

УДК 004.922

**В. С. Смирнов**, магистрант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова  
**А. В. Коробейников**, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОБХОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОДОВОЙ КНИГИ ПРИ СЖАТИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ БЕЗ ПОТЕРЬ

*Использование кодовой книги вариантов обхода изображения позволяет многократно сократить время определения оптимального обхода матрицы пикселей при сжатии изображений без потерь. Приведены числовые параметры количества вариантов обхода и временных затрат на определение оптимального обхода для размера изображения 6×6.*

**Ключевые слова:** сжатие изображений без потерь, оптимальный обход, кодовая книга.

В работе [1] предлагается построение пути обхода пикселей изображения на основе минимизации затрат на кодирование разностного кода значений пикселей с использованием алгоритма Литтла. При этом находится оптимальный обход, однако время работы алгоритма получается неприемлемо большим. В данной работе предлагается разбить задачу на подзадачи – построение кодовой книги всех возможных обходов и поиск среди них оптимального обхода.

### Обход изображения

Исходными данными служит изображение, представленное матрицей значений пикселей  $z_i \in (0, 255)$  (рис. 1). Обходом матрицы пикселей является любой возможный путь, начинающийся из начальной ячейки и проходящий через все ячейки ровно один раз. Задача поиска оптимального обхода является частным случаем задачи коммивояжера. Как и в задаче

коммивояжера имеется начальная вершина (верхний левый угол), но обход не ограничивается условием возврата в начальную вершину (рис. 3). Для решения задачи построим по изображению взвешенный граф (рис. 2) [2]:

$$G(V, E) = \{i \in V, j \in V, (i, j), c_{ij} = \infty \mid (i, j) \notin E, c_{ij} \neq \infty \mid (i, j) \in E\}, \quad (1)$$

где вершины  $i$  и  $j$  – пиксели матрицы; ребра  $(i, j)$  – переходы между вершинами  $i$  и  $j$ ; веса  $c_{ij} = |z_i - z_j|$  – модуль разницы значений соединяемых ребром пикселей (вершин). Для уменьшения вычислительной сложности алгоритма ребрами соединяются только вершины, соответствующие соседним по вертикали или по горизонтали пикселям матрицы. Для остальных (не соседних) вершин ребра на графе отсутствуют, и  $c_{ij} = \infty$ .

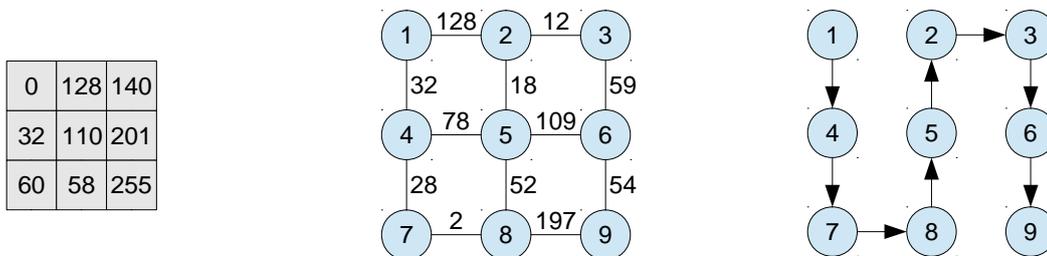


Рис. 1. Пример матрицы пикселей изображения размером 3×3

Рис. 2. Пример представления изображения в виде взвешенного графа

Рис. 3. Пример обхода пикселей изображения

Обход графа ограничен условиями:

$$|O| = |V| - 1; \quad (2)$$

$$\forall i \in V; \sum_{j \in V} x_{ij} \in \{1, 2\}, \quad (3)$$

где  $x_{ij} \in \{0, 1\}$  – двоичная переменная, сопоставляемая ребру  $(i, j)$ ;  $x_{ij} = 1$ , если ребро принадлежит обходу, и  $x_{ij} = 0$  – в противном случае;  $|O|$  – длина обхода.

Критерием оптимальности обхода служит минимум суммы весов ребер обхода:

$$\min \left( \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} \right). \quad (4)$$

Ограничения для обхода графа, представленные в формулах (2) и (3), порождают тупиковые пути обхода, не проходящие через все вершины. Такие пути не принадлежат искомому, но рассматриваются на этапе поиска возможных обходов.

Разобьем задачу на подзадачи:

- 1) построение всех возможных обходов графа согласно условиям (2) и (3);
- 2) поиск оптимального обхода согласно критерию (4).

### Кодовая книга обходов

Подзадача построения возможных обходов не зависит от весов ребер  $c_{ij}$ , а зависит только от структуры и размера графа. Для заданного графа все обходы можно определить один раз, а затем сохранить полученные результаты в некоторую структуру данных – кодовую книгу. Использование кодовой книги позволит не выполнять задачу поиска всех возможных вариантов обхода, в том числе не просчитывать тупиковые обходы, что уменьшит временные затраты при поиске оптимального обхода.

Кодовая книга обходов – структура данных, представленная в виде направленного дерева, в которой хранятся пронумерованные обходы заданного графа. Корневым узлом дерева является начальная вершина обхода графа. Внутренними узлами являются промежуточные вершины графа в обходе. Количество потомков нетерминальных узлов может варьироваться от 1 до 3 и зависит от вершины графа, у которой может быть от 2 до 4 инцидентных ребер. Завершает обход вершина, представленная в дереве терминальным узлом. Данные, хранящиеся в узле, представлены в следующей структуре:

```
struct tree{
    int ind;
    tree *left, *middle, *right;
    long bRange, eRange;}
```

где  $ind$  – номер обхода,  $bRange$ ,  $eRange$  – диапазон всех номеров обходов, лежащих от  $bRange$  до  $eRange$  и имеющих общие вершины до данного узла.

При использовании метода кодовой книги задача поиска оптимального обхода решается путем расчета цены обхода по всем обходам кодовой книги, а затем выбором обхода с минимальной ценой.

**Пример.** Рассмотрим изображение размером  $3 \times 3$  (рис. 1). Преобразуем матрицу пикселей во взвешенный граф (рис. 2). Построим кодовую книгу обходов (рис. 4). Просчитав все варианты обходов графа, определяем среди них оптимальный – № 8.

#### Эффективность использования метода

Изображение размером  $6 \times 6$  имеет 22144 обхода. Время определения оптимального обхода без использования метода кодовой книги составило 626,766 с, а при использовании построенной ранее кодовой книги – 0,016 с. Конфигурация компьютера: CPU T2080 1.73GHz, RAM DDR PC-3200 1024 Mb.

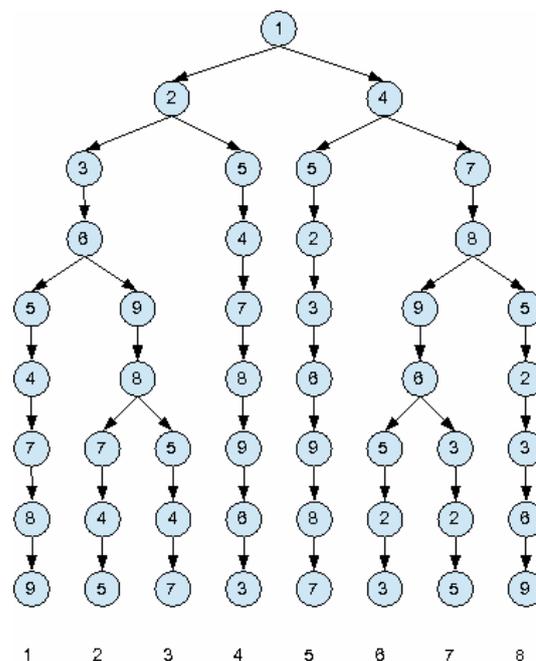


Рис. 4. Пример обходов изображения по путям из кодовой книги

### Выводы

1. Предложенный метод поиска оптимального обхода изображения с использованием кодовой книги обходов многократно сокращает время поиска.

2. Как показала проверка эффективности использования метода, основное время при решении задачи занимает составление кодовой книги.

3. Скорость расчета оптимального обхода по кодовой книге можно увеличить, используя вместо перебора всех обходов более эффективный метод расчета – метод ветвей и границ, а также динамическое программирование или параллельные вычисления на базе технологий *OpenCL* или *CUDA*.

### Библиографические ссылки

1. Смирнов В. С., Коробейников А. В. Применение алгоритма Литтла для минимизации затрат на кодирование обхода изображений при сжатии без потерь // Информационные системы в промышленности и образовании : Сб. тр. молодых ученых. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, – 2010. – С. 165–171.

2. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов : учебник для вузов. – СПб. : Питер, 2005. – 364 с.

V. S. Smirnov, Master's degree student, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

A. V. Korobeynikov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

### Optimal Bypass Definition with Code Book Application at Images Lossless Compression

Application of the code book of image bypass variants allows reducing multiply the time of optimal pixels matrix bypass definition at images lossless compression. Numerical parameters of bypass variants quantity and time of optimal bypass definition for the image size  $6 \times 6$  are specified.

**Key words:** images lossless compression, optimal bypass, code book.