

УДК 629.783:523.3

А. В. Седельников, кандидат физико-математических наук, доцент, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ТИПА «НИКА-Т» В ПАССИВНОМ РЕЖИМЕ

Оценена вероятность захвата цепи Маркова, которая представляется выполнением условий микрогравитационного штиля, в поглощающее состояние, соответствующие режиму пассивной ориентации и непрерывной работы двигателей системы ориентации и управления движением.

Ключевые слова: микроускорения, цепь Маркова, поглощающее состояние.

Космический аппарат (КА) типа «НИКА-Т» является специализированным аппаратом технологического назначения для реализации на его борту гравитационно-чувствительных технологических процессов [1]. Поэтому орбитальная ориентация таких аппаратов является актуальной задачей. С одной стороны, высокая энергоёмкость проводимых процессов требует жесткой ориентации панелей солнечных батарей (ПСБ) на Солнце, с другой – успешное проведение гравитационно-чувствительных процессов на участке активной ориентации КА невозможно [2].

Моделирование выполнения условий микрогравитационного штиля цепью Маркова [3] предполагает оценку вероятности перехода этой цепи в поглощающее состояние. Это состояние означает, что время критической разориентации КА бесконечно. При решении практической задачи с учетом ограничения срока активного существования КА для реализации поглощающего состояния можно говорить о выполнении условия

$$t_{кр} \geq t_a, \quad (1)$$

где $t_{кр}$ – время критической разориентации КА, т. е. время поворота на критический угол разориентации, при достижении которого срабатывают двигатели системы ориентации и управления движением (УРД), а участок пассивной ориентации КА сменяется участком активной ориентации; t_a – срок активного существования КА.

Для оценки вероятности захвата в поглощающее состояние в работе предлагается рассмотреть КА типа «НИКА-Т». Проектные требования к ориентации КА предполагают [1]

$$\cos \alpha \geq 0,9, \quad (2)$$

где α – угол между нормалью к ПСБ и направлением на Солнце – угол разориентации. Отсюда критическое значение угла разориентации $\alpha_{кр} \approx 25,842^\circ$. Срок активного существования КА типа «НИКА-Т» составлял [1] $t_a = 120$ сут. При $\alpha_0 = 0$ и равномерном вращении КА вокруг центра масс максимальное

значение угловой скорости разориентации можно оценить как

$$\omega_m = \frac{\alpha_{кр}}{t_a} \approx 2,49 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ/\text{с}^2. \quad (3)$$

Диапазон модулей угловых скоростей $\omega \leq \omega_m$ обеспечивает выполнение условия (1), т. е. является благоприятствующим наступлению события A , заключающегося в захвате в поглощающее состояние, после которого УРД КА в период его активного существования больше включаться не будут.

Эволюция КА вокруг центра масс хорошо изучена в плане оценок угловых скоростей вращения КА. В качестве наиболее известных работ можно привести работы под руководством В. В. Сазонова (ИПМ им. Келдыша РАН), например [4, 5]. Эти и другие исследования позволяют оценить предельную угловую скорость вращательного движения КА на участке пассивной ориентации как $\omega_{max} = 0,2 \text{ }^\circ/\text{с}^2$. Считая все значения ω равновероятными, можно получить оценку вероятности захвата:

$$P(A | \alpha_0 = 0) = \frac{\omega_m}{\omega_{max}} \approx 1,25 \cdot 10^{-5}. \quad (4)$$

При $\alpha_0 > 0$ $P(A)$ будет убывать для $\omega = \text{const}$ по линейному закону до нуля при $\alpha_0 = \alpha_{кр}$, поэтому

$$P(A) \approx (-2,772\alpha_0 + 1,25) \cdot 10^{-5}, \quad (5)$$

где значение α_0 выражено в радианах.

Согласно (5) максимальное значение $P(A)$ при $\alpha_0 = -\alpha_{кр}$ вдвое превысит (4). Оценкой (5) на практике можно пользоваться в случае возмущений, действующих на КА в режиме пассивной ориентации. Причем речь идет о вероятности захвата после первого участка активной ориентации. По мере эксплуатации КА срок его активного существования уменьшается, следовательно, после каждого нового участка активной ориентации значение $P(A)$ изменяется. Оценим его с учетом вышесказанного, сохранив гипотезу $\omega = \text{const}$. Для упрощения будем полагать,

что УРД включаются равномерно, т. е. временные длины участков пассивной ориентации одинаковы. Эта гипотеза практически не влияет на точность оценки в штатном режиме работы КА, однако в нештатных ситуациях, например [6], она несправедлива. Тогда выражение (3) нужно записать в виде

$$\omega_m = \frac{\alpha_{кр}}{t_a - n\Delta t}, \quad (6)$$

где Δt – временная длина участка пассивной ориентации; n – натуральное число, равное числу включений УРД. Причем $n_{\max} = N - 1$, где N – общее число включений УРД, поскольку $n = N$, КА вырабатывает срок активного существования, а знаменатель (6) обращается в нуль. Для рассматриваемого случая

$$\omega_m = \frac{25,842}{1,0368 \cdot 10^7 - n\Delta t}.$$

Подставляя в (4), получим:

$$P(A) = \frac{129,21 - 286,467\alpha_0}{1,0368 \cdot 10^7 - n\Delta t}. \quad (7)$$

Анализ (7) показывает, что при включении УРД один раз в сутки перед последним включением двигателей максимальная вероятность захвата может быть оценена как

$$P(A) \approx 3 \cdot 10^{-3}. \quad (8)$$

В случае значимого силового поля, действующего на КА в процессе орбитального полета, возможна оценка максимальной вероятности захвата для стационарного поля. Очевидно, что при замедленном вращении разориентация КА будет более длительной, поэтому рассмотрим закон вращения

$$\alpha = \alpha_0 + \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

и оценим максимальное угловое ускорение, при котором $P(A) \neq 0$. Для этой цели сделаем подстановки: $\alpha = -\alpha_0 = \alpha_{кр}$, $\omega_0 = \omega_{\max}$, $t = t_a$ и получим, что $\varepsilon_{\max} \approx 3,858 \cdot 10^{-8} \text{ } ^\circ/\text{с}^2$. Такое угловое ускорение соответствует возмущающему моменту стационарного силового поля, действующему на КА типа «НИКА-Т»:

$$M_B^{кр} = I\varepsilon_{\max} \approx 1,084 \cdot 10^{-5} \text{ Н}\cdot\text{м}, \quad (9)$$

где I – осевой момент инерции КА.

При $M_B > M_B^{кр}$ после первого включения УРД $P(A) = 0$. Для значимого стационарного силового поля можно получить выражение, аналогичное (5), для вероятности захвата, преобразовав (1) с учетом равнозамедленного вращения:

$$\frac{-\omega + \sqrt{\omega^2 + 2\varepsilon(\alpha - \alpha_0)}}{\varepsilon} \geq t_a,$$

откуда угловое ускорение при $\alpha = -\alpha_0 = \alpha_{кр}$

$$\varepsilon \leq 2 \frac{\alpha - \alpha_0 - \omega t_a}{t_a^2} \approx 1,68 \cdot 10^{-14} - 1,93 \cdot 10^{-7} \omega. \quad (10)$$

Рассматривая (10), следует иметь в виду, что ε должно быть больше порога значимости, чтобы говорить о значимом силовом поле, не позволяющем корректно использовать оценку (5). Можно предложить и оценку этого порога для рассматриваемого случая, считая, что пренебрегать воздействием внешнего силового поля следует, если $\Delta\omega \leq 0,5\omega_{\max}$,

т. е. $\varepsilon_{\min} = \frac{0,5\omega_{\max}}{t_a} \approx 9,65 \cdot 10^{-9} \text{ } ^\circ/\text{с}^2$. Соответствующий этому ускорению возмущающий момент стационарного силового поля может быть оценен как

$$M_B^{\min} = I\varepsilon_{\min} \approx 2,712 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{м}. \quad (11)$$

Если оказываемое на КА силовое воздействие меньше (11), то оно незначимо, поэтому для оценки вероятности можно использовать (5).

Таким образом, формируемая оценка вероятности захвата предназначена для $M_B^{\min} \leq M_B \leq M_B^{кр}$. Воспользуемся исследованиями внешних силовых полей от различных возмущающих факторов [7–9] и положим максимально допустимое $\varepsilon_B^{\max} \approx 10^{-5} \text{ рад}/\text{с}^2$. Как и в предыдущем случае считаем все значения ε равновероятными, поэтому

$$P(A) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_B^{\max}} \leq 8,412 \cdot 10^{-10} - 1,86 \cdot 10^{-9} \alpha_0 - 1,93 \cdot 10^{-2} \omega, \quad (12)$$

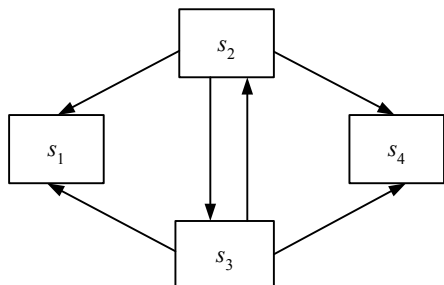
где ω – значение угловой скорости на момент включения УРД, рад/с; α_0 – начальный угол разориентации, рад. Если правая часть (12) оказывается меньше нуля, то условие $M_B^{\min} \leq M_B \leq M_B^{кр}$ не удовлетворяется и (12) не может быть использовано для оценки $P(A)$.

Для оценки максимальной вероятности захвата с помощью (12) следует положить $\alpha_0 = -\alpha_{кр}$ и $\omega = -\omega_{\max}$. Тогда $P(A) \approx 6,9 \cdot 10^{-5}$. Это значение больше чем в 2,5 раза превышает аналогичную вероятность захвата при равномерном вращении, поэтому использовать (5) в случае значимого силового поля некорректно.

Следует обратить внимание на то, что в случае экстремально интенсивного силового воздействия на КА в цепи Маркова [3] появляется еще одно поглощающее состояние s_4 (см. рис.).

Здесь приняты следующие обозначения: s_1 – поглощающее состояние с бесконечным временем разориентации; s_2 – штатное состояние (правильный сценарий по [3]), при котором между двумя последовательными включениями УРД во всех точках реализации $w_i(t)$ процесса $W_i(t)$ выполняется ограниче-

ние на модуль микроускорений (условия микрогравитационного штiria [1]); s_3 – критическое состояние (критический сценарий по [3]), при котором условия микрогравитационного штiria нарушаются хотя бы в одной точке между двумя последовательными срабатываниями УРД; s_4 – поглощающее состояние с нулевым временем разориентации.



Захват в s_4 означает принципиальную невыполнимость миссии КА ввиду полной неработоспособности системы ориентации, поскольку нулевое время разориентации означает постоянную работу УРД. Однако ограниченный запас топлива не позволит постоянно осуществлять активную ориентацию, с другой стороны, проводить процессы в период активной ориентации нельзя ввиду существенного нарушения условий микрогравитационного штiria.

На практике нулевым временем разориентации можно считать временной интервал от момента достижения $\alpha = \alpha_{кр}$ до момента включения УРД. Оценив его в 0,01 с, можно получить оценку для M_b , при котором $P(s_4) = 1$:

$$\varepsilon_3 = 2 \frac{\alpha_{кр} - \alpha_0}{t_{мин}^2} + 2 \frac{\omega_0}{t_{мин}}$$

При $\alpha_0 = -\alpha_{кр}$, $\omega_0 = \omega_{max}$ и $t_{мин} = 0,01$ с получим: $\varepsilon_3 \approx 9,021 \cdot 10^3$ рад/с². Это соответствует моменту

$$M_b^3 = I \varepsilon_3 \approx 1,452 \cdot 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (13)$$

Таким образом, в работе проведен анализ возможности захвата в поглощающее состояние, в котором КА будет находиться в режиме пассивной ориентации, предложены оценки вероятности этого за-

хвата в случае пренебрежимо малого (5) и стационарного силового поля (12), действующего на КА. Определены границы (9) и (11) применимости оценок. Рассмотрено поглощающее состояние с бесконечно малым временем разориентации и определен порог возмущающего воздействия, выше которого происходит захват в это поглощающее состояние с вероятностью 1.

Полученные результаты могут быть использованы при анализе выполнений условий микрогравитационного штiria, представленных в данной работе цепью Маркова, а также при формировании дополнительной оценки микроускорений на КА специализированного технологического назначения. Все расчеты проводились для конструктивно-компоновочной схемы одного из таких КА «НИКА-Т».

Библиографические ссылки

1. *Седельников А. В.* Проблема микроускорений: от осознания до фрактальной модели. – М.: РАН, 2010.
2. *Седельников А. В.* Проблема микроускорений: 30 лет поиска решения // Современные наукоемкие технологии. – 2005. – № 4. – С. 15–22.
3. *Седельников А. В.* Вероятностный аспект моделирования поля микроускорений // Ученые записки КурГУ. – 2010. – № 3. – С. 37–46.
4. *Сазонов В. В.* Обработка данных измерений угловой скорости и микроускорений, полученных на спутнике «Фотон-12» // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2008. – № 62.
5. Определение вращательного движения спутника «Фотон М-3» по данным измерений магнитного поля Земли / Т. Бойзенлинк [и др.] // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2008. – № 80.
6. *Седельников А. В., Корунтяева С. С., Подлеснова Д. П.* Фрактальная модель микроускорений: оценка и эксперименты на космической станции «Скайлэб» // Тр. 3-го Междунар. форума «Актуальные проблемы современной науки». Естественные науки. – Ч. 3. Механика. Машиностроение. – Самара: Изд-во СамГТУ, 2007. – С. 105–109.
7. Определение движения орбитальных комплексов «Салют-6» и «Салют-7» относительно центра масс в режиме гравитационной ориентации по данным измерений / В. А. Сарычев [и др.] // Препринт ИПМ АН СССР. – 1983. – № 88. – С. 1–8.
8. Определение микроускорений на орбитальных комплексах «Салют-6» и «Салют-7» / В. А. Сарычев [и др.] // Космические исследования. – 1986. – Т. XXIV. – № 3. – С. 337–344.
9. *Березин И. А., Сазонов В. В., Стажков В. И.* Расчет микроускорений на орбитальном комплексе «Мир» // Тр. XXV Чтений К. Э. Циолковского. – М., 1991. – С. 22–31.

A. V. Sedelnikov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Samara Aerospace State University

Estimating the Probability of Type “Nika-T” Spacecraft Orientation in a Passive Mode

The probability of capture of the Markov chain, by which Microgravity calm conditions are realized, into absorbing states corresponding to the passive orientation mode and continuous operation of orientation motor systems and motion control is estimated.

Key words: microacceleration, Markov chain, absorbing state.

УДК 539.3+534.1

В. П. Тарануха, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет
В. Е. Лялин, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДИСКОВ УСТРОЙСТВ ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ, ОСНОВАННАЯ НА МЕТОДЕ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Приводятся конечно-разностные уравнения собственных колебаний для характерных точек сетки, сочетающих неоднородные граничные условия. Для решения указанной задачи использована полурегулярная радиальная сетка (регулярная по углу φ и нерегулярная по радиусу r).

Ключевые слова: устройства хранения данных, собственные колебания диска.

Диски устройств резервного копирования и хранения информации идентифицируются круглыми тонкими пластинами [1].

Задачи о колебаниях круглых пластин при неоднородных граничных условиях возникают в связи с проблемой конструктивной настройки отдельных составляющих спектра собственных колебаний пластины на определенные частоты. Такая настройка на нерезонансные частоты может быть осуществлена регулированием условий закрепления пластин на внутреннем или наружном контуре.

Некоторые подобные задачи, по-видимому, могут быть решены методом Галеркина, Ритца и другими вариационными методами, если записать исходную функцию, в форме которой ищется решение с помощью R -функций Рвачева В. Л. [2–4] в виде, удовлетворяющем геометрическим граничным условиям. Для этого должен быть составлен логический предикат существования функции, который затем выражается аналитически через R -функции.

Однако это (для сложного неоднородного контура) часто приводит к громоздким выражениям для исходной функции, что затрудняет решение задачи в целом.

Метод сеток лишен многих недостатков, свойственных другим приближенным методам, и универсален при решении динамических задач для неоднородных граничных условий сложного вида [5].

В настоящей работе приводятся выражения в конечных разностях для уравнений собственных колебаний круглых тонких изотропных пластинок (дисков) при точной записи выражений для контурных точек (уточненные уравнения) с исключенными законтурными точками. Конечно-разностное уравнение для приведенной поперечной силы на контуре диска ($Q_L = 0$) использовано для исключения второго ряда законтурных точек. Законтурные точки первого ряда исключены с помощью конечно-разностного выражения для уравнения изгибающего момента на контуре ($M_L = 0$). Приводятся формулы для исключения законтурных точек.

При решении указанной задачи использована радиальная (полярная) полурегулярная сетка (регуляр-

ная по углу φ и нерегулярная по радиусу r). Применение полурегулярной радиальной сетки вызвано формой пластинки и условием концентрации массы элементарных площадок в центре тяжести площадки, вызывающим неравномерное расположение точек по радиусу (рис. 1).

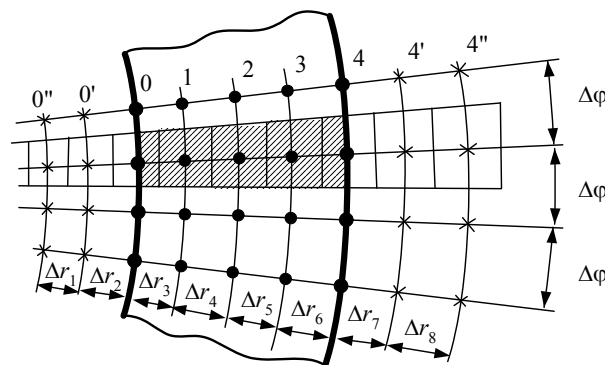


Рис. 1. Расположение точек в полурегулярной радиальной сетке

В случае круглой пластинки построение регулярной сетки требует предварительного решения системы уравнений для установления размеров площадок, дающих регулярный шаг сетки вдоль радиуса r .

Составлены уравнения для характерных точек, сочетающих различные неоднородные граничные условия.

Рассматриваются круглые тонкие пластинки при малых деформациях. Уравнение собственных колебаний таких пластинок для точки i сетки можем записать в виде [6]

$$s_i \nabla \nabla w_i - \lambda_i w_i = 0, \quad (1)$$

$$\text{где } \lambda_i = (\mu_i / D) p^2 = \left[(2\pi)^2 / D \right] \mu_i f^2, \quad (2)$$

$$D = Eh^3 / [12(1 - \sigma^2)], \quad \mu_i = \mu s_i = (\gamma / g) h s_i.$$

Здесь и в дальнейшем приняты следующие обозначения: $\nabla \nabla$ – бигармонический оператор; r , φ –