

Рис. 2. Изменение нормированного E в процессе старения изоляции ЭМ (асинхронный двигатель серии 4А, мощность 1,5 кВт): T_1 – период нормальной эксплуатации; T_2 – период старения (для нормального режима); режимы эксплуатации: 1 – нормальный; 2 – повышенная влажность и температура; 3 – резкие колебания температуры, повышенная вибрация и влажность

Библиографические ссылки

1. Готов И. А. Математические модели для прогнозирования технического состояния изоляции электрооборудования // Ползуновский вестник. – 2009. – № 1. – С. 68–75.

2. Суханкин Г. В., Герцен Н. Т. Акустическая диагностика изоляции электрических машин // Ползуновский вестник. – 2006. – № 4-2. – С. 424–429.

G. V. Sukhankin, Candidate of Technical Sciences, Altai State Technical University after I. I. Polzunov
N. T. Gertsen, Candidate of Technical Sciences, OJSC “АДП”

A Model of Aging of Insulation of Electric Machines Stator Windings

The model of insulation aging is a mathematical regularity by which the main characteristics of the process are described. The purpose of creating such a model is simplification of the actual process, highlighting the main factors influencing the aging process.

Key words: model, damaging effects, diagnostic parameter, isolation.

УДК 621.3.014

М. Бартлова, доктор технических наук, доцент, Технологический университет г. Брно, Чешская Республика
Н. Н. Богатырёва, аспирант, Технологический университет г. Брно, Чешская Республика

ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ДУГЕ ПЛАЗМЫ

Описывается метод аппроксимации при решении уравнения переноса энергии в дуге цилиндрической термической плазмы. С помощью метода многогруппового приближения, а также с помощью средних величин, рассчитанных 2 способами (планковское среднее и росселандово среднее), получены частотные переменные уравнения переноса, а также найдены величины net emission.

Ключевые слова: электрическая дуга, коэффициент поглощения, перенос излучения, планковские и росселандовы средние величины.

Перенос энергии излучения играет важную роль в устройствах обработки плазмы. При этом получение информации о физических процессах, происходящих в электрических дугах, с помощью измерений осложняется экстремальными экспериментальными условиями, например, высокими температурами, давлениями, скоростями проте-

кающих процессов и т. п. В этом случае очень важно математическое моделирование.

Энергетический баланс в дуге плазмы

Электрический разряд плазмы приносит относительно большое количество энергии. При этом пропорции энергии можно описать уравнением Эленбаас – Хеллера для стационарного состояния дуги плазмы:

$$\sigma E^2 = -\text{div}(\lambda \text{grad}T) + \text{div}\vec{W}_R,$$

где σE^2 – входящая электрическая энергия (σ – электрическая проводимость, E – электрическое поле); $\lambda \text{grad}T$ означает поток энергии вследствие введения тепла (λ – теплопроводность, T – температура плазмы); \vec{W}_R – поток энергии излучения.

При этом электрическая энергия σE^2 , прикладываемая к рассматриваемому элементу, расходуется на энергию отведения тепла $\text{div}\lambda \text{grad}T$ и на затраты энергии излучением $\text{div}\vec{W}_R$ [1].

При моделировании дуги плазмы, включая излучение, необходимо определить поток энергии излучения и его дивергенцию.

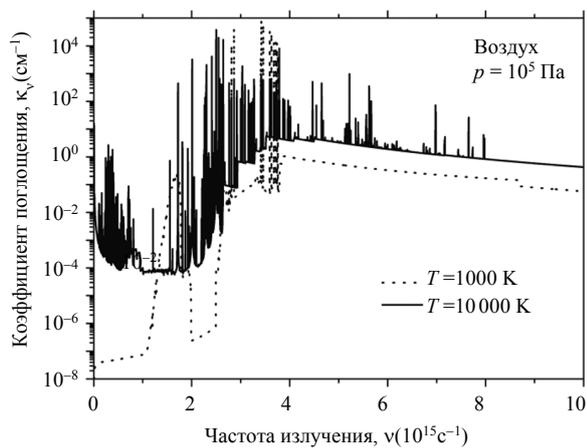
Излучение в дуге плазмы зависит кроме множества физических переменных и от концентрации всех химических веществ, которые содержатся в плазме. Равновесный состав разных типов плазмы может быть рассчитан с помощью компьютерной программы Tmdgas, которая является составляющей системы базы данных TheCoufal (<http://www.feec.vutbr.cz/~Coufal> [2, 3]).

На нашем факультете была разработана компьютерная программа для вычисления коэффициентов поглощения в термической плазме и создана база данных входных параметров для различных типов плазмы. Например, на рис. 1 приведены графики коэффициентов поглощения плазмы воздуха при давлении 0,1 МПа (1 атм.) и температурах 1000, 10 000 и 20 000 К.

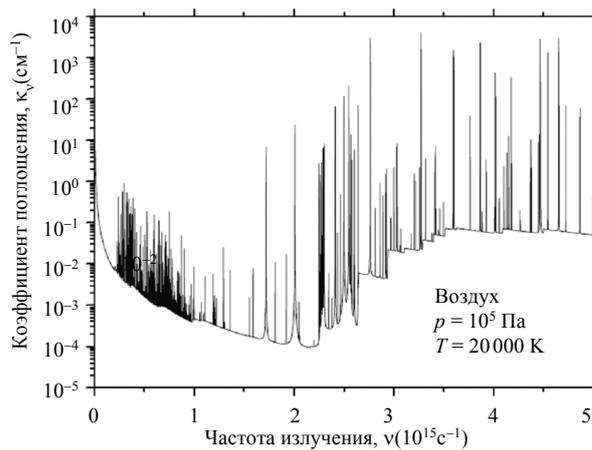
Одним из методов расчета частотных переменных уравнения переноса энергии излучения является метод многогруппового приближения [5], который ведет к дискретизации. Фотон относят к одной из G частотных групп, и все фотоны в пределах этой группы имеют одинаковые поглощающие свойства. Коэффициенты поглощения для каждой частотной группы n принимаем за константы с определенной средней величиной:

$$k_n(\vec{r}, \nu, T) = k_n(\vec{r}, T), \quad \nu_n \leq \nu \leq \nu_{n+1}, \quad n = 1, \dots, G.$$

В нашем случае целый частотный интервал $(0,01 - 10) \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ разделим на 10 подгрупп. Это разделение приведено в таблице.



а



б

Рис. 1, а, б. Зависимость коэффициента поглощения в термальной плазме воздуха от частоты (расчеты произведены с помощью компьютерной программы [4])

Границы специфических частотных интервалов [6]

Интервал	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\nu(10^{15} \text{ c}^{-1})$	0,03 – 0,057	0,057 – 0,296	0,296 – 0,386	0,386 – 0,746	0,746 – 0,986	0,986 – 1,71	1,71 – 2,098	2,098 – 2,64	2,64 – 2,997	2,997 – 4,49

Для заданных интервалов на основе частотных изменений коэффициентов поглощения плазмы в температурном интервале $T = (1000; 35\ 000)$ К с шагом 1000 К и при давлении 1 атм. были рассчитаны средние величины коэффициентов поглощения двумя способами.

1. Планковское среднее, которое применяется в случае оптически тонкой плазмы, когда преобладает эмиссия:

$$\bar{k}_P = \frac{\int_0^\infty k(\nu)B(\nu)d\nu}{\int_0^\infty B(\nu)d\nu},$$

где $k(\nu)$ – спектральный коэффициент поглощения; $B(\nu)$ – планковская интенсивность равновесного излучения.

2. Росселандово среднее, которое применяется в случае, когда система приближается к равновесию:

$$\bar{k}^{-1} = \frac{\int_0^{\infty} k^{-1}(\nu) \frac{dB(\nu)}{dT} d\nu}{\int_0^{\infty} \frac{dB(\nu)}{dT} d\nu},$$

где производная функции Планка по температуре

$$\frac{dB}{dT} = \frac{2h^2\nu^4}{kT^2c^2} \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2},$$

где h – постоянная Планка; ν – частота излучения; c – скорость света; k – постоянная Больцмана; T – температура [6].

На рис. 2 представлены зависимости двух средних величин коэффициентов поглощения плазмы воздуха, рассчитанных для частотного интервала $(0,386 - 0,746) \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ при давлении $p = 10^5 \text{ Па}$.

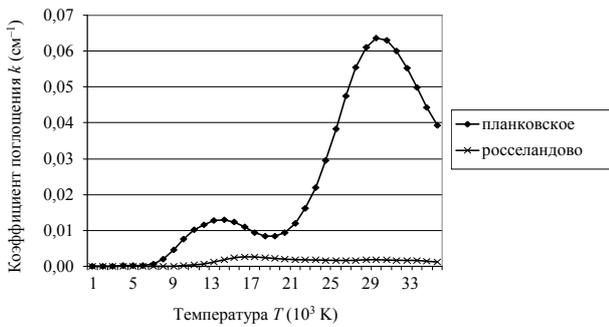


Рис. 2. Средние величины коэффициентов поглощения плазмы воздуха в интервале частот $(0,386 - 0,746) \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ [6]

Проведя анализ целого частотного интервала, можно сделать вывод, что для групп с низкими величинами коэффициентов поглощения лучшие результаты дает планковское среднее, а для групп с высокими величинами – росселандово среднее.

Метод сферических гармоник (P_N -приближение)

Уравнение переноса энергии излучения достаточно сложное. Полное стационарное уравнение переноса для поглощающей и излучающей среды можно записать в виде

$$\frac{dI_{\nu}}{ds} \equiv \vec{\Omega} \cdot \text{grad } I_{\nu} = k_{\nu} (I_{b\nu} - I_{\nu}),$$

где $\vec{\Omega}$ – единичный вектор, определяющий направление излучения; k_{ν} – коэффициент поглощения при частоте ν ; I_{ν} – монохроматическая интенсивность излучения; $I_{b\nu}$ – специфическая интенсивность излучения абсолютно черного тела, представленная формулой Планка [7]:

$$I_{b\nu} = B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

В общем случае спектральная интенсивность излучения зависит от независимых переменных $(\vec{r}, \nu, \vec{\Omega})$. Для нахождения решения уравнения переноса энергии используем метод сферических гармоник (P_N -приближение), который позволяет представить уравнение переноса в виде системы частных дифференциальных уравнений.

P_1 -приближение (диффузионное приближение)

Угловая зависимость интенсивности в P_1 -приближении может быть записана двумя первыми членами сферического гармонического разложения:

$$I_{\nu}(\vec{r}, \nu, \vec{\Omega}) = \phi_1(\vec{r}, \nu) + 3\vec{\phi}_2(\vec{r}, \nu) \cdot \vec{\Omega}, \quad (1)$$

где ϕ_1 и ϕ_2 соответствуют спектральной плотности энергии излучения, умноженной на скорость света c

$$U_{\nu}(\vec{r}, \nu) = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_{\nu}(\vec{r}, \vec{\Omega}, \nu) d\Omega = \frac{4\pi}{c} \phi_1(\vec{r}, \nu),$$

и потоку энергии излучения

$$\vec{W}_{\nu}(\vec{r}, \nu) = \int_{4\pi} I_{\nu}(\vec{r}, \vec{\Omega}, \nu) \vec{\Omega} d\Omega = 4\pi \vec{\phi}_2(\vec{r}, \nu).$$

Следовательно, используя данные определения, можем записать уравнение (1) в виде

$$I_{\nu}(\vec{r}, \nu, \vec{\Omega}) = \frac{c}{4\pi} U_{\nu}(\vec{r}, \nu) + \frac{3}{4\pi} \vec{W}_{\nu}(\vec{r}, \nu) \cdot \vec{\Omega}.$$

В P_1 -приближении многогруппового метода уравнение переноса можно записать [7]:

$$\text{div } \vec{W}_n(\vec{r}) + \bar{k}_n c U_n(\vec{r}) = \bar{k}_n 4\pi \int_{\nu_{n-1}}^{\nu_n} B_{\nu} d\nu,$$

$$\frac{1}{3} c \text{grad } U_n(\vec{r}) + \bar{k}_n \vec{W}_n(\vec{r}) = 0. \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует:

$$\vec{W}_n(\vec{r}) = -\frac{1}{3\bar{k}_n} c \text{grad } U_n(\vec{r}).$$

Проведя некоторые преобразования и учитывая цилиндрическую симметрию изотермической плазмы, получим уравнение, зависящее только от одной переменной – радиального расстояния r :

$$\text{div} \left(-\frac{1}{3\bar{k}_n} \text{grad } u_n(r) \right) + \bar{k}_n u_n(r) = \bar{k}_n 4\pi B_n(r). \quad (3)$$

Заметим, что переменные \bar{k}_n и B_n зависят от температуры дуги, а та в свою очередь зависит от радиального расстояния.

Уравнение (3) можно свести к форме функции Бесселя

$$r^2 \frac{\partial^2 u_n(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial u_n(r)}{\partial r} - 3\bar{k}_n^2 r^2 u_n(r) = -3\bar{k}_n^2 r^2 4\pi B_n(r).$$

Принимая во внимание симметрию процесса, поток энергии излучения $\vec{W}_n(0)$ равняется нулю в случае $r = 0$, и, следовательно, $\text{div}\vec{W}_n(0) = 0$, при этом граничные условия могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \frac{\partial u_n(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0.$$

При $r = R$ в плазму не поступает внешнее излучение, и поток энергии внутри границы поля:

$$\left. \frac{1}{3\bar{k}_n} \frac{\partial u_n(r)}{\partial r} \right|_{r=R} = -\frac{u_n(R)}{2}.$$

Соответственно, решение данного уравнения с учетом граничных условий будет иметь вид

$$u_n(r) = -\frac{4\pi\sqrt{3}B_n(r)}{2I_1(\sqrt{3}\bar{k}_n R) + \sqrt{3}I_0(\sqrt{3}\bar{k}_n R)} \times I_0(\sqrt{3}\bar{k}_n r) + 4\pi B_n(r).$$

А поток энергии излучения определяем как

$$\begin{aligned} \text{div}\vec{W}_n(r) &= 4\pi\bar{k}_n B_n(r) - \bar{k}_n u_n(r) = \\ &= \frac{4\pi\sqrt{3}\bar{k}_n B_n(r)}{2I_1(\sqrt{3}\bar{k}_n R) + \sqrt{3}I_0(\sqrt{3}\bar{k}_n R)} I_0(\sqrt{3}\bar{k}_n r). \end{aligned}$$

Для вычисления средней дивергенции целого сечения дуги необходимо суммировать части кругового сечения цилиндра плазмы и поделить на площадь этого же сечения:

$$\begin{aligned} (w_{\text{avg}})_n &= \frac{2\pi}{\pi R^2} \int r \text{div}\vec{W}_n(r) dr = \\ &= \frac{2}{R} \frac{4\pi B_n(r)}{2I_1(\sqrt{3}\bar{k}_n R) + \sqrt{3}I_0(\sqrt{3}\bar{k}_n R)} I_1(\sqrt{3}\bar{k}_n R). \end{aligned}$$

Суммирование по всем частотным группам дает так называемую величину net emission:

$$\text{div}\vec{W}_R = w_{\text{avg}} = \sum_n (w_{\text{avg}})_n.$$

На рис. 3 представлено сравнение величин net emission, рассчитанных с помощью планковского среднего и росселандова среднего коэффициентов поглощения для 4 разных радиусов цилиндрической плазмы.

Анализ применения различных методов аппроксимации при решении уравнения переноса энергии излучения показал, что росселандово среднее дает меньшие величины net emission, чем использование в расчетах планковского среднего, поскольку росселандово среднее не учитывает влияния пиков поглощения реального спектра.

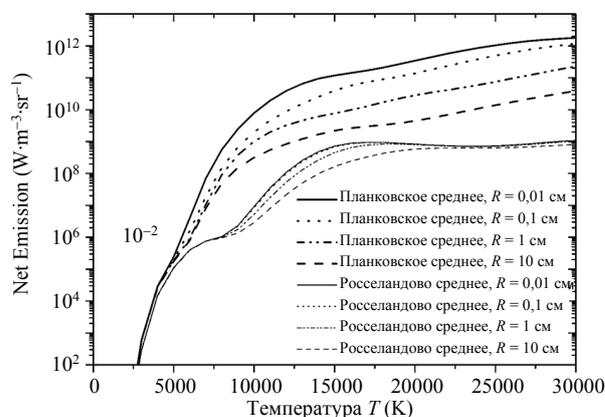


Рис. 3. Net emission изотермической цилиндрической плазмы разной толщины [8]

Библиографические ссылки

1. Gross B., Havelka O. Elektrické přístroje II. – VUT, Brno, 1980.
2. Coufal O. Database system of thermodynamic properties of individual substances at high temperatures // J. Phys. D : Appl. Phys. – 2005. – No. 38. – P. 1265–1274.
3. Coufal O. URL: <http://www.feec.vutbr.cz/~coufal>.
4. Aubrecht V., Bartlova M. Radiation transfer in air thermal plasmas // In Proc. of XVIIth Symposium on Physics of Switching Arc. Brno, 2005. – P. 9–12.
5. Pomraning G. C. The Equations of Radiation Hydrodynamics. – New York : Dover Publications, 2005.
6. Bogatyreva N. Planck and Rosseland Means of Absorption Coefficients in Air // In Proceedings of the 16th Conference STUDENT EEICT 2010. – Vol. 5. – Brno : NOV PRESS, s.r.o, 2010. – P. 74–78.
7. Четверушкин Б. Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. – М. : Наука, 1985.
8. Bogatyreva N. Multigroup Method of the Solution of Radiation Transfer // In Proceedings of the 17th Conference STUDENT EEICT 2011. – Vol. 3. – Brno : NOV PRESS, s.r.o., 2011. – P. 311–315.
9. Aubrecht V., Bartlova M. Net emission coefficients of radiation in air and SF6 thermal plasmas // Plasma Chem. Plasma Process. – 2009. – No. 29, – P. 131–147.
10. Gleizes A., Naghizadeh-Kashani Y., Cressault Y. Net emission coefficient of air thermal plasmas // J. Phys. D : Appl. Phys. – 2002. – No. 35. – P. 2925–2934.
11. Aubrecht V., Protasevich E. T. Radiative Transport of Energy in SF6 Arc Plasma. – Tomsk, 2000.

M. Bartlová, doc. RNDr., PhD, Brno University of Technology, Czech Republic
N. N. Bogatyreva, PhD Student, Brno University of Technology, Czech Republic

Radiation Energy Transfer in Arc Plasma

The article deals with the approximation method which is used to solve the equation of transfer radiation energy in cylindrical thermal arc plasma. The frequency-dependent variables of the equation of radiation transfer and net emission values are calculated by means of the multigroup method and average magnitudes which are determined by two different ways such as Planck and Rosseland means methods.

Key words: electric arc, absorption coefficient, radiation transfer, Planck and Rosseland means.