The implementation of Viola-Jones algorithm for the NVIDIA CUDA architecture will allow to accelerate its performance a few times as compared to implementation of objects detection on images at the CPU.

Key words: Viola-Jones, CUDA, object detection, image analysis.

УДК 519.853.3

А. Г. Исавнин, доктор физико-математических наук, профессор, Камская государственная инженерно-экономическая академия, Набережные Челны
М. Р. Хамидуллин, соискатель, Камская государственная инженерно-экономическая академия, Набережные Челны

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ЗАПАСАМИ АЛГОРИТМАМИ МЕТОДА ШТРАФОВ

Для задачи об оптимальном управлении запасами реализован программный комплекс на основе метода штрафных функций с неполной минимизацией вспомогательных функций. Приложение разработано в среде программирования Borland Delphi 7.0. Для удобства ввода исходной функции и ограничений использован синтаксический анализатор математических формул. Показано, что подобные алгоритмы могут найти свое практическое применение, например, в задаче об оптимальном управлении запасами.

Ключевые слова: вспомогательная функция, выпуклое программирование, оптимальное управление, штрафная функция.

Задача отыскания минимума некоторой функции $f(x)$ – одна из основных проблем теории оптимизации, которая эквивалентна задаче отыскания максимума той же функции, взятой с противоположным знаком.

Метод штрафных функций может использоваться для исключения части или всех ограничивающих уравнений. Он сводит задачу на условный экстремум к решению задач на безусловный экстремум, что часто приводит к упрощению вычислений.

На данный момент актуальной проблемой является поиск эффективных решений нелинейных оптимизационных задач, позволяющих находить приближенное решение вспомогательных задач вида

$$f(x) \to \min, \tag{1}$$

с ограничениями

$$\theta_i(x) \le 0, \;\; i \in I \tag{2}$$

с заданной по $f(x)$ точностью $\varepsilon > 0$. Известные алгоритмы для решения задач (1), (2) являются достаточно трудоемкими, так как в них необходимо решать вспомогательные задачи точными методами. В общем случае это означает бесконечный процесс минимизации вспомогательных функций. Поэтому при решении задач математического программирования удобно пользоваться эвристическими критериями остановки, не гарантирующими выполнения неравенства

$$f(x_k) - f^* \le \varepsilon, \tag{3}$$

где $f^* = \min\{f(x),\, x \in D(0)\}$, (4)
даже при включении итерационной точки $x_k \in D(0)$, где ε – заданная точность нахождения f^*, а $\{x_k\}$ – последовательность точек приближения.

В разработанном нами программном комплексе был реализован метод штрафных функций с неполной минимизацией вспомогательных функций. Приложение для решения задач выпуклого программирования с неполной минимизацией вспомогательных функций имеет синтаксический анализатор математических формул. При этом задачи выпуклого программирования решаются двумя различными алгоритмами метода штрафов, реализованными в среде программирования Borland Delphi 7.0. Нами предложены практически реализуемые правила задания управляющих параметров, при использовании которых выполнение условий остановки в алгоритмах выполняется не более чем за требуемое число этапов минимизации вспомогательных функций. Помимо этого программный продукт можно использовать для расчета суммарных затрат на использованные ресурсы, на хранение запасов [1, с. 23], на замену оборудования и т. д.

Рассмотрим некоторые алгоритмы в программном комплексе, допускающие приближенное решение вспомогательных задач. Определенный выбор параметра p, в зависимости от заданной точности решения вспомогательных задач, обеспечивает требуемую точность решения задачи (4) [2, с. 46].

Алгоритм 1

Задается требуемая точность решения $\varepsilon > 0$, $x_0 \in R_n$, натуральное число N, число $\delta \in (0,\, \varepsilon)$. Выбирается $0 < p \le \min\left(\dfrac{\beta\gamma\overline{\alpha}}{(V(x^*) - \gamma^2\overline{\alpha})L}, p', \overline{p}\right)$, возрастающая функция $\varphi(t)$ такая, что $\varphi(1) \ge 0$, $\varphi(N) = \dfrac{Lp}{\beta s(1-s)^{s-1}\overline{\alpha}^{p}}$. Полагается $k = 1$.

1. Вычисляется $C_k = \varphi(k)$.

Получено 18.06.12

2. Если $k < N$, то находится приближенное решение задачи $\min\limits_{x \in R_n} F(x, C_k)$.

Переход к шагу 1 при k, измененном на $k + 1$.

3. Если $k = N$, то находится точка $x_N \in A(\overline{\alpha})$, являющаяся δ-оптимальным по функционалу решением задачи $\min\limits_{x \in R_n} F(x, C_N)$. Точка x_N принимается в качестве ε-решения задачи (1).

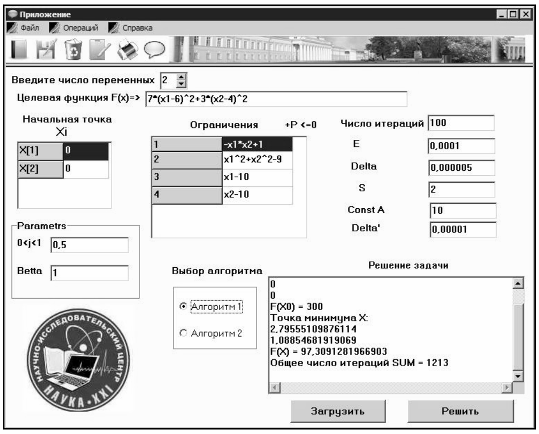

Рис. 1. Программная реализация 1-го алгоритма

Алгоритм 2

Задается требуемая точность решения $\varepsilon > 0$, $x_0 \in R_n$, натуральное число N, число $\delta \in (0, \varepsilon)$. Выбирается $0 < p \le \min(\dfrac{\beta\gamma(\varepsilon - \delta)}{(1-\gamma^2)L}, p', \overline{p})$, возрастающая функция $\varphi(t)$ такая, что $\varphi(1) \ge 0$, $\varphi(N) = \dfrac{Lp}{\beta s(1-s)^{s-1}\overline{\alpha}^p}$. Полагается $k = 1$. Выбирается функция штрафа вида $V(x) = \max\{g(x) + p, 0\}^s$, $s \ge 1$.

1. Вычисляется $C_k = \varphi(k)$.

2. Если $k < N$, то находится приближенное решение задачи $\min\limits_{x \in R_n} F(x, C_k)$.

Переход к шагу 1 при k, измененном на $k + 1$.

3. Если $k = N$, то находится точка $x_N \in A(\overline{\alpha})$, являющаяся δ-оптимальным по функционалу решением задачи $\min\limits_{x \in R_n} F(x, C_N)$. Точка x_N принимается в качестве ε-решения задачи (1).

Если используется штрафная функция вида $V(x) = \sum\limits_{i \in I} (\max\{f_i(x) + p, 0\})^s$, $s \ge 1$, то можно выбирать $0 < p \le \min(\dfrac{\beta\gamma(\varepsilon - \delta)}{(m-\gamma^2)L}, p', \overline{p})$, и $t = m$.

Здесь p – число $p = p(\varepsilon)$, $p > 0$ такое, что из включения $x(C) \in D(0)$ будет следовать неравенство $|f(x(C)) - f^*| \le \varepsilon$;

L – константа Липшица для функций $f(x)$, определенных на множестве G, $L > 0$,

$|f(x) - f(y)| < L\,||x - y||$, $\forall x, y \in G$, и $G \subset R_n$;

β, γ – параметры аппроксимаций, где $\gamma \in [0,1)$ и $\beta > 0$;

$\delta^{-1}(p)$ – функция, обратная модулю выпуклости $\delta(p)$, и $0 < p < \hat{p}$;

C_k – коэффициент штрафа, вычисленный по следующему правилу: $C_k = ak$, где a – параметр, используемый для вычисления коэффициентов штрафа;

множество $A(\overline{\alpha})$ – аппроксимация допустимого множества;

$g(x)$ – функция равномерно выпуклая на множестве $D(0)$ с неубывающим модулем выпуклости $\delta(p)$;

точка $x^* \in Arg\min\{f(x),\ x \in D(0)\}$;

$\hat{p}$ – число, где $\hat{p} \in (0, -\inf\{g(x), x \in R_n\}$;

p' – число, где $p' \in (0, \overline{p})$, где $\overline{p} \in (0, -\inf\{g(x), x \in R_n\})$;

$V(x)$ – функция штрафа;

k – номер итерации.

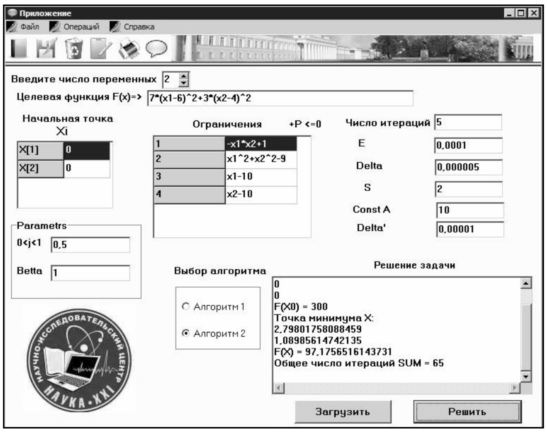

Рис. 2. Программная реализация 2-го алгоритма

В качестве практического применения рассмотрим задачу об оптимальном управлении запасами. Под запасами понимаются любые денежные или материальные ценности, которые периодически пополняются (производятся, доставляются и т. д.) и некоторое время сохраняются с целью расходования их в последующем периоде. Цель управления – оптимизация некоторого критерия, зависящего от расходов на хранение запасов, стоимости поставок, затрат, связанных с пополнением, штрафами и т. д. В такой общей постановке подобные задачи могут иметь самые разнообразные частные формулировки. Например, запасы – товары, поставляемые в магазин для удовлетворения непрерывного, но подверженного случайным колебаниям потребительского спроса. Критерий оптимальности – суммарные затраты на поставки, хранение запасов и изменение производственного ритма. Также показателями эффективности могут служить себестоимость, время выполнения данного объема работ и изменение производственного ритма.

Пусть предприниматель занимается покупкой и продажей одних и тех же изделий. Его целью кроме максимизации прибыли является минимизация издержек хранения товарных запасов при ограничениях на транспортировку и ограничениях на хранение. Тогда функция затрат имеет вид

$$f(x) = (x1 - 2)^2 + (x2 - 3)^4 + (x3 - 4)^2 + (x4 - 3)^2$$

$$\text{при ограничениях } \begin{cases} x1 - 2 \le 0\ , \\ x2 - 30 \le 0\ , \\ x3 - 5 \le 0\ , \\ x4 - 10 \le 0. \end{cases}$$

Начальная точка $X_0 = (0,0,0,0)$, $f(X_0) = 110$.
Точка минимума $X_{\min} = (1{,}99; 3{,}00; 4{,}00; 3{,}00)$.

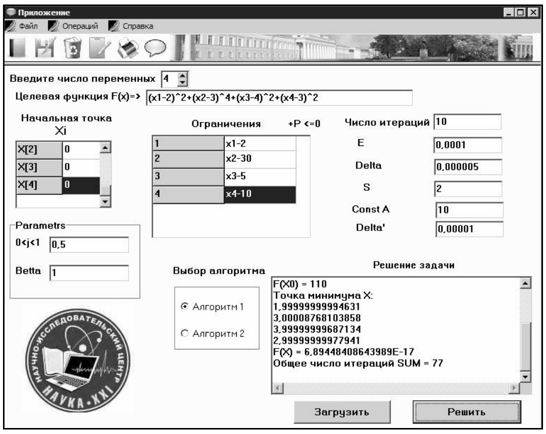

Рис. 3. Программная реализация задачи об оптимальном управлении запасами на основе алгоритма 1

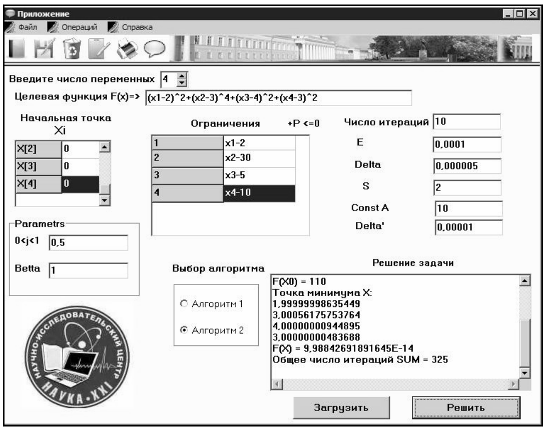

Рис. 4. Программная реализация задачи об оптимальном управлении запасами на основе алгоритма 2

Таким образом, метод штрафных функций с неполной минимизацией вспомогательной функции позволяет эффективно решать задачи об оптимальном управлении запасами. При анализе результатов решения двумя способами выяснилось, что алгоритм 2 позволяет решать задачу об оптимальном управлении запасами за меньшее число итераций, что упрощает трудоемкость вычислений данных задач [3]. При нахождении точки минимума видно, что третий ресурс самый затратный, поэтому можно поискать альтернативу этому виду ресурса [4]. Наилучшим значением для задачи об оптимальном управлении запасами оказался выбор $5 \le N \le 10$. За пределами данного диапазона погрешность вычислений была большой, а вычислительные затраты – наиболее трудоемкими. Значение мультипликативного параметра a лучше выбирать от 10 и выше, чтобы увеличить скорость решения алгоритмов. Величина $\gamma \in (0,1)$ слабо влияет на трудоемкость вычислений вспомогательных функций. Точность решения таких задач в большей степени зависит от оцениваемого параметра p, который используется в промежуточных вычислениях. Таким образом, программный комплекс, разработанный в среде программирования Borland Delphi 7.0, вполне приемлем для решения таких типов задач [5].

Библиографические ссылки

1. *Васильков Ю. В.*, *Василькова Н. Н.* Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании : учеб. пособие. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 256 с. : ил.

2. *Заботин Я. И.*, *Фукин И. А.* Алгоритмы в методе штрафов с аппроксимацией допустимого множества // Известия высших учебных заведений. – 2004. – № 1. – С. 36–47.

3. *Исавнин А. Г., Хамидуллин М. Р.* Программная реализация решения задач выпуклого программирования алгоритмами метода штрафных функций с неполной минимизацией вспомогательных функций // Образование и наука Закамья Татарстана : научный периодический интернет-журнал. – URL: http://nauctat.ru

4. *Исавнин А. Г., Хамидуллин М. Р.* Об алгоритмах метода штрафных функций с неполной минимизацией вспомогательных функций // Актуальные научные разработки, 2012. – URL: http://www.ukrnauka.ru/ANR/20-01-2012_A4_tom-19.pdf (дата обращения: 20.01.12).

5. *Фаронов В. В.* Система программирования Delphi. – Спб. : БХВ – Петербург, 2003.

A. G. Isavnin, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Kama State Academy of Engineering and Economics, Naberezhnye Chelny
M. R. Khamidullin, Applicant, Kama State Academy of Engineering and Economics, Naberezhnye Chelny

Software System for Solving Problems on Optimal Inventory Management by Means of Penalties Method Algorithms

To solve the problem of optimal inventory control the software system was implemented based on the method of penalty functions with incomplete minimization of the auxiliary functions. The algorithms are realized in the programming environment Borland Delphi 7.0. For more convenient function and constraints input the parser of mathematical formulas is applied. It is shown that such algorithms can find their practical application in problems of optimal inventory control.

Key words: auxiliary function, convex programming, optimal control, penalty function.