

УДК 621.73

И. Б. Покрас, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Э. Р. Ахмедзянов, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ОСОБЫХ ТОЧЕК ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Предложена методика решения проблемы сингулярных (особых) точек, возникающей при моделировании пластического формоизменения методом конечных элементов. Методика основана на формировании окрестности контактной поверхности штамповочного инструмента, попадая в которую узел ведет себя как принадлежащий контактной поверхности, что допустимо ввиду изначальной неточности ее построения средствами САПР. Данный подход позволяет уменьшить количество моделируемых этапов деформации и сократить время моделирования.

Ключевые слова: горячая объемная штамповка, моделирование пластического формоизменения, метод конечных элементов, особая точка.

При разработке технологии объемной штамповки достаточно сложно оценить эффективность предлагаемых проектных решений без проведения дорогостоящего экспериментального исследования. Применение математического моделирования пластической деформации позволяет получить необходимую информацию о влиянии различных параметров технологического процесса на формоизменение и подобрать такие их значения, которые в максимальной степени соответствовали бы предъявляемым требованиям, а также убедиться в отсутствии дефектов. В настоящее время для решения таких задач чаще всего применяются метод конечных элементов (МКЭ) и метод граничных элементов (МГЭ). Теоретические основы использования МКЭ и МГЭ для решения задач обработки металлов давлением (ОМД) были заложены в работах, посвященных применению вариационных методов к задачам теории ОМД. Подробное изложение основных аспектов их применения можно найти в монографии [1].

Несмотря на то, что существует ряд известных программных пакетов в этой области (QForm, DEFORM и др.), опирающихся на МКЭ, исследования в данном направлении все еще актуальны, так как практически отсутствуют интегрированные пакеты, позволяющие в автоматическом режиме разрабатывать технологию, штамповочный инструмент и проводить математическое моделирование.

Помимо основной задачи моделирования, которая, как правило, сводится к минимизации нелинейного вещественного функционала, приходится решать ряд сопутствующих проблем, одной из которых является моделирование движения узла сетки конечных элементов вдоль границы инструмента. Для удобства вместо перемещений принято рассматривать скорости узлов сетки: пару (u_i, v_i) для двумерных задач и тройку (u_i, v_i, w_i) для трехмерных. Тра-

диционный метод учета непроницаемости границы инструмента заключается в алгебраическом исключении одной (для двумерных задач) или двух (для трехмерных) компонент скоростей в узле на контактной поверхности и соответствующей модификации матрицы жесткости элемента.

В большинстве технологических задач моделирования штамповки существуют области, в которых направление течения металла меняется резко. Такие места принято называть сингулярными (особыми) точками (рис. 1). При этом можно выделить два типа особых точек: внутренние (т. А на рис. 1) и внешние (т. Б на рис. 1). Если по внутренней точке достаточно решить вопрос о ее переводе на другой отрезок контактной поверхности и соответствующем изменении условий трения, то по внешней дополнительно необходимо установить, происходит ли отрыв материала деформируемой заготовки от поверхности инструмента.

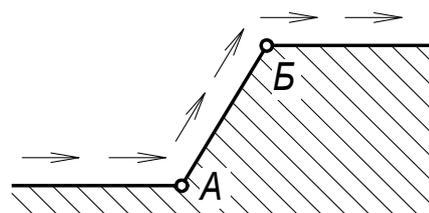


Рис. 1. Резкое изменение направления течения металла в особых точках

Подобные точки возникают вследствие приближенного, упрощенного описания криволинейной границы инструмента в виде кусочно-линейной кривой (рис. 2) или полигональной поверхности (рис. 3). Такое ограничение может быть выбрано для упрощения программной реализации, продиктовано форматом входных файлов или же возможностями базовой САПР, являющейся источником геометрии для встроенной подсистемы моделирования пластиче-

ского формоизменения. Так, на рис. 3 показана триангуляция поверхности, сформированная в САПР КОМПАС-3D, применяемой авторами для автоматизированного проектирования трехмерных моделей инструмента и последующего моделирования формоизменения.

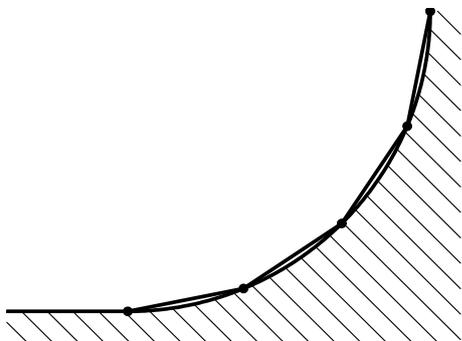


Рис. 2. Кусочно-линейная аппроксимация дуги

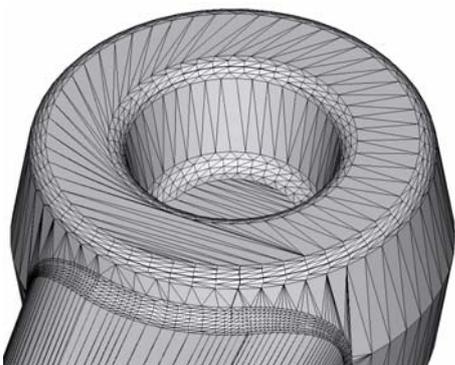


Рис. 3. Описание пространственной геометрии полигональной поверхностью

Существуют различные методы решения проблемы прохождения узла через особую точку и его движения по поверхности, каждый из которых характеризуется своими преимуществами и недостатками. Один из способов преодоления этих трудностей – рассматривать очень тонкие или просто малые элементы вокруг особой точки, что ведет к общему увеличению количества элементов и росту времени для просчета этапа деформации. В работе [2] предложено использовать четырехугольный элемент с двумя близко расположенными узловыми точками, которые лежат на разных отрезках границы и, соответственно, движутся в разных направлениях, но рассматриваются как один узел, обладающий двумя скоростями.

В системе моделирования пластического формоизменения *QForm* применяется сетка, состоящая из линейных элементов внутри области и криволинейных на ее границе, а также перестроение сетки конечных элементов на каждом шаге, что может вести к накоплению погрешности. Дальнейшие подробности реализации решения описанной проблемы неизвестны ввиду общей закрытости информации по данному коммерческому продукту.

Для удовлетворения условия непроницаемости инструмента и решения проблемы особых точек в ра-

боте [1] используется метод штрафных функций, в соответствии с которым к минимизируемому функционалу необходимо добавить компонент, резко возрастающий при приближении узла на поверхности заготовки к инструменту. Реализация данного перспективного пути усложняет решение задачи и влияет на поведение узлов при приближении к инструменту.

В ранней работе авторов [3] применен алгоритм, в котором при прохождении узлом особой точки и внедрении в инструмент вычислительный процесс возвращается в момент попадания узла в особую точку, и далее узел переводится на следующий отрезок границы. Элемент, проходя особую точку, дробится и в дальнейшем снова собирается для однозначного определения условий трения в узлах на контактной поверхности. Основными недостатками данного подхода являются значительное увеличение количества этапов деформации и возможность обратного перемещения узла в особой точке после смены граничных условий.

Таким образом, критериями методики рационального решения проблемы особых точек являются:

- малое влияние на количество этапов деформации;
- стабильность направления перемещения узла сетки в особой точке;
- отсутствие необходимости модификации основного функционала;
- сохранение условия постоянства объема деформируемой заготовки;
- возможность применения при двумерном и трехмерном моделировании формоизменения.

Проблеме особых точек сопутствует вопрос о переходе узлов сетки КЭ со свободной поверхности заготовки на контактную и обратно. Рационально решать их совместно в рамках одной методики.

Обозначим как $P = P_I \cup P_S \cup P_F$ множество всех узлов сетки конечных элементов, где P_I – внутренние узлы сетки; P_S – узлы сетки на контактной поверхности штамповочного инструмента; P_F – узлы на свободной поверхности, взаимодействующие только с внешней средой (воздухом).

Внутренние узлы $p \in P_I$ не могут выйти на контактную или свободную поверхности и потому не представляют интереса. Узлы $p \in P_S$ движутся вдоль контактной поверхности и могут оторваться от нее только во внешней особой точке (рис. 1, т. Б). Узлы $p \in P_F$ могут перейти на контактную поверхность при пересечении границы штамповочного инструмента.

Граница штамповочного инструмента S представляет собой кусочно-линейную функцию (рис. 2)

в двумерном пространстве $S = \bigcup_{i=1}^{N_i} l_i$ или полигональную поверхность, состоящую из треугольников

$S = \bigcup_{i=1}^{N_i} t_i$ (рис. 3) при трехмерном моделировании.

Введем понятие окрестности контактной поверхности инструмента. Пусть δ – некоторое малое положительное число. Окрестностью контактной поверхности назовем множество точек, удаленных от S менее чем на δ : $O_\delta(S) = \{p : \rho(p, S) < \delta\}$ (ρ – расстояние между объектами). Множество точек, удаленных от некоторой особой точки $q_j \in S$ менее чем на δ , $O_\delta(q_j) = \{p : \rho(p, q_j) < \delta\}$, является окрестностью данной особой точки. Пример окрестностей контактной поверхности и особых точек в двумерной области показан тонкой линией на рис. 4.

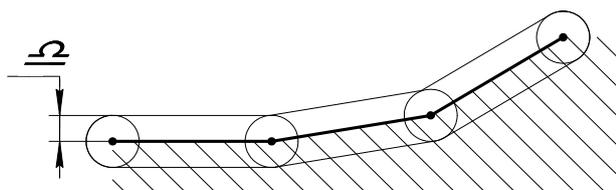


Рис. 4. Окрестности контактной поверхности и особых точек

На этапе деформации n метод конечных элементов позволяет определить для некоторого узла p_i пару его скоростей (u_i^n, v_i^n) для двумерных задач и тройку (u_i^n, v_i^n, w_i^n) для трехмерных. За время Δt узел перейдет из положения p_i^{n-1} в положение p_i^n , в результате может измениться его положение относительно контактной поверхности S^n . Рассмотрим возможные варианты взаимодействия.

В случае, если узел со свободной поверхности не попадает в окрестность границы, и отрезок, соединяющий предыдущее и текущее положения узла, не пересекает границу: $p_i^{n-1} \in P_F^{n-1} \& p_i^n \notin O_\delta(S^n) \& [p_i^{n-1}, p_i^n] \cap S^n = \emptyset \Rightarrow p_i^n \in P_F^n$, то никаких манипуляций с узлом не требуется (рис. 5, а).

В случае, если узел со свободной поверхности попадает в окрестность границы, включая окрестность особой точки, то считаем, что он переходит на контактную поверхность $p_i^{n-1} \in P_F^{n-1} \& p_i^n \in O_\delta(S^n) \Rightarrow p_i^n \in P_S^n$ и на последующих этапах будет перемещаться внутри $O_\delta(S)$ (рис. 5, б).

В случае, если узел со свободной поверхности проходит окрестность контактной поверхности насквозь, то необходимо выбрать длительность этапа деформации Δt^n такой, чтобы он завершился в момент пересечения узлом границы, и узел перешел на контактную поверхность $p_i^{n-1} \in P_F^{n-1} \& p_i^n \notin S^n \& ([p_i^{n-1}, p_i^n] \cap S^n \neq \emptyset) \Rightarrow p_i^n \in P_S^n$ (рис. 5, в).

Узлы, находящиеся в окрестности контактной поверхности, но не вошедшие в окрестность особой

точки $p_i^{n-1} \in O_\delta(S^{n-1}) \& p_i^{n-1} \notin O_\delta(q_j^{n-1})$, должны перемещаться к ближайшей по направлению движения особой точке q_j^n (рис. 5, г). При этом если скорость узла велика или выбран длинный этап деформации, узел может покинуть окрестность контактной поверхности $O_\delta(S)$ и попасть в инструмент. В этом случае необходимо выбрать длительность этапа деформации Δt^n такой, чтобы он завершился в момент прохождения узлом особой точки (рис. 5, д).

При попадании узла в окрестность внутренней особой точки $p_i^{n-1} \in O_\delta(q_j^{n-1})$ следует перенаправить его к одной из соседних особых точек q_{j-1}^n или q_{j+1}^n . Основанием выбора одной из точек является меньшее значение угла между вектором скорости узла и векторами, направленными из особой точки q_j^n к точкам q_{j-1}^n и q_{j+1}^n . Например, условием для выбора q_{j+1}^n является (рис. 5, е)

$$\angle \left(\overline{(q_j^n, q_{j+1}^n)}, \overline{(u_i^n, v_i^n)} \right) < \angle \left(\overline{(q_j^n, q_{j-1}^n)}, \overline{(u_i^n, v_i^n)} \right).$$

В случае прохождения узла сетки через окрестность внешней особой точки (рис. 5, ж) необходимо определить, продолжит он движение вдоль контактной поверхности (направление 1) или оторвется от инструмента и перейдет на свободную поверхность (направление 2). Для решения этого вопроса предлагается выполнить «холостой ход» без перемещения узлов сетки, в ходе которого считается, что узел принадлежит свободной поверхности. Если найденный вектор скорости узла направлен к инструменту, то узел продолжит движение по контактной поверхности, в противном случае происходит отрыв.

Важным моментом является определение величины окрестности контактной поверхности δ . Данный параметр должен быть очень мал, чтобы не исказить ход процесса деформации, и напрямую зависит от скорости деформирующего инструмента, например, скорости верхнего штампа. Кроме того, он должен быть постоянным на протяжении всего процесса моделирования. Поэтому принимаем $\delta = k_\delta \cdot |V_u^0| \cdot \Delta t^0$, где V_u^0 – скорость инструмента в начальный момент деформации; Δt^0 – длительность этапа деформации в этот же момент; k_δ – коэффициент величины окрестности. Опытным путем было установлено, что оптимальными значениями параметра являются $k_\delta = 0,03 \dots 0,05$.

Описанный выше способ решения проблемы особых точек хорошо зарекомендовал себя на практике: он не ведет к появлению новых элементов и новых узлов сетки, не увеличивает ширину ленты матрицы жесткости и не оказывает влияния на вид минимизи-

руемого функционала. Таким образом, он соответствует поставленным выше требованиям. При сравнении с методом, изложенным в [3] удалось добиться сокращения количества этапов деформации

на 30-40 % и соответствующего ускорения расчетов. Кроме того, выросла стабильность вычислительного процесса, выразившаяся в сокращении случаев возникновения этапов малой и нулевой длины.

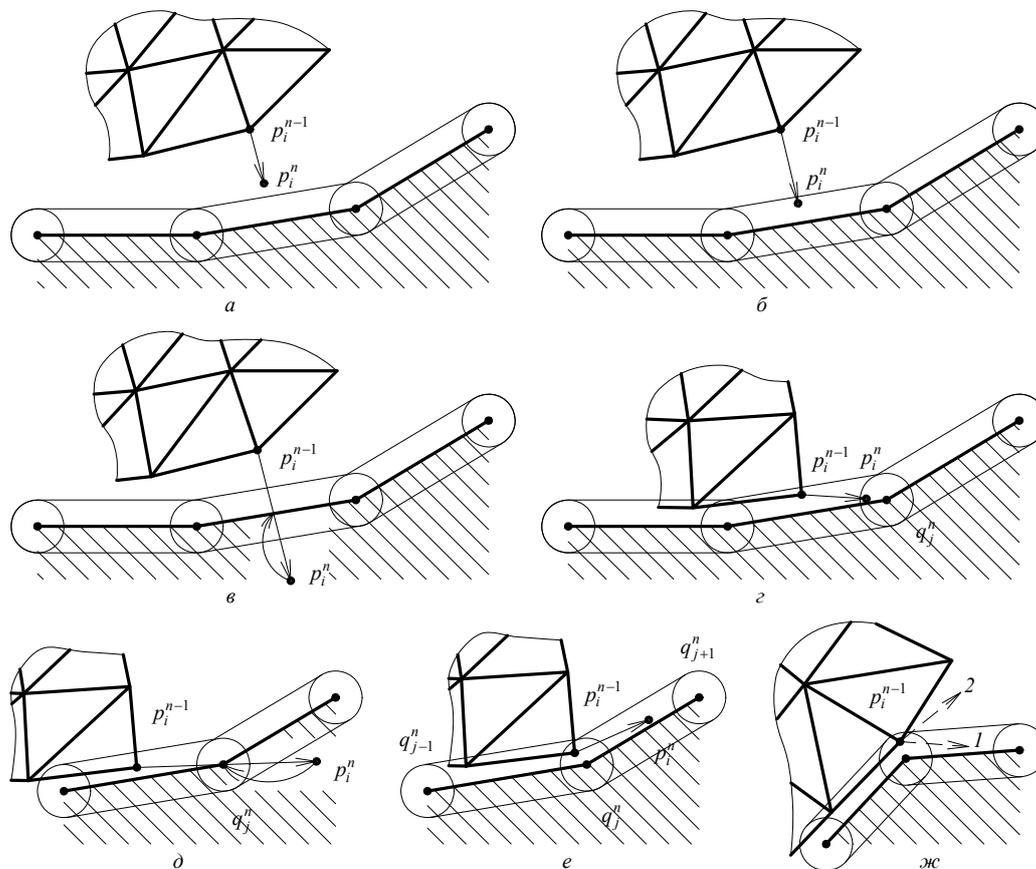


Рис. 5. Варианты взаимодействия узла сетки с контактной поверхностью

Библиографические ссылки

1. Компьютерное моделирование процессов обработки металлов давлением : Численные методы / В. Н. Данченко, А. А. Миленин, В. И. Кузьменко, В. А. Гринкевич. – Днепропетровск : Системные технологии, 2005. – 448 с.

2. Теория пластических деформаций металлов / Е. П. Унксов, У. Джонсон, В. Л. Колмогоров [и др.]. – М. : Машиностроение, 1983. – 598 с.

3. Ахмедзянов Э. Р. Особенности моделирования горячей объемной штамповки поковок с вытянутой осью // Вестник ИжГТУ. – 2001. – Вып. 2. – С. 37–40.

I. B. Pokras, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

E. R. Akhmedzyanov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Methods of Solving the Problem of Singular Points in the Simulation of Plastic Forming by Finite Element Method

The technique of solving the problem of singular points arising in the simulation of plastic forming by finite element method is offered. This technique is based on the formation of neighborhood of tool contact surface. When getting into this area, the node behaves as belonging to the tool contact surface that is acceptable because of initial mistakes of its construction by CAD tools. This approach reduces the number of simulated stages of deformation and cuts down the simulation time.

Key words: forging process, modeling of plastic deformation, finite element method, singular point.