The system of computer and imitating modeling of the composites, including techniques of realization of numerical and natural experiment, methods of modeling of structurization, algorithms and a complex of the programs is offered. The system allows establishing influence of the basic mix and technology factors on process of liophilic disperse systems structurization and confirming adequacy of the received qualitative analytical decisions.

Key words: mathematical model, modeling, quality management, computer modeling, multicriterion synthesis, structurization (structure-forming), composite materials.

УДК 656.13

И. Н. Ефимов, доктор технических наук, профессор, Чайковский технологический институт (филиал) Ижевского государственного технического университета
А. В. Деревнин, аспирант, Чайковский технологический институт (филиал) Ижевского государственного технического университета

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ С ПОМОЩЬЮ СЕТЕВЫХ ЗАДАЧ

Показано использование теории графов для описания дорожной сети в городских условиях, проведение необходимых натурных экспериментальных исследований и численный анализ построенной математической модели.

Ключевые слова: транспортный поток, моделирование, теория графов.

Основными негативными последствиями интенсивной автомобилизации, характерными для многих городов, являются: резкое снижение скорости движения, острый дефицит городских площадей для организации кратковременной и длительной стоянки автомобилей, транспортный шум, загрязнение окружающей среды, рост количества дорожно-транспортных происшествий [1–3].

Постоянное усложнение дорожно-транспортных условий требует непрерывного совершенствования методов и средств управления движением. В этой связи актуальными являются вопросы моделирования транспортных потоков для условий реальной городской сети, проведения экспериментальных исследований и анализа полученных результатов.

Важной характеристикой транспортной структуры является величина максимального потока дорожной сети. Для его определения представим улично-дорожную сеть как последовательность дорог и перекрестков в виде ориентированного графа [4–6]. Вершиной графа является внешняя граница перекрестка. Дуги показывают направление движения транспортного потока от одной границы перекрестка к другой (рис. 1).

Если движение транспорта в каком-либо направлении запрещено, то вершины не соединяются. Кроме того граф является циклическим, так как существует хотя бы один путь, в котором начальная вершина совпадает с конечной, при этом путь содержит как минимум одну дугу. Другими словами, существует путь, по которому можно выехать из начального пункта и вернуться обратно. Все необходимые характеристики городской сети записываются как параметры вершин или дуг графа. Маршрут, или путь представляет последовательность ребер, в котором каждые два соседних ребра имеют общую вершину.

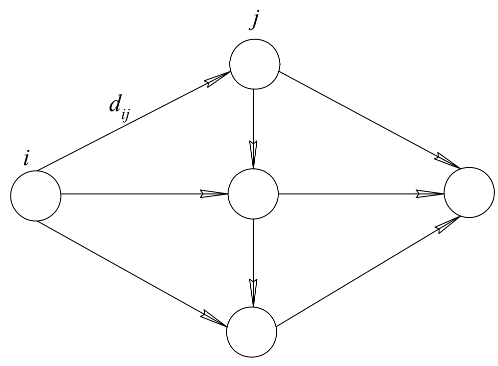


Рис. 1. Графическое представление элемента дорожной сети: i, j – вершины графа (перекрестки), d_{ij} – дуги (дороги)

Таким образом, описание транспортной сети как ориентированного графа позволяет ставить задачи определения различных показателей, характеризующих транспортную сеть и потоки на ней, описывая их как числовые функции на графе.

Пусть имеется некоторая сеть с заданной пропускной способностью дуг d_{ij} – из i-го узла в j-й узел. Необходимо так организовать движения, чтобы пропустить по сети максимальный поток из начального узла сети в конечный узел.

Обозначим через x_{ij} поток из i-го пункта в j-й пункт, $i, j = 1, 2, \ldots, n$. Математическая модель задачи имеет вид

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \to \max; \tag{1}$$

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{n} x_{ki} - \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = 0, \\ 0 \le x_{ij} \le d_{ij}, \;\; i, j = 1, 2, \ldots, n. \end{cases} \tag{2}$$

Получено 14.04.11

Ограничения (2) означают, что количество въехавшего транспорта должно быть равно количеству выехавшего [4, 5].

Рассмотрим характеристики транспортных потоков в улично-дорожной сети г. Чайковского Пермского края (рис. 2). Номерами обозначены перекрестки (вершины графа), сплошными линиями – улицы (дуги графа). Поток называется насыщенным, если любой путь из истока в сток содержит насыщенную дугу. Дуга сети называется насыщенной, если поток на этой дуге равен пропускной способности этой дуги. За вес дуги принимаем ее пропускную способность. Поток – еще одно число, приписанное дуге. Поток дуги не больше ее пропускной способности и может меняться. Поток выходит из истока и без потерь, в том же объеме заходит в сток. Условие равновесия (по объему входа и выхода) выполняется и для каждой вершины сети.

Характеристики улично-дорожной сети, включая пропускную способность улиц d_{ij}, определенные по экспериментальным методикам [7, 8], приведены в таблице.

Для решения задач (1), (2) воспользуемся алгоритмом Форда – Фалкерсона и определим максимальный поток городской сети дорог. Алгоритм состоит из расчета насыщения потока и его перераспределения [9].

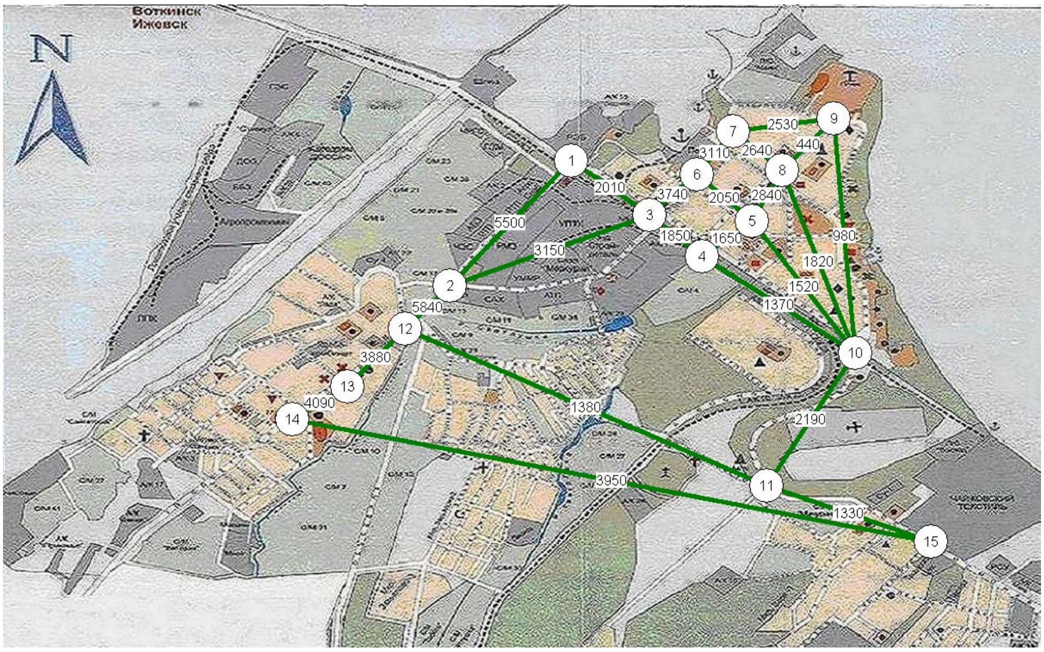


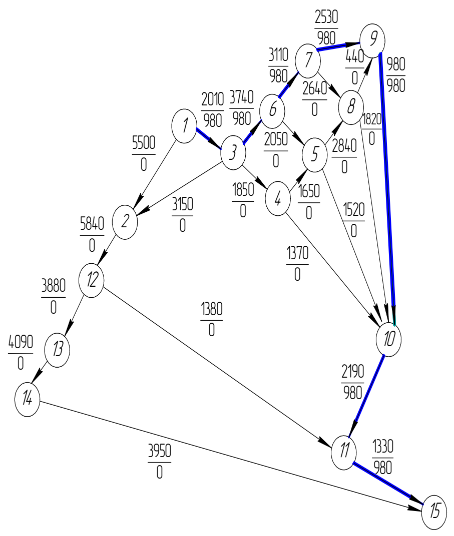
Рис. 2. Карта г. Чайковского с нанесенным на нее графом улично-дорожной сети

Характеристики дорожно-транспортной сети г. Чайковского

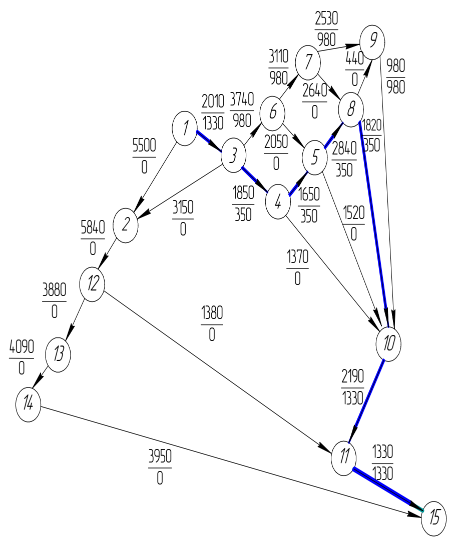
№ п/п	Дуга x_{ij}	Название улицы	Обозначение	Пропускная способность
1	$x_{1–3}$	Вокзальная	$d_{1–3}$	2010
2	$x_{1–2}$	Советская	$d_{1–2}$	5500
3	$x_{2–3}$	Промышленная	$d_{2–3}$	3150
4	$x_{2–12}$	Советская	$d_{2–12}$	5840
5	$x_{3–6}$	Приморский бульвар	$d_{3–6}$	3740
6	$x_{3–4}$	Вокзальная	$d_{3–4}$	1850
7	$x_{6–5}$	Мира	$d_{6–5}$	2050
8	$x_{4–5}$	Карла Маркса	$d_{4–5}$	1650
9	$x_{4–10}$	Вокзальная	$d_{4–10}$	1370
10	$x_{6–7}$	Приморский бульвар	$d_{6–7}$	3110
11	$x_{5–8}$	Карла Маркса	$d_{5–8}$	2840
12	$x_{5–10}$	Мира	$d_{5–10}$	1520
13	$x_{7–8}$	Ленина	$d_{7–8}$	2640
14	$x_{7–9}$	Приморский бульвар	$d_{7–9}$	2530
15	$x_{9–8}$	Карла Маркса	$d_{9–8}$	440
16	$x_{9–10}$	Кабалевского	$d_{9–10}$	980
17	$x_{8–10}$	Ленина	$d_{8–10}$	1820
18	$x_{10–11}$	Шоссе Космонавтов	$d_{10–11}$	2190
19	$x_{11–12}$	Энтузиастов	$d_{11–12}$	1380
20	$x_{12–13}$	Советская	$d_{12–13}$	3880
21	$x_{13–14}$	Советская	$d_{13–14}$	4090
22	$x_{14–15}$	Камская	$d_{14–15}$	3950
23	$x_{11–15}$	Шоссе Космонавтов	$d_{11–15}$	1330

Выделим пути и все дуги пути, которые насыщаются возможно большим потоком, который определяется из наименьшей пропускной способности дуги или по наименьшей разности между пропускной способностью и потоком в дуге. Различные пути могут иметь общие дуги. Поток, входящий в вершину, равен потоку, выходящему из нее. Поток в сети проходит по путям из истока в сток, т. е. недопустим многократный проход по отдельной дуге. Первая часть задачи считается решенной, если нет ненасыщенных дуг из истока в сток и имеется множество решений.

Рассмотрим насыщение потока в пути *а*: 1–3–6–7–9–10–11–15. Пропустим через этот путь поток, равный 980, при этом дуга (9, 10) будет насыщенная (рис. 3, *а*). Аналогично, путь *б*: 1–3–4–5–8–10–11–15 насытим потоком 350, при этом дуга (11, 15) будет насыщенная. Распределение потока отметим на графе (рис. 3). В числителе дроби обозначим пропускную способность, а в знаменателе – поток, причем числитель всегда больше знаменателя, а знаменатель может быть и нулем.



а

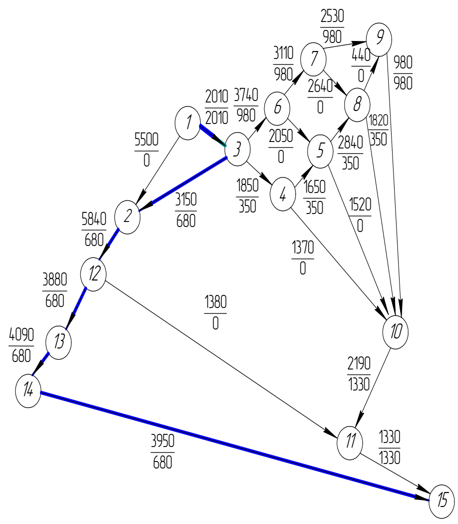


б

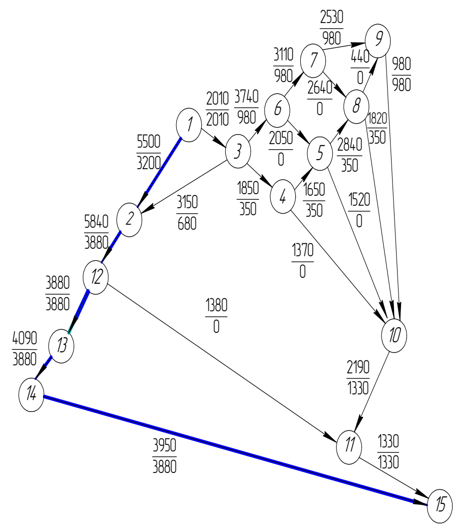
Рис. 3. Насыщение потока на графе в пути *а* и *б*

Перераспределение потока выполняется исходя из условия достижения общего по сети максимума потока. Для этого в основании графа, в котором снята ориентация дуг, разыскиваются маршруты из истока в сток, соответствующие ненасыщенным дугам, направленным вперед и непустым дугам, направленным назад. Потоки в дугах прямого направления увеличиваются на величину, на которую уменьшаются потоки в обратных дугах выбранного маршрута. При этом нельзя превышать пропускную способность дуг, направленных вперед, и допускать отрицательные потоки в обратных дугах.

Заметим, что из 1 в 15 есть еще ненасыщенные пути. Путь *а*: 1–3–2–12–13–14–15 (рис. 4, *а*), поток в котором можно увеличить на 680, при этом насытится дуга (1, 3). Путь *б*: 1–2–12–13–14–15 насытим потоком 3200. Дуга (12, 13) будет насыщенная (рис. 4, *б*).



а



б

Рис. 4. Перераспределение потока по пути *а* и *б*

Из 1 в 15 больше нет ненасыщенных путей, двигаться по дуге (1, 3) нельзя (она уже насыщена), а движение по дуге (1, 12) заканчивается в вершине 12, и выходящая из нее дуга насыщенная. Движение по дуге (1, 11) заканчивается в вершине 11, так как выходящая из нее дуга насыщенная.

На рис. 5 приведена экранная форма расчета конкретного транспортного потока с использованием программы, реализующей алгоритм Форда – Фалкерсона.

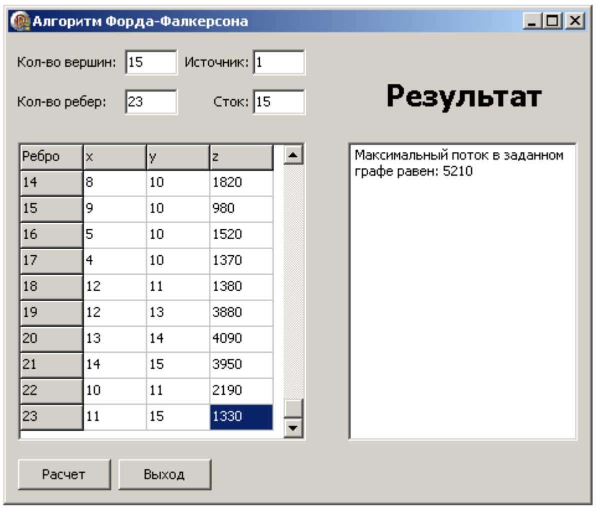


Рис. 5. Экранная форма результатов расчета максимальной пропускной способности

Поток в насыщенной сети можно определить по величине потока, выходящего из истока 1 или входящего в сток 15. Очевидно, эти числа должны быть равны. Кроме того, для проверки решения следует проверить условие сохранения потока в вершинах. Для каждой вершины суммарный входящий поток должен быть равен выходящему. В рассматриваемой транспортной сети поток равен 5210.

Таким образом, описание транспортной сети как ориентированного графа позволяет ставить задачи определения различных показателей, характеризующих транспортную сеть и потоки на ней, описывая их как числовые функции на графе. На примере г. Чайковского Пермского края с помощью графа были смоделированы транспортные потоки и найден максимальный поток.

Библиографические ссылки

1. *Бабков В. Ф.* Дорожные условия и безопасность движения : учебник для вузов. – М. : Транспорт, 1993. – 271 с.
2. *Коноплянко В. И.* Организация и безопасность дорожного движения. – М. : Высш. шк., 2007. – 383 с.
3. Экологическая и эксплуатационная безопасность подвижных транспортных средств : Сб. докл. регион. науч.-метод. конф. / под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. И. Н. Ефимова. – Чайковский : Изд-во ЧТИ (филиала) ИжГТУ, 2004. – 200 с. : ил.
4. *Глухов В. В., Медников М. Д., Коробко С. Б.* Математические методы и модели для менеджмента. – СПб. : Лань, 2000. – 480 с.
5. *Косоруков О. А., Мищенко А. В.* Исследование операций. – М. : Экзамен, 2003. – 448 с.
6. *Мовчан В. П., Артемов Н. И.* Современные методы организации дорожного движения. – Пермь : Перм. гос. техн. ун-т. – 2000. – 300 с.
7. *Клинковштейн Г. И., Афанасьев М. Б.* Организация дорожного движения. – М. : Транспорт, 1997. – 231 с.
8. *Кременец Ю. А.* Технические средства организации дорожного движения : учебник для вузов. – М. : Транспорт, 1990. – 255с. : ил.
9. *Кирсанов М. Н.* Графы в Maple : Задачи, алгоритмы, программы. – М. : Физматлит, 2007. – 168 с.

I. N. Yefimov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Tchaikovsky Institute of Technology, Branch of Izhevsk State Technical University
A. V. Derevnin, Postgraduate Student, Tchaikovsky Institute of Technology, Branch of Izhevsk State Technical University

Modeling of Transport Streams by Means of Network Problems

Use of graph theory for description of a city traffic network, full-scale studies and the numerical analysis of the constructed mathematical model are presented.

Key words: traffic stream, modeling, graph theory.