

УДК 629.7 : 533.6

**О. В. Мищенко**, кандидат физико-математических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

**И. В. Черепов**, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА В ЗАДАЧАХ О РАБОТЕ ТВЕРДОТОПЛИВНОЙ РЕГУЛИРУЕМОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

*Рассматривается методика анализа энергии и частоты колебаний, возникающих в камере сгорания двигательной установки. Методика основана на решении термогазодинамической задачи в объеме камеры сгорания в нестационарной постановке с последующим вейвлет-анализом результатов расчетов.*

**Ключевые слова:** твердотопливная двигательная установка, внутрикамерные процессы, колебания термогазодинамических величин, фурье-анализ, вейвлет-анализ.

**З**адача об определении частот колебаний динамической системы является важной при анализе качества ее функционирования. Одним из методов решения этой задачи является фурье-анализ, при котором функциональные зависимости, соответствующие решению, представляются в виде тригонометрического ряда. При этом удается выделить гармоники, которые несут наибольшие энергии колебаний [1, 2]. Если на исследуемую динамическую систему не воздействуют внешние периодические возмущения, то частоты колебаний с наибольшей энергией могут быть отнесены к собственным колебаниям. Фурье-анализ динамической системы позволяет установить, какие частоты колебаний в наибольшей степени характерны исследуемой системе, однако они не позволяют установить, в какие моменты времени ее работы проявляются те или иные частоты колебаний. Тем не менее на практике для правильной организации работы динамической системы такая информация необходима.

В качестве примера будем рассматривать твердотопливную регулируемую двигательную установку (ТРДУ), схема которой представлена на рис. 1. Работа ТРДУ начинается с момента включения воспламенительного устройства 3, продукты сгорания которого прогревают топливный заряд 1 и воспламеняют его. Истечение продуктов сгорания организуется через сопловые блоки 4. Регулирование расходных характеристик ТРДУ обеспечивается регулятором расхода 5, работающего по программе, управляющей рулевым приводом.

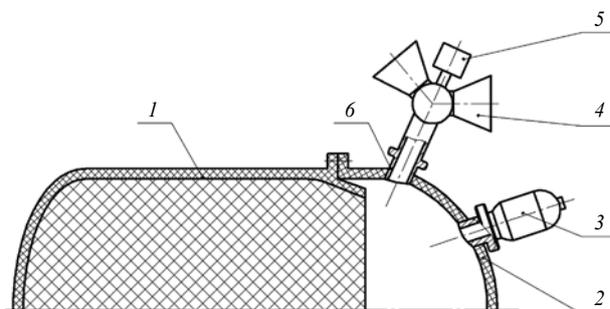
ТРДУ в полной мере можно рассматривать как динамическую систему. При построении математической модели внутрикамерных процессов во внутреннем объеме двигательной установки принимаются следующие основные допущения [3]:

– расходные характеристики из корпуса воспламенительного устройства (ВУ) устанавливаются решением задачи о процессах в корпусе ВУ в термодинамической постановке;

– во внутреннем объеме двигательной установки размещается химически не реагирующая смесь воздуха, продуктов сгорания воспламенительной навески, продуктов сгорания твердого топлива, термодинамическое состояние которых определяется в усредненной по объему камеры постановке;

– теплообмен между продуктами сгорания и поверхностями твердого топлива, корпуса устанавливается с использованием критериальных соотношений;

– зажигание твердого топлива происходит при нагреве его поверхностного слоя до заданного критического (по температуре) значения.



*Рис. 1.* Конструктивная схема регулируемого газогенератора: 1 – топливный заряд; 2 – корпус камеры; 3 – воспламенительное устройство; 4 – сопловой блок; 5 – регулятор расхода продуктов сгорания с рулевым приводом; 6 – газоход

Обыкновенные дифференциальные уравнения, определяющие процессы в ТРДУ, могут быть записаны в виде

$$\frac{dy}{dt} = F(t, y). \quad (1)$$

Здесь  $y, F$  – соответственно, вектор дифференцируемых переменных и правые части дифференциальных уравнений:

$$y = \begin{pmatrix} W \\ \rho W \\ \rho \alpha_B W \\ \rho \alpha_T W \\ \rho WE \\ z \\ (T_M - T_0)^2 \\ (T_T - T_0)^2 \\ F_{\min} \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} u_m S_{m0} \\ G_{\rho B} + G_{\rho T} - G_c \\ G_{\rho B} - G_c \alpha_B \\ G_{\rho T} - G_c \alpha_T \\ G_{E_B} + G_{E_T} - k G_c E \\ \frac{u_B}{e_{\max}} \\ \frac{2}{c_M \rho_M \lambda_M} |q_M| q_M \\ \frac{2}{c_T \rho_T \lambda_T} |q_T| q_T \\ \phi(p - p_{\text{пр}}) \end{pmatrix}.$$

В системе уравнений (1) записаны обыкновенные дифференциальные уравнения для изменения величины объема камеры сгорания  $W$ , суммарной массы продуктов, размещенных в объеме камеры сгорания ( $\rho$  – плотность продуктов сгорания), массы продуктов горения воспламенительного состава и топлива (массовые концентрации, соответственно,  $\alpha_B, \alpha_T$ ), энергии  $E$  ( $k$  – показатель адиабаты) относительного свода горения  $z$  таблеток воспламенительного состава ( $z$  изменяется в интервале от 0,0 до 1,0;  $e_{\max}$  – максимальный свод горения), температуры на поверхности твердого топлива  $T_T$  и на поверхности материала корпуса  $T_M$  ( $T_0$  – начальная температура в камере ТРДУ), изменения площади минимального сечения  $F_{\min}$  сопловых блоков по командам регулятора расхода (по разности фактического давления  $p$  в камере и его программного значения  $p_{\text{пр}}$ ). В системе уравнений  $u_B, u_T$  – скорости горения воспламенительного состава и топлива; ( $G_{\rho B}, G_{\rho T}$ ) и ( $G_{E_B}, G_{E_T}$ ) – массо- и энергоприход от навески воспламенительного состава и от твердого топлива;  $G_c$  – расход продуктов сгорания из камеры в окружающую среду;  $c_M, \rho_M, \lambda_M$  и  $c_T, \rho_T, \lambda_T$  – удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности для материала корпуса ТРДУ и для твердого топлива;  $q_M, q_T$  – тепловые потоки от продуктов сгорания в материал корпуса и в твердое топливо.

Для замыкания системы уравнений (1) дополнительно следует записать алгебраические соотношения, позволяющие вычислить правые части уравнений (1), – уравнения для термодинамических и теплофизических характеристик смеси. Перечисленные величины могут быть приняты в соответствии с [4].

Уравнения (1) формулируются как задача Коши, и это предполагает задание для всех интегрируемых переменных начальных условий.

Наличие в ТРДУ узла регулирования уровня давления в камере сгорания в соответствии с его программным заданием предполагает появление колебаний термогазодинамических величин на переходных режимах работы двигателя. Продолжительность ко-

лебаний может быть незначительной по времени, если частоты колебаний существенно отличаются от собственных колебаний ТРДУ. Если возникающие частоты колебаний близки к значениям собственных колебаний ТРДУ, то их затухание на стационарном режиме работы будет длительным.

Применение вейвлет-анализа в рассматриваемой задаче предполагает проведение вычислений в два этапа. На первом этапе решаются уравнения (1), при этом устанавливается зависимость  $p(t)$  и тренд  $\Delta p = p(t) - p_{\text{пр}}(t)$ , которые на втором этапе подвергаются обработке с использованием вейвлет-функций.

Привлекательность вейвлет-анализа в сравнении с фурье-анализом состоит в том, что этот метод позволяет не только установить наличие тех или иных гармоник в составе произвольной функции  $f(t)$ , но также определить, в какие моменты времени и в каких точках пространства эти гармоники проявляются.

Основы теории вейвлетов изложены, например, в [5]. Как и в преобразованиях Фурье, при использовании вейвлет-преобразования функция  $f(t)$  представляется в виде суммы ряда. Базисные функции в этом разложении – это не тригонометрические функции, а так называемые вейвлетобразующие функции. Каждая из функций этого базиса характеризует определенную частоту и ее локализацию во времени. Вейвлетобразующие функции могут быть локализованы в некоторой ограниченной области своего аргумента, а вдали от нее равны нулю или ничтожно малы. Их можно понимать, как способ усиления изучаемого эффекта в некоторой окрестности аргумента функции.

На практике используется несколько десятков различных вейвлетобразующих функций. Ниже используется МНАТ-вейвлет  $\phi$ , иногда называемый мексиканской шляпой:

$$\phi(\tau) = (1 - \tau^2) \exp\left(-\frac{\tau^2}{2}\right).$$

Вейвлет-спектр произвольной функции  $f(t)$  может рассматриваться в таких формах, как

$$\psi(a, b) = \frac{1}{t_{\max} - t_{\min}} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} f(t) \phi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

$$\psi(a, t) = \frac{1}{b_{\max} - b_{\min}} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} f(t) \phi\left(\frac{t-b}{a}\right) db,$$

$$\psi(b, t) = \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} f(t) \phi\left(\frac{t-b}{a}\right) da.$$

Из последних формул следует, что вейвлет-спектр  $\psi$  является функцией трех аргументов, один из которых – время процесса. Имеется некоторая свобода в выборе аргументов  $a$  и  $b$ . В частности, для нестационарных процессов в качестве аргумента  $a$

может использоваться величина  $t_*$ , характеризующая период колебаний. В этом случае частота колебаний  $N$  будет определяться формулой  $N = \frac{1}{t_*}$ . Физический смысл параметра  $b$  может быть связан с величиной фазового сдвига  $\varphi = \frac{t-b}{t_*}$  или

$$\varphi = \arctg\left(\frac{t-b}{t_*}\right).$$

Результаты расчетов вейвлет-функций  $\psi$  представляются в виде линий уровня на плоскостях  $(a, b)$ ,  $(a, t)$ ,  $(b, t)$  и др.

Ниже приводятся результаты расчета малогабаритной ТРДУ (см. рис. 1) при следующих исходных данных [6, 7]:

- начальные условия газодинамических параметров во внутреннем объеме двигателя соответствуют параметрам стандартной атмосферы;
- масса навески воспламенительного состава ВУ составляет 0,05 кг;
- плотность твердого топлива 1600 кг/м<sup>3</sup>, а температура зажигания топлива 650 К;
- внутренний объем камеры ТРДУ 1,9 дм<sup>3</sup>, площадь поверхности горения заряда твердого топлива 0,08 м<sup>2</sup>.

На рис. 2 представлены зависимости давления в камере, соответствующие программным значениям (ступенчатая зависимость), и построенная по результатам выполненных расчетов работы ТРДУ в соответствии с уравнениями (1) и принятыми начальными и исходными данными. Расчеты выполнены с учетом воздействия на процессы в ТРДУ случайных возмущений давления с максимальной амплитудой до 4 % от программного значения давления по методике, изложенной в [8, 9]. На рис. 2 также представлен тренд  $\Delta p$ .

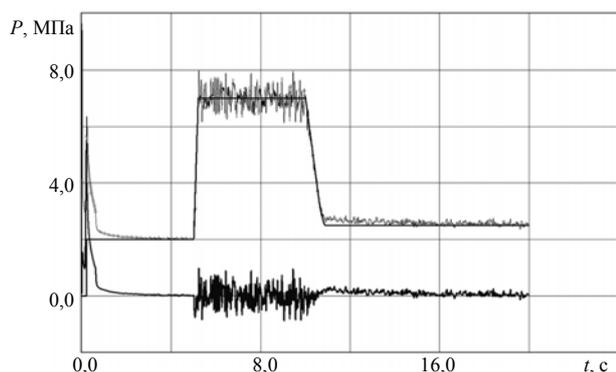


Рис. 2. Зависимости давления от времени для регулируемой ДУ (воздействуют случайные возмущения с максимальной амплитудой 4 %)

На рис. 3 приводятся подобные зависимости, однако полученные при условии, что на процессы в ТРДУ воздействуют периодические колебания с максимальной амплитудой до 4 %. Приводятся результаты, соответствующие колебаниям с частотой

15 Гц. Качественно результаты, представленные на рис. 2 и 3, совпадают. Следует заметить, что качественное совпадение результатов реализуется и при других частотах возмущений, имеющих периодический характер, в интервале от 5,0 до 50,0 Гц.

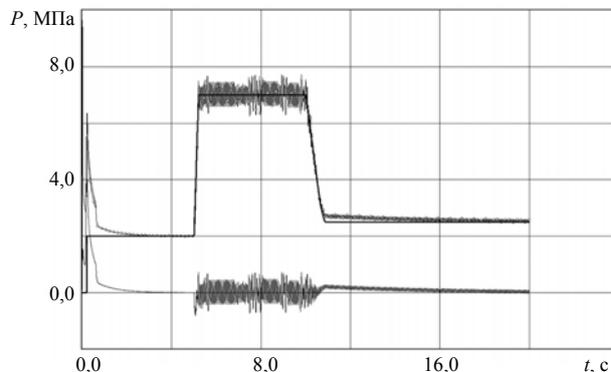


Рис. 3. Зависимости давления от времени для регулируемой ДУ (воздействуют периодические возмущения, амплитуда 4 %, частота 15 Гц)

Анализ расчетов показывает, что изменение рабочего давления в камере на всех этапах (при выходе в режим, на квазистационарных режимах 2,0 МПа, 7,0 МПа и 2,5 МПа, на переходных режимах при возрастании давления и при его спаде) происходит в запрограммированном режиме, возмущающие факторы оказывают заметное влияние на давление в камере сгорания на этапе, соответствующем квазистационарному давлению  $p(t) \approx 7,0$  МПа. Тем не менее в рассмотренных вариантах устойчивость работы ДУ сохраняется.

Результаты применения фурье-анализа для участка работы ТРДУ на этапе от 0 до 20,0 с представлены на рис. 4. Как следует из представленных результатов, локальные максимумы энергии акустических колебаний (ордината  $A$ ) приходятся на частоты 5,4 Гц; 11,5 Гц; 17,3 Гц; 22,0 Гц; 26,3 Гц; 31,2 Гц; 36,1 Гц и т. д.

Расчеты показывают, что зависимость  $A(N)$ , построенная на рис. 4 (толстая линия), практически не изменяется при воздействии случайных колебаний с амплитудой не более 4 %, а также не изменяется при воздействии возмущений той же амплитуды, но периодического характера различной частоты.

Для сравнения на рис. 4 приводится зависимость  $A(N)$  (тонкая размеченная линия), построенная для случая камеры сгорания ТРДУ, внутренний объем которой увеличен в 1,5 раза ( $W_0 = 2,9$  дм<sup>3</sup>). Анализ зависимости показывает, что частоты колебаний, проявляющиеся при работе ДУ, близки к частотам, рассчитанным для рассмотренной выше ТРДУ. Однако энергия колебаний на низких частотах в увеличенной по объему камере уменьшилась в 1,3-1,7 раза.

Для полноты анализа волновых процессов в камере сгорания ТРДУ на рис. 5 приводятся результаты вейвлет-анализа зависимости  $\Delta p(t)$ , представленной на рис. 2. На рис. 5 приводятся изолинии

вейвлет-спектра  $\psi(N, t)$ , рассмотренные в период времени от 0 до 20 сек. (абсцисса на рис. 5) и для частот в диапазоне от 0 до 20,0 Гц (ордината на рис. 5).

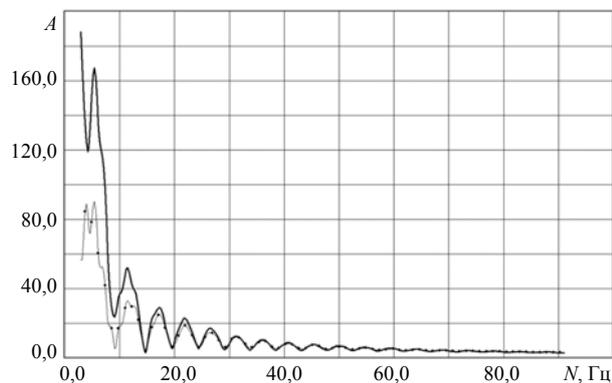


Рис. 4. Зависимости энергии акустических колебаний от его частоты ( $W_0 = \text{var}$ )

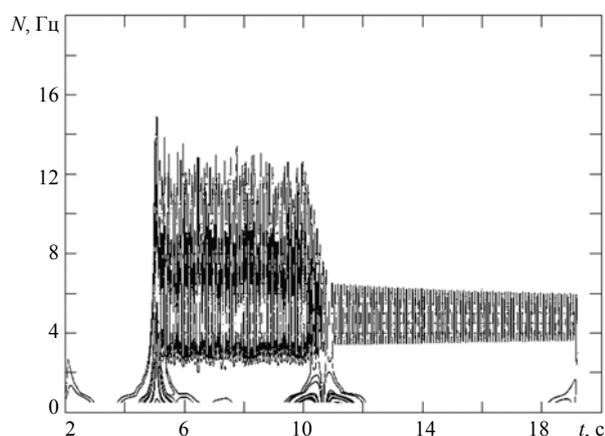


Рис. 5. Вейвлет-спектр энергии акустических колебаний давления в камере ДУ на этапе работы  $t > 2$  сек. (изолинии энергии)

Анализ показывает, что на этапе работы ТРДУ с  $t = 0$  сек. и до момента времени  $t = 5$  сек. максимумы вейвлет-функции (они пропорциональны значениям акустической энергии) приходится на частоты от 0 до 2,0 Гц и проявляются на временном интервале от 0,2 до 3,0 сек. После зажигания топлива и включения системы регулирования ТРДУ ( $t > 2,0$  сек.) значение вейвлет-функции значительно снижается, а частоты колебаний локализуются в интервале от 0 до 6 Гц.

На этапе от  $t = 5$  сек. до  $t = 10$  сек. возмущения давления, действующие на продукты сгорания, существенно усиливаются и проявляются в диапазоне частот от 0 до 50 Гц. Максимальные возмущения соответствуют колебаниям от 3 до 12 Гц, особенно в моменты времени, когда давление в камере сгора-

ния изменяется ( $t = 5,0$ – $5,2$  сек. и  $t = 10,0$ – $12,0$  сек.). После двенадцатой секунды и до окончания работы ТРДУ энергия колебаний уменьшается, и в камере ДУ устанавливаются незначительные колебания давления, которые локализуются в интервале от 4 до 6 Гц.

Таким образом, выполненный анализ позволил установить следующее:

- на всех этапах работы ТРДУ продукты сгорания испытывают возмущающие воздействия, которые с течением времени могут усиливаться или ослабевать;

- усиление возмущений происходит в окрестности частот, значения которых приближаются к значениям частот собственных колебаний камеры сгорания;

- вейвлет-анализ как инструмент исследования волновой картины протекающих процессов позволяет установить частоты колебаний, которые соответствуют максимальным энергиям возмущающих факторов, и моменты времени, которые соответствуют проявлению этих колебаний, что выгодно отличает этот метод от фурье-анализа;

- для исследованного ТРДУ показано, что усиление возмущающих факторов соответствует высоким давлениям в камере сгорания, при этом в наибольшей степени проявляются колебания с частотой от 3 до 6 Гц.

#### Библиографические ссылки

1. Хемминг Р. В. Численные методы. – М.: Мир, 1972. – 400 с.
2. Мищенко О. В., Черепов И. В. Фурье-анализ // Вестник ИжГТУ. – 2012. – № 3. – С. 154–159.
3. Твердотопливные регулируемые двигательные установки. Справочная библиотека разработчика-исследователя. – Т. 9 // Ю. С. Соломонов, А. М. Липанов, А. В. Алиев [и др.]. – М.: Машиностроение, 2011. – 416 с.
4. Алиев А. В., Мищенко О. В. Математическое моделирование в технике. – М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2012. – 476 с.
5. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
6. Алиев А. В., Черепов В. И., Лошкарев А. Н. Математическая модель работы регулируемого РДТТ // Химическая физика и мезоскопия. – 2006. – Т. 8. – № 3. – С. 311–320.
7. Алиев А. В., Перемысловская А. Г., Черепова Е. В. Особенности функционирования ТРДУ на начальном этапе работы / Интеллектуальные системы в производстве. – 2008. – № 1(11). – С. 10–16.
8. Алиев А. В., Мищенко О. В. О применении метода линеаризации при решении некоторых задач внутренней баллистики // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2007. – № 4. – С. 25–38.
9. Моделирование работы РДТТ с учетом воздействия случайных факторов / А. В. Алиев, О. В. Мищенко, В. И. Черепов, А. Н. Лошкарев // Интеллектуальные системы в производстве. – 2007. – № 2(10). – С. 5–12.

### Wavelet-Analysis Application in Problems about Work of the Regulated Propulsion System

The paper considers the technique of energy and oscillation frequency analysis arising in a propulsion system combustion chamber. The technique is based on first solving the non-stationary thermal gas dynamic problem in the combustion chamber. The wavelet-analysis of calculations results is then carried out.

**Keywords:** propulsion system, intrachamber processes, oscillating gas dynamic magnitudes, Fourier-analysis, wavelet-analysis.

Получено 15.09.2014

УДК 004.942

**И. Г. Русяк**, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

**М. А. Ермолаев**, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

### АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО ВЫСТРЕЛА \*

Объектом исследования является процесс артиллерийского выстрела. Приведена система уравнений, описывающих внутрибаллистический процесс выстрела. Проведен анализ влияния учета различных факторов на характеристики выстрела.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, внутренняя баллистика, артиллерийский выстрел.

**В**нутрибаллистический процесс артиллерийского выстрела является быстропротекающим процессом, поэтому регистрация основной массы его параметров является технической проблемой. В этой связи разработка детальной адекватной физико-математической модели процесса выстрела, учитывающей природу явлений, протекающих в стволе, и их функциональную зависимость, является актуальной научно-практической задачей. В процессе выстрела в заснарядном пространстве протекает сложный комплекс явлений, таких как движение газопороховой смеси, прогрев, воспламенение и неравномерное горение пороховых элементов заряда под влиянием обдува. Эти физические явления предполагается учесть, используя математическую модель внутрикамерных процессов, основанную на решении сопряженных задач газовой динамики, тепломассообмена, нестационарного и эрозионного горения заряда.

Внутрибаллистический процесс рассматривается с позиции механики гетерогенных реагирующих сред в рамках газодинамического подхода.

В общем случае полагаем, что имеется три навески воспламенителя: у дна канала ( $\omega_{в1}$ ), между полужарядами ( $\omega_{в2}$ ) и у дна снаряда ( $\omega_{в3}$ ).

Соответствующая система одномерных нестационарных уравнений с учетом допущений, рассмотренных в [1], имеет вид:

$$\frac{\partial \rho_i m S}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i m S v}{\partial x} = S A_i, \quad i = \overline{1, 5};$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho m S v}{\partial t} + \frac{\partial \rho m S v^2}{\partial x} = \\ & = -m S \frac{\partial p}{\partial x} - S(\tau_{w1} + \tau_{w2}) + S \left( G_1 + G_2 + \sum_{j=1}^3 G_{Bj} \right) w - \\ & \quad - S(G_{51} + G_{52})v - \Pi_c \tau_c; \quad (1) \\ & \frac{\partial \rho m S \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho m S \varepsilon v}{\partial x} = \\ & = -p \frac{\partial [m S v + (1-m) S w]}{\partial x} + S(\tau_{w1} + \tau_{w2})(v-w) + \\ & \quad + S G_1 \left[ Q_1 + \frac{(v-w)^2}{2} \right] + S G_2 \left[ Q_2 + \frac{(v-w)^2}{2} \right] + \\ & \quad + \sum_{j=1}^3 S G_{Bj} \left[ Q_{Bj} + \frac{(v-w)^2}{2} \right] - \\ & \quad - S(q_{T1} + q_{T2}) + \Pi_c \tau_c v - \Pi_c q_c; \\ & \quad p(1 - \alpha \rho_r) = \theta \rho \varepsilon, \end{aligned}$$

где

$$A_i = \begin{cases} G_1, & i = 1, \\ G_2, & i = 2, \\ 0, & i = 3, \\ \sum_{j=1}^3 \xi_0 G_{Bj}, & i = 4, \\ \sum_{j=1}^3 (1 - \xi_0) G_{Bj} - G_{51} - G_{52}, & i = 5. \end{cases}$$