

УДК 539.37

А. В. Алиев, доктор физико-математических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

А. А. Калинин, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

А. Е. Калинин, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Представлена процедура оптимизации толщин компонентов заземленной по контуру прямоугольной трехслойной пластины при нагружении ее равномерным давлением, действующим по лицевой поверхности пластины. Поставленная задача решается численным методом конечных элементов. Показано изменение толщин слоев пластины, ее суммарного объема, максимального напряжения и прогиба нагруженного слоя пластины в зависимости от числа итераций процесса оптимизации.

Ключевые слова: процесс оптимизации, прямоугольная пластина, равномерное давление, метод конечных элементов, оптимальные параметры толщины компонентов.

Для защиты различных конструкций (например, автомобилей, самолетов, строительных конструкций и т. п.) от действия взрывной волны, которая образуется при возможном контакте объекта с самодельным взрывным устройством (СВУ) или грунтовой миной, часто используются многослойные пластины из разнородных материалов (сталь, металлическая или полимерная пена, минеральная вата и т. п.) [1–3]. В [4] показано, в частности, что в случае трехслойной цилиндрической пластины с промежуточным слоем из алюминиевой пены максимальное значение ускорения верхнего центрального узла пластины значительно меньше по сравнению с аналогичной по толщине монолитной пластиной, а максимальное перемещение этого узла составляет всего 3,5 мм. Это свидетельствует о том, что такую пластину можно использовать в качестве эффективного конструкционного средства для защиты соответствующих объектов (оборудование, приборы, экипаж автомобиля или другого транспорта и т. п.) от действия взрывной волны.

Постановка задачи. Рассмотренная в [4] пластина, представляющая собой модель днища транспортного средства, способна защитить экипаж от воздействия взрывной волны. Ее габаритные размеры, в частности толщина, являются важными при проектировании автомобиля и его подвески. Оптимальное соотношение толщин слоев пластины с промежуточным слоем из мягкого легко деформируемого материала является определяющим фактором при оценке эффективности защиты конструкций транспортных средств и экипажа от действия взрывной волны. Оптимизируя днище транспортного средства, можно уменьшить его толщину и массу при сохранении способности противостоять взрывному нагружению, что, в свою очередь, ведет к изменению клиренса автомобиля.

Решение статической задачи о расчете напряженно-деформированного состояния конструкции является первым этапом в процессе оптимизации конструкции. В качестве модели конструкции для

оптимизации выбрана рассмотренная ранее в [4] модель прямоугольной трехслойной пластины, представляющей собой днище транспортного средства (длина $L = 2,5$ м, ширина $B = 1,5$ м, толщина верхнего слоя $t_1 = 2$ мм, толщина нижнего слоя $t_2 = 3$ мм, толщина среднего слоя $H = 100$ мм). Пластина нагружена равномерным давлением $p = 2,5$ МПа по нижней грани (рис. 1).

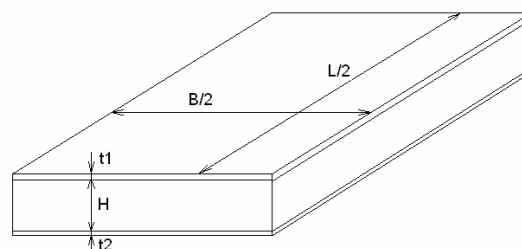


Рис. 1. Четверть трехслойной пластины

Для определения напряженно-деформированного состояния пластины при статическом нагружении имеем следующую систему уравнений [4].

1. Уравнения равновесия (в случае отсутствия сил гравитации):

$$\sigma_{ij,j}(\bar{x}) = 0,$$

где $\sigma_{ij}(\bar{x})$ – компоненты тензора напряжений; $\bar{x}$ – радиус-вектор пространственного положения произвольной точки пластины. В этом уравнении и далее в других подобных уравнениях запятая с индексом после нее означает частную производную по соответствующей координате x_i .

2. Уравнения связи деформаций $\varepsilon_{ij}(\bar{x})$ с перемещениями в произвольной точке нагруженной пластины (соотношения Коши) для случая больших перемещений или деформаций:

$$\varepsilon_{ij}(\bar{x}) = \frac{1}{2} (u_{i,j}(\bar{x}) + u_{j,i}(\bar{x}) + u_{k,i}(\bar{x}) u_{k,j}(\bar{x})),$$

где u_i, u_j, u_k – компоненты вектора перемещения той же точки.

3. Физические (определяющие) уравнения материала для случая нелинейной связи между напряжениями и деформациями:

$$\sigma_{ij} = D(\bar{x}) \varepsilon_{ij},$$

где $D(\bar{x})$ – некоторая функция компонент тензоров $\sigma_{ij}(\bar{x})$ и $\varepsilon_{ij}(\bar{x})$, вид которой определяется конкретной моделью нелинейности материала. В случае упругопластического поведения материала пластины компоненты тензора полной деформации $\varepsilon_{ij}(\bar{x})$ состоят из двух слагаемых: упругой деформации $\varepsilon_{ij}^e(\bar{x})$ и пластической деформации $\varepsilon_{ij}^p(\bar{x})$, т. е. $\varepsilon_{ij}(\bar{x}) = \varepsilon_{ij}^e(\bar{x}) + \varepsilon_{ij}^p(\bar{x})$.

4. Граничные условия:

– в точках по контуру пластины запрещены все линейные и угловые перемещения: $u_x = u_y = u_z = 0$, $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$;

– нижняя грань нагружена равномерным давлением: $\sigma_z(x, y) = -p$;

– остальные поверхности свободны от нагрузок.

Три слоя каждой пластины соединены друг с другом последовательно по соответствующим поверхностям (см. рис. 1) таким образом, что пластина представляет непрерывное тело, состоящее из трех разных материалов.

Для физически или геометрически нелинейной деформируемой конструкции решение приведенной

выше системы уравнений методом конечных элементов (МКЭ) [5] сводится к решению следующей системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$\{f_{\text{int}}(\Delta)\} = [K(\{\Delta\})] \{\Delta\} = \{P(\Delta)\}, \quad (1)$$

где $\{f_{\text{int}}(\Delta)\}$ – вектор внутренних узловых сил; $[K(\{\Delta\})]$ – матрица жесткости конструкции; $\{\Delta\}$ – вектор узловых перемещений; $\{P(\Delta)\}$ – вектор внешних узловых сил.

Систему нелинейных алгебраических уравнений (1) можно решить с помощью известных численных методов [6]. В данной статье используется метод конечных элементов, реализуемый с помощью программного продукта ANSYS [7], в котором система (1) решается итерационным методом Ньютона – Рафсона [8].

Геометрическую модель четверти пластины создаем с помощью препроцессора PREP7 программы ANSYS. Для создания конечно-элементной модели рассматриваемой пластины используем объемный тетраэдрический элемент с постоянным напряжением в нем SOLID 92.

Все три слоя рассматриваемой пластины сделаны из разных материалов. Нижний слой, на который действует равномерное давление, выполнен из алюминия. Верхний слой пластины выполнен из стали. Наполнитель (средний слой) выполнен из алюминиевой пены. Значения механических характеристик этих материалов приведены в табл. 1. Поведение этих материалов описываем моделью упругопластического материала с линейным упрочнением.

Таблица 1. Характеристики материалов трехслойной пластины

Материал	Массовая плотность, кг/м ³	Модуль Юнга, Па	Коэффициент Пуассона	Предел текучести, Па	Модуль упрочнения, Па
Алюминий	2700	0,69E+11	0,3	2,25E+08	6,33E+08
Алюминиевая пена	250	5,90E+08	0,2	0,80E+08	1,00E+03
Сталь	7800	2,10E+11	0,27	13,20E+08	18,10E+08

При расчете пластины используем условие защемления на контуре пластины, т. е. в этих узлах конечно-элементной модели выполняется условие отсутствия линейных и угловых перемещений. На двух плоскостях симметрии пластины задаем условие симметрии, необходимое при расчете четверти полной пластины.

Ниже представлена сводка основных результатов статического расчета выше рассмотренной пластины: максимальное эквивалентное по Мизесу напряжение 1350 МПа, максимальный прогиб 0,105 м.

Этап оптимизации проекта. В программе ANSYS имеется модуль (процессор) Design Opt, который можно использовать для поиска оптимального проекта. Под оптимальным проектом понимается наилучший проект по некоторой обобщенной функции проекта (например, по минимальному весу или объему конструкции, по ее стоимости и т. п.). Часто оптимизация только одной обобщенной функции проекта может и не быть единственной

целью, если на конструкцию наложены предварительно заданные ограничения (например, по величине максимального напряжения или перемещения, по предельным размерам некоторых фрагментов конструкции и т. п.).

При выполнении оптимизации конструкции с помощью программы ANSYS используются три типа переменных, которые характеризуют процесс проектирования: проектные переменные, переменные состояния и целевая функция. Эти переменные задаются скалярами на алгоритмическом языке APDL программы ANSYS.

Проектные переменные – это независимые параметры в рассматриваемой процедуре оптимизации проекта (например, основные геометрические параметры конструкции). В общем случае вектор проектных переменных имеет следующий вид:

$$\bar{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n], \quad (2)$$

где n – количество проектных переменных.

На проектные переменные наложены n ограничений с верхней x_i^U и нижней x_i^L границами, т. е.

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

Указанные ограничения проектных переменных определяют пространство возможных проектов для рассматриваемой конструкции.

Переменные состояния – это те переменные проекта (например, максимальное напряжение или перемещение в конструкции и т. п.), которые изменяются в зависимости от вектора проектных переменных $\bar{x}$.

Поиск оптимального проекта сводится к поиску экстремального значения (минимума или максимума) некоторой целевой функции (например, вес, масса, объем или стоимость конструкции)

$$f = f(\bar{x}) \quad (4)$$

при условии выполнения дополнительных ограничений следующего вида:

$$g_i(\bar{x}) \leq g_i^U, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m_1, \quad (5)$$

$$h_i^L \leq h_i(\bar{x}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, m_2, \quad (6)$$

$$w_i^L \leq w_i(\bar{x}) \leq w_i^U, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m_3, \quad (7)$$

где $g_i(\bar{x})$, $h_i(\bar{x})$, $w_i(\bar{x})$ – переменные состояния в рассматриваемом проекте с верхними (индекс U) и нижними (индекс L) границами соответственно; m_1 , m_2 и m_3 – количество ограничений, наложенных на переменные состояния с различными значениями верхних и нижних пределов.

Уравнения (4)–(7) представляют формулировку задачи оптимизации конструкции с наложенными на

нее ограничениями. Целью этой оптимизации является минимизация (или максимизация) целевой функции $f(\bar{x})$ при условии выполнения наложенных ограничений в соответствии с уравнениями (3), (5)–(7).

Общий процесс оптимизации конструкции состоит из следующих основных этапов.

1. Создать файл расчета заданной конструкции, который позволяет выполнить ее полный расчет, т. е.

1.1. Построить параметрическую модель заданной конструкции.

1.2. Получить решение созданной модели.

1.3. Из полученного решения присвоить переменным состояниям и целевой функции соответствующие значения.

2. Войти в процессор Design Opt и создать файл оптимизации, который позволяет выполнить процедуру оптимизации параметров проекта конструкции, т. е.

2.1. Задать переменные оптимизации: проектные переменные, переменные состояния и целевую функцию.

2.2. Выбрать метод оптимизации. В программе ANSYS используются в основном 2 метода оптимизации: First Order Optimization и Subproblem Approximation.

2.3. Задать управление циклами оптимизации, например, максимальное количество итераций (циклов) процесса оптимизации.

2.4. Выполнить процедуру поиска оптимального проекта.

2.5. Просмотреть полученные наборы проектов и выбрать параметры оптимального проекта.

На рис. 2 представлена схема реализации процедуры оптимизации геометрических параметров рассматриваемой пластины.

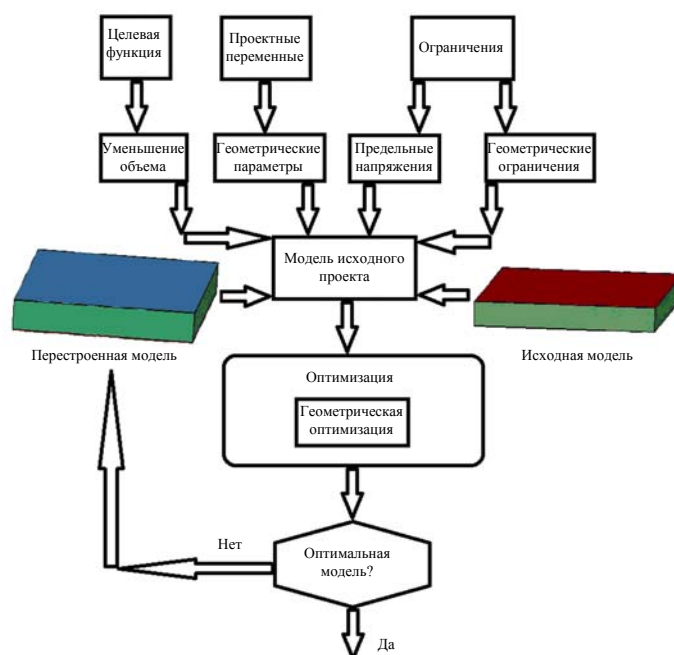


Рис. 2. Блок-схема процедуры оптимизации геометрических параметров трехслойной пластины

Вначале задаем параметры модели и их начальные значения. В частности, параметры $L1$, $L3$ и $L2$ представляют, соответственно, толщину верхней пластины t_1 , нижней пластины t_2 и толщину

средней пластины H . Аналогичным образом задаем остальные геометрические и механические параметры пластины, а также диапазоны их изменения (табл. 2).

Таблица 2. Значения параметров оптимизации

Параметры оптимизации	Значения параметров	Диапазон изменения
Проектные переменные	Толщина верхней пластины, м: $L1 = t_1$	0,001...0,005
	Толщина средней пластины, м: $L2 = H$	0,05...0,15
	Толщина нижней пластины, м: $L3 = t_2$	0,001...0,005
Переменные состояния	Максимальное напряжение, МПа: MAXEQV	0000...1000
	Максимальный прогиб, м: DOFY	-0,05...0
Целевая функция	Полный объем четверти пластины, м ³ : $SUMVOL = B/2 \cdot L/2 \cdot (t_1 + H + t_2)$	—

В качестве метода оптимизации был выбран метод первого порядка (First Order Optimization). Максимальное количество итераций (циклов) процесса оптимизации было установлено 10.

На рис. 3–5 представлены результаты оптимизации трехслойной пластины. В частности, на рис. 3 показано изменение полного объема пластины (целевой функции) в зависимости от номера итерации: объем увеличился на 25 %. На рис. 4 показано аналогичное изменение проектных параметров пластины (толщин слоев пластины). На рис. 5 показано изменение параметров состояния пластины, т. е. максимального напряжения и максимального прогиба, в процессе оптимизации пластины. В частности, из последнего рисунка видно, что прогиб пластины с оптимальными размерами при нагружении ее давлением 2,5 МПа практически равен нулю уже после седьмого цикла процедуры оптимизации.

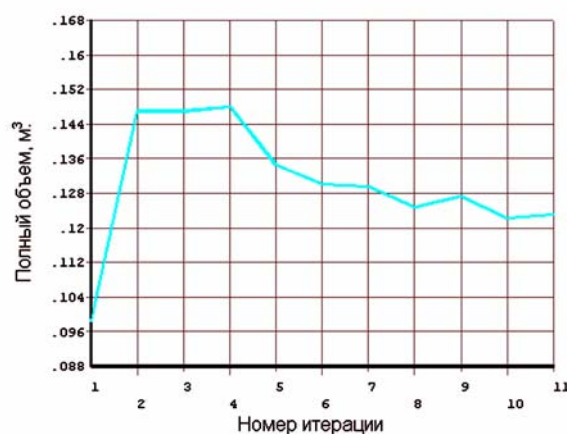


Рис. 3. Изменение полного объема пластины в процессе оптимизации

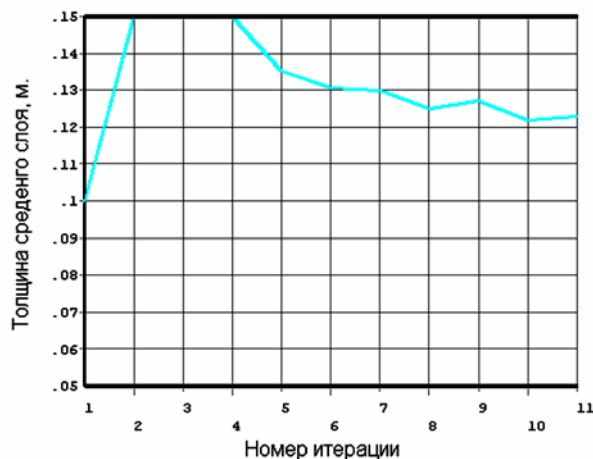
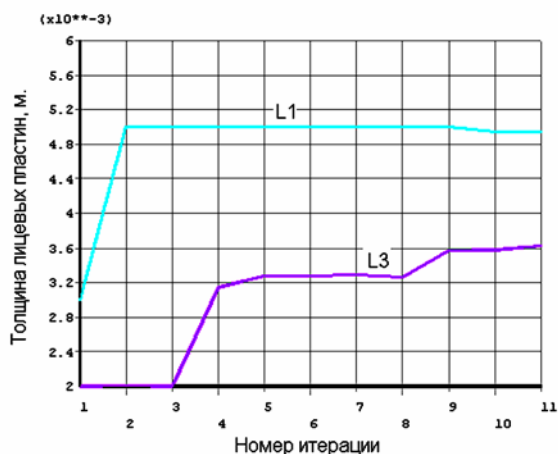


Рис. 4. Изменение толщин лицевых пластин (слева) и промежуточного слоя пластины (справа) в процессе оптимизации

В заключение приведем некоторые данные по поведению исходной и оптимизированной пластин при нагружении их ударной волной от взрыва заряда одного и того же количества взрывчатого вещества (ВВ) (1 кг в тротиловом эквиваленте), расположенного внизу на расстоянии 0,2 м от центра нижней лицевой пластины. На рис. 6 показано изменение ускорения во времени для двух центральных узлов

исходной пластины (т. е. до ее оптимизации). На рис. 7 приведен аналогичный график для ускорения центрального узла верхней лицевой пластины. Видно, что максимальное ускорение центрального узла верхней лицевой пластины (например, пол транспортного средства) после оптимизации параметров трехслойной пластины уменьшилось практически в 25 раз.

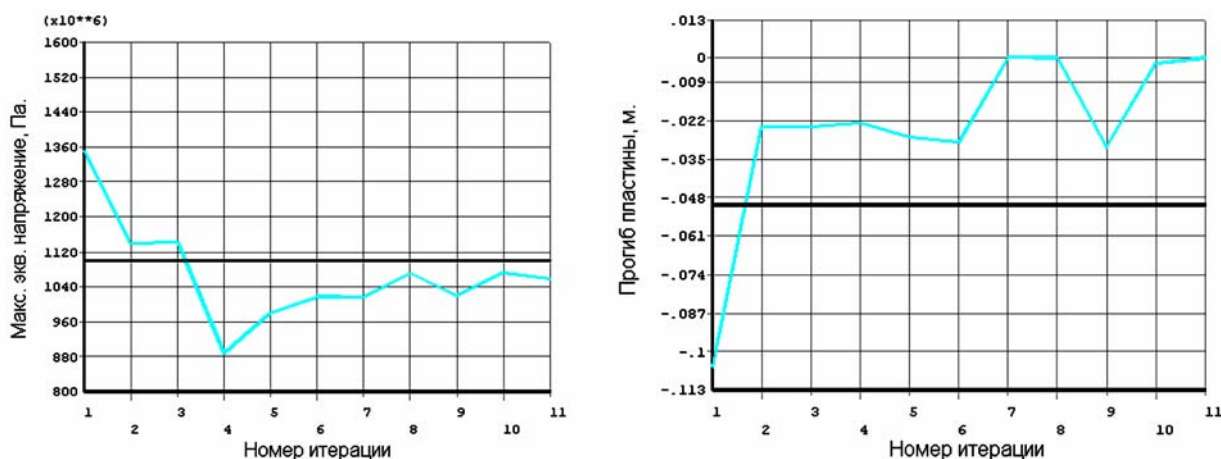


Рис. 5. Изменение максимального эквивалентного напряжения (слева) и максимального прогиба (справа) пластины в процессе оптимизации

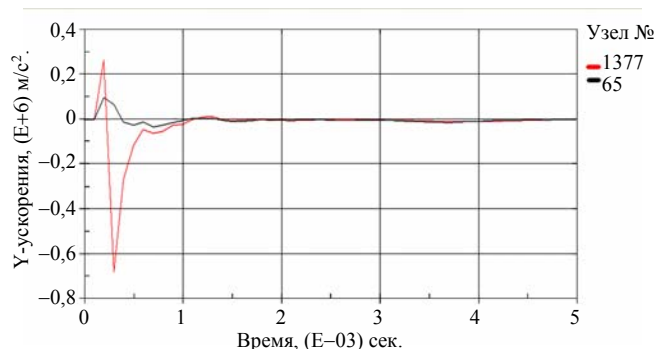


Рис. 6. Изменение ускорения двух центральных узлов пластины во времени (пластина до оптимизации): узел № 1377 находится в центре нижней лицевой пластины, а узел № 65 – в центре верхней лицевой пластины

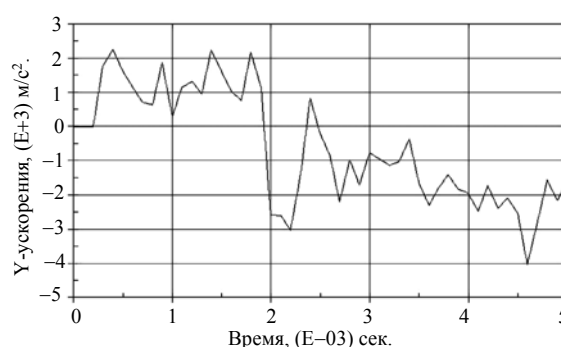


Рис. 7. Изменение ускорения центрального узла (№ 65) верхней лицевой пластины во времени (пластина после оптимизации)

Библиографические ссылки

- Кулаков Н. А., Шевченко А. А. Оценка фугасного воздействия мин на несущие конструкции и экипажи автобронетанковой техники. Поражающие факторы. Способы защиты // Материалы 77-й Междунар. научно-технической конф. ААИ «Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров». – М., 2012. – С. 55–68.
- Бутарович Д. О., Рябов Д. М., Смирнов А. А. Повышение противоминной защищенности бронированной колесной техники при помощи защитных экранов из пористых энергопоглощающих металлов // Вопросы оборонной техники. – 2011. – Сер. 16. – Вып. 1-2. – С. 52–57.
- Numerical simulation of blast resistant steel plate strengthened with composite / К. Kosiuczenko, Т. Niezgoda,

W Barnat., R. Panowicz // Journal of KONES Powertrain and Transport. – 2011. – Vol. 18. – No. 3. – P. 155–160.

- Алиев А. В., Калинин А. А. Энергопоглощающая способность прямоугольной трехслойной пластины в условиях взрыва // Вестник ИжГТУ. – 2013. – № 3. – С. 161–164.
- Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
- Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1975. – 632 с.
- Чигарев А. В., Кравчук А. С., Смалюк А. Ф. ANSYS для инженеров: справочное пособие. – М.: Машиностроение, 2004. – 512 с.
- Постнов В. А. Численные методы расчета судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1977. – 280 с.

A. V. Aliev, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
 A. A. Kalinnikov, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
 A. E. Kalinnikov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Optimization of Geometrical Parameters of Three-Layer Plate by Finite Element Method

Optimization procedure of component thicknesses of rectangular three-layer plate under uniform pressure applied along right side of plate is presented. Solution of this problem is performed by finite element method. Results are represented for varying thicknesses of layers of plate, total volume of plate, maximum stress and maximum deflection of plate depending on the number of iterations of optimization procedure.

Key words: optimization procedure, rectangular plate, uniform pressure, finite element method, optimal parameters of component thicknesses.