

УДК 623.593

**В. В. Коробейников**, кандидат технических наук, доцент, Институт механики УрО РАН, Ижевск  
**И. В. Коробейникова**, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УНИВЕРСАЛЬНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ МИШЕНИ

*Рассматривается математическая модель универсальной сверхзвуковой акустической мишени, которая обеспечивает для каждого выстрела определение координат точки попадания, скорости пули в момент пересечения плоскости регистрации, углов курса и падения, начальной скорости, угла бросания и значения баллистического коэффициента.*

**Ключевые слова:** мишень, координата, скорость, баллистический коэффициент.

**М**атематическая модель акустической мишени, рассмотренная в [1], была получена в предположении, что траектория движения пули (снаряда) представляет собой прямую линию, проходящую через точку попадания (ТП) в плоскости регистрации (ПР) и параллельную оси  $OX$ . Кроме этого предполагалось, что пуля после пересечения ПР движется с постоянной скоростью. Эти допущения существенно упрощали математическую модель, которая обеспечивала определение координат ТП, но с большой погрешностью. Для вычисления координат с требуемой точностью применялась их коррекция с помощью регрессионных уравнений. Регрессионные уравнения получались для конкретного типа изделия в результате специальных стрельб по бумажной мишени с последующей обработкой измеренных и вычисленных по математической модели координат ТП.

Предлагаемая математическая модель универсальной сверхзвуковой акустической мишени получена в предположении, что пуля (снаряд) после пересечения ПР движется по касательной к траектории движения пули в ТП (рис. 1) с постоянной скоростью, равной скорости пули в момент пересечения ПР. На рис. 1 изображена траектория  $T$ , проходящая через точку попадания  $P(z_0, y_0)$  в ПР.

В акустических мишенях используются датчики, одна из конструкций которых показана на рис. 2. Датчик состоит из пьезокерамической пластинки, корпуса, усилителя, который расположен в корпусе датчика, и разъема.

В результате воздействия звукобаллистической волны на пьезокерамическую пластинку на выходе датчика появляется сигнал. В акустических мишенях для определения координат точек попадания используются интервалы времени, измеряемые от момента пересечения пулей плоскости регистрации до появления на выходе датчиков сигналов от воздействия звукобаллистической волны на пьезокерамическую

пластинку каждого датчика. Датчики могут располагаться в пространстве по-разному. Будем использовать правую систему координат: ось  $X$  направим через центр мишени,  $Y$  – вверх,  $Z$  – вбок. Рассмотрим случай, когда датчики располагаются в плоскости регистрации вокруг центра мишени на сторонах квадрата размером  $2 \times 2$  м. Плоскость регистрации расположим на дальности  $L = 100$  м и перпендикулярно оси  $X$  (рис. 3).

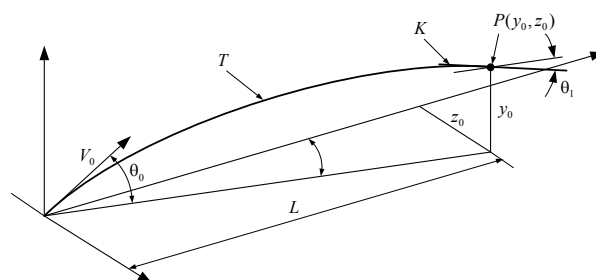


Рис. 1. Траектория пули, проходящая через точку  $P(y_0, z_0)$ :  $V_0$  – начальная скорость;  $T$  – траектория;  $\psi$  – угол курса;  $\theta_0$  – угол бросания;  $K$  – касательная к траектории в ТП;  $\theta_1$  – угол падения;  $L$  – дальность

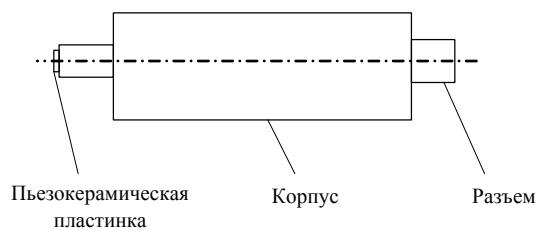


Рис. 2. Акустический датчик

Вокруг пули, движущейся со сверхзвуковой скоростью, образуется коническая поверхность (конус Маха) – ограничивающая область, в которой сосредоточены возмущения (звуковые волны). Конус Ма-

ха разграничивает возмущенную и невозмущенную области среды. Поверхность конуса Маха является огибающей системы звуковых волн, порожденных телом при движении в среде. В соответствии с принципом Гюйгенса поверхность конуса образована интерференцией звуковых волн при их суперпозиции, и колебания на поверхности находятся в одной фазе – фазе сжатия, образуя ударную волну. Угол между образующими конус и его осью называется углом Маха, он определяется следующими соотношениями [2, 3]:

$$\sin \vartheta = \frac{a}{V} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} J = \frac{a}{\sqrt{V^2 - a^2}}, \quad (1)$$

где  $\vartheta$  – угол Маха;  $a$  – скорость звука в воздухе;  $V$  – скорость движения пули.

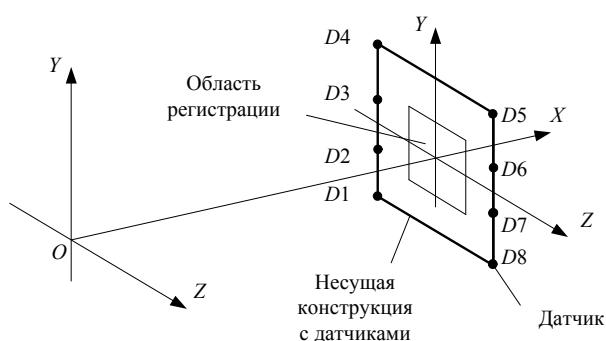


Рис. 3. Размещение рамы с датчиками и область регистрации

Применительно к мишени будем считать, что начало первичной системы координат расположено в центре ПР. Для получения математической модели перенесем это начало в ТП и повернем ее вокруг оси  $Y$  на угол курса  $\psi$  и оси  $Z$  на угол падения  $\theta_1$  в ТП. В результате ось  $X^*$  совпадет с касательной (рис. 4). Опустим перпендикуляр из датчика на ось  $X^*$  и проведем через нее и датчик плоскость. В зависимости от координат ТП и датчика получим один из трех вариантов расположения датчика и основания перпендикуляра на оси  $X^*$  относительно начала новой системы координат (рис. 4).

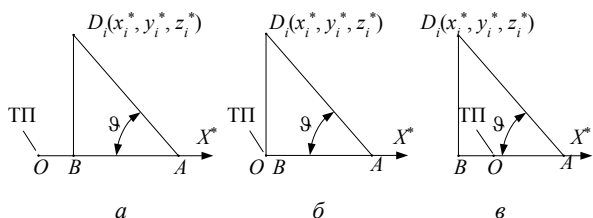


Рис. 4. Варианты положения датчика после преобразования координатной системы и в плоскости, проведенной через датчик и ось  $X^*$ : ТП – точка попадания, с ней совпадает начало координатной системы после ее поворота и сдвига;  $D_i(x_i^*, y_i^*, z_i^*)$  –  $i$ -й датчик с координатами размещения  $(x_i^*, y_i^*, z_i^*)$  в новой системе координат;  $\vartheta$  – угол Маха;  $A$  – положение пули на координатной оси;  $B$  – основание перпендикуляра, опущенного из  $D_i(x_i^*, y_i^*, z_i^*)$  на ось  $X^*$

За начало отсчета времени примем момент пересечения пулей плоскости регистрации, т. е. точку  $O$ .

Из рис. 4 видно, что  $OB = x_i^*$ ,  $BA = \frac{BD_i}{\operatorname{tg} J}$ , где

$BD_i = \sqrt{(y_i^*)^2 + (z_i^*)^2}$  – длина перпендикуляра. Время движения пули от точки  $O$  до момента касания звукобаллистической волной датчика (момента появления сигнала на выходе датчика) определяется выражением

$$t_i = \frac{BA - OB}{V} = \frac{\sqrt{(y_i^*)^2 + (z_i^*)^2} - x_i^*}{V}, \quad (2)$$

где  $i$  – номер датчика;  $V$  – скорость пули в ТП.

Представим координаты датчика в виде вектора

$$VD_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $x_i, y_i, z_i$  – координаты расположения  $i$ -го датчика в первичной координатной системе (до сдвига и поворотов).

Матрицы сдвига и поворотов имеют вид [4]:

$$Mcd = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -dx \\ 0 & 1 & 0 & -dy \\ 0 & 0 & 1 & -dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$My = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 & -\sin(\psi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$Mz = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $Mcd$  – матрица сдвига;  $dx, dy, dz$  – величины сдвигов, соответственно, в направлении оси  $X, Y$  и  $Z$ ;  $My, Mz$  – матрицы поворота, соответственно, вокруг оси  $Y$  и  $Z$ ;  $\psi$  – угол поворота (угол курса) системы вокруг оси  $Y$ ;  $\theta_1$  – угол поворота (угол падения) системы вокруг оси  $Z$ .

Величины сдвигов  $dx, dy, dz$  для каждого датчика определяются следующим образом:  $dx = x_i, dy = y_i, dz = z_i$ , где  $i$  – номер датчика. Если датчики расположены в ПР, то  $dx = 0$  для всех датчиков.

Определим матрицу итогового поворота вокруг осей  $Y$  и  $Z$  как

$$M_{yz} = M_y M_z = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta_1 & \cos \psi \sin \theta_1 & -\sin \psi & 0 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \psi \cos \theta_1 & \sin \psi \sin \theta_1 & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Координаты датчика в новой системе координат будут равны

$$VD_i^* = McdM_{yz}VD_i. \quad (6)$$

Таким образом, для каждого датчика имеет место уравнение (2). Система, состоящая из этих уравнений, совместно с выражениями (1), (3)–(6), представляет собой математическую модель универсальной сверхзвуковой акустической мишени. Неизвестными в системе (2) являются:  $y_0, z_0$  – координаты ТП;  $V$  – скорость пули в ТП;  $\psi$  – угол курса;  $\theta_1$  – угол падения. Учитывая, что при практической реализации мишени отсчет начинается от появления сигнала на стартовом датчике, а время движения звукобаллистической волны – от момента пересечения пулей плоскости регистрации до касания ею стартового датчика неизвестно, то появляется еще одно неизвестное. Обозначим его как  $t_0$ . Количество неизвестных в этой модели равно шести. Если координаты точки вылета пули известны (например, в огневом коридоре тира позиция стрелка или расположение станка, в котором закрепляется оружие, известны), то угол курса определяется как

$$\psi = \arctan \frac{(z_0 - z_c)}{L},$$

где  $z_0$  – боковая координата ТП;  $z_c$  – боковая координата точки вылета;  $L$  – дальность (расстояние между точкой вылета и плоскостью регистрации).

В этом случае количество неизвестных равно пяти. Количество датчиков должно быть равно или больше количества неизвестных.

После определения вышеуказанных неизвестных в случае заданного  $L$  можно найти начальную скорость, угол бросания и баллистический коэффициент в результате решения обратной задачи (краевой задачи) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений [5, 6]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dx} &= -cH(y)G(V); & \frac{d\gamma}{dx} &= -\frac{g}{u^2}; \\ \frac{dy}{dx} &= \gamma = \operatorname{tg}\theta; & \frac{dt}{dx} &= \frac{1}{u}; & V &= u\sqrt{1+\gamma^2} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где  $u = V \cos \theta$  – проекция скорости на ось  $X$ ;  $\gamma = \operatorname{tg}\theta$  – тангенс угла наклона вектора скорости;  $y, x$  – координаты центра массы пули;  $t$  – время движения пули по траектории;  $G(V)$  – функция сопротивления по закону 1943 г.;  $c$  – баллистический коэффициент пули;  $g$  – ускорение свободно падающего тела;  $H(y) = 1$  – в случае настильных траекторий (в тире).

Интегрируя (7) из ТП в обратном направлении и из условия попадания в точку позиции стрелка (координаты позиции заданы), находим значение начальной скорости, угла бросания и баллистического коэффициента.

Таким образом, предложенная математическая модель обеспечивает для одного выстрела определение начальной скорости пули, угла бросания, баллистического коэффициента, координат точки попадания, углов курса и падения, скорости в момент пересечения пулей плоскости регистрации. Эта мишень позволяет строить более совершенные баллистические трассы и информационно-измерительные системы (ИИС) для испытания стрелкового оружия. Эти ИИС позволяют выполнять стрельбу в одну и ту же мишень с разных позиций, из изделий с разными характеристиками, так как рассмотренная мишень инвариантна к углу курса, баллистическому коэффициенту и начальной скорости пули.

Анализ влияния погрешностей в координатах и во времени срабатывания датчиков на точность определения вышеуказанных параметров – тема отдельных исследований.

#### Библиографические ссылки

1. Пат. 2392577 Российская Федерация, МПК F41 J 5/06. Устройство определения внешнебаллистических параметров на основе акустических датчиков / Н. Ю. Афанасьева, В. А. Афанасьев, Ю. В. Веркиенко, В. В. Коробейников; заявитель и патентообладатель Институт прикладной механики УРО РАН. – № 2008129855/02; заявл. 18.07.2008; опубл. 20.06.2010. Бюл. № 17-ил.
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986.
4. Математика и САПР. В 2 кн. – Кн. 1. Основные методы. Теория полюсов / П. Шенен, М. Коснар, И. Гардан; пер. с фр. С. Д. Чигирь. – М.: Мир, 1988. – 206 с.
5. Коновалов А. А., Николаев Ю. В. Внешняя баллистика. – Ижевск: Изд-во ИПМ УРО РАН, 2003. – 191 с.
6. Ермолаев С. И., Комаров Л. Б., Чурбанов Е. В. Внешняя баллистика. – Л.: Типограф. ВМАКВ им. А. Н. Крылова, 1958. – 715 с.

V. V. Korobeynikov, PhD in Engineering, Associate Professor, Institute of Mechanics of the Ural Branch of RAS, Izhevsk  
I. V. Korobeynikova, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

#### Mathematical Model of the Universal Supersonic Acoustic Target

The paper considers the mathematical model of a universal supersonic acoustic target which provides for each shot the definition of hit point coordinates, bullet speed at the moment of crossing the detection plane, course and arrival angles, initial speed, projection angle and the value of ballistic factor.

**Key words:** target, coordinate, velocity, ballistic factor.