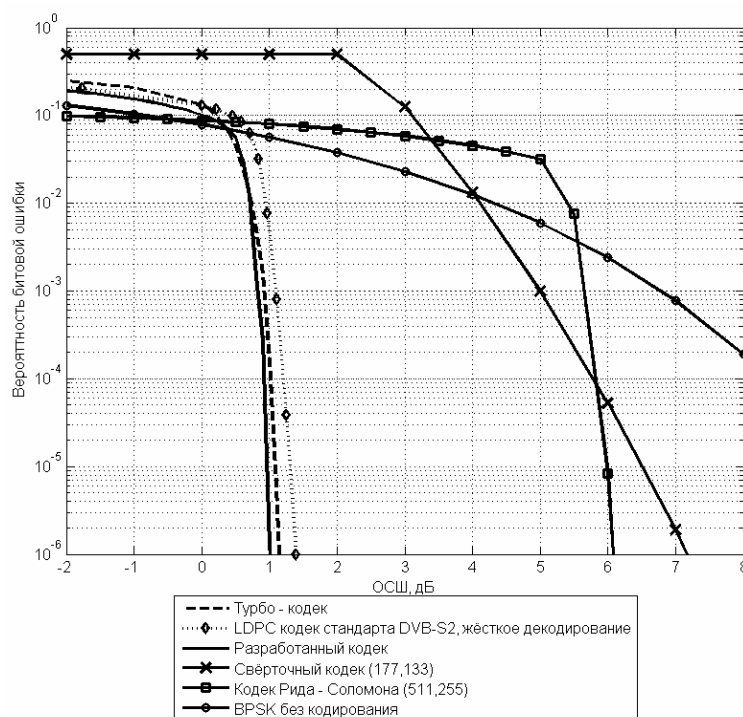


Рис. 5. Результаты имитационного моделирования

Анализ результатов имитационного моделирования позволяет сделать вывод, что разработанный код обеспечивает энергетический выигрыш 5 дБ по сравнению с кодом Рида – Соломона, 0,1 дБ – по сравнению с турбокодом (6 итераций декодирования) и 0,3 дБ – по сравнению с LDPC-кодом, применяемым в стандарте DVB-S2 с жестким декодированием.

#### Выводы

Предложенный в работе код LDPC позволяет решить проблему реализации эффективного алгоритма кодирования. Модифицированный алгоритм многопорогового декодирования позволяет увеличить корректирующую способность кода с предложенной структурой по сравнению с классическим алгоритмом *bit flipping* (алгоритмом Галлагера), примененным для данного кода. В рамках проведенных исследований определены наилучшие параметры каскадного кода: внутренний код LDPC (20460,10230) с восьмью проверками на бит и внешний код Рида – Соломона (1023,1015). На основе имитационного моделирования установлено, что энергетический выигрыш кодирования для разработанного кода на 5 дБ выше в сравнении с кодом Рида – Соломона и сопоставим с аналогичным показателем у турбокодов.

#### Библиографические ссылки

1. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. – М.: Техносфера, 2005. – 320 с.
2. Варгаузин В. Вблизи границы Шеннона // ТелеМультиМедиа. – 2005. – С. 3–10.
3. Robert G. Gallager. Low-Density Parity-Check Codes. – Cambridge, Mass, July, 1963.
4. Золотарёв В. В., Овечкин Г. В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: справочник. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 126 с.
5. Чунаев А. В., Абилов А. В., Нистюк А. И. Влияние характеристик передачи потоковых данных на качество видео в WLAN // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2012. – Т. 6. – № 7. – С. 219–224.
6. Симушин А. А., Копысов А. Н., Климов И. З. Разработка системы цикловой синхронизации для канала с группированием ошибок // Интеллектуальные системы в производстве. – 2011. – № 1. – С. 237–243.
7. Прокис Дж. Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000.
8. Золотарёв В. В. Коды и кодирование // Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Радиоэлектроника и связь». – 1990. – № 9. – 64 с.

A. V. Zhidyayev, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

A. N. Kopysov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

#### Development and Research of High Effective Cascade Error-Correction Code Based on the Code with Low-Density Parity Checks

In this paper we consider a new way of constructing the parity check matrix for the code with low-density parity-check (LDPC). LDPC code decoding algorithms are investigated and the algorithm for developing the cascade code LDPC-based is given.

**Keywords:** LDPC, cascade code, bit flipping, multi-threshold decoder, Reed–Solomon code.

Получено 10.10.2014