

The effect of lateral interactions between the adsorbed particles and reversibility of monomolecular adsorption on self-sustained oscillations of reaction rate for Langmuir-Hinshelwood mechanism has been studied in case of a triangular lattice. A lattice gas model was considered as a model of the adsorbed layer. Transfer matrix method has been used to calculate right hand parts of kinetic equations. Analysis of the lattice type (square, honeycomb, triangular) effect on possible self-sustained oscillations has been done. It was shown that the obtained results for triangular lattice are rather close to those for the square and honeycomb lattices. The relation between self-sustained oscillations of the reaction rate arising due to Andronov-Hopf bifurcation and the ordered dense phase was shown for all three types of lattices.

Key words: lateral interactions, adsorption, self-sustained oscillations, transfer matrix method.

УДК 629.7 : 533.6

О. В. Мищенко, кандидат физико-математических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

И. В. Черепов, аспирант, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

ФУРЬЕ-АНАЛИЗ В ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ПРИ РАСЧЕТЕ ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Рассматривается методика оценки энергии и частоты колебаний, возникающих в камере сгорания теплового двигателя на нестационарных режимах его работы. Методика основана на решении газодинамической задачи в объеме камеры сгорания в нестационарной постановке с последующим фурье-анализом результатов расчетов.

Ключевые слова: тепловой двигатель, термогазодинамические процессы, периодические колебания, спектральный фурье-анализ.

Работа любого объекта техники может сопровождаться периодическими колебаниями, частота которых определяется возмущающими воздействиями на этот объект. Частный случай, при котором период (частота) колебаний совпадает с собственными колебаниями объекта, в технике называется явлением резонанса. Резонансные явления могут представлять опасность и привести, например, к механическому разрушению каких-либо деталей или узлов, входящих в состав технического объекта. Собственные частоты колебаний могут быть установлены специальными математическими средствами. В частности для теплового двигателя методика расчета собственных частот колебаний термогазодинамических параметров (давления, скорости газовой фазы и т. п.) излагается в [1, 2].

Ниже рассматривается методика, позволяющая оценить фактически реализующиеся в камере сгорания теплового двигателя частоты колебаний термогазодинамических параметров. Методика применяется для двигательных установок, конструктивная схема которых представлена на рис. 1. В состав двигателей входит несколько основных модулей [3, 4]. Источником массопродуктов, используемых для создания управляющих усилий, являются твердотопливные заряды. Работа двигательной установки начинается с момента включения воспламенительного устройства, продукты сгорания которого прогревают топливный заряд и воспламеняют его. Истечение продуктов сгорания организуется через сопловые блоки.

Установить фактический характер изменения термогазодинамических параметров во внутреннем объеме теплового двигателя позволяет математическая модель, основанная на одномерном представлении о движении продуктов в камере сгорания [5, 6].

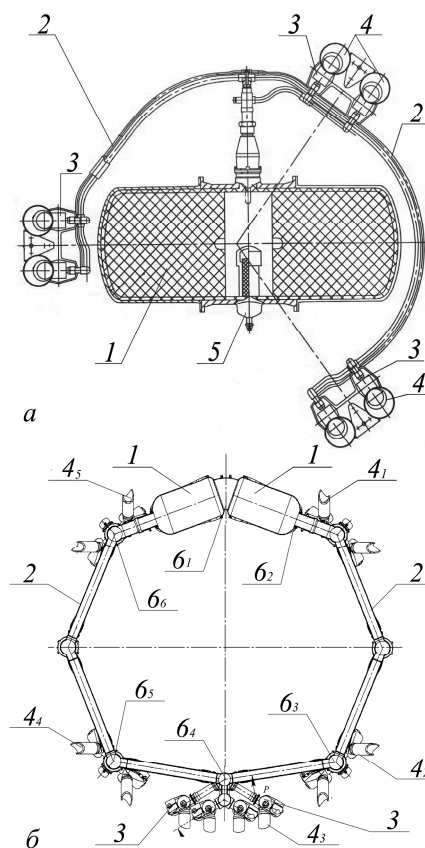


Рис. 1. Примеры конструктивных схем двигательных установок: 1 – твердотопливный газогенератор; 2 – газоходы; 3 – регуляторы расхода и привод; 4, 4₁–4₅ – сопловые блоки; 5 – воспламенительное устройство, 6₁–6₅ – контрольные сечения

При построении математической модели внутрикамерных процессов во внутреннем объеме двига-

тельной установки принимаются следующие основные допущения:

– во внутреннем объеме двигательной установки размещается механическая смесь воздуха, продуктов сгорания воспламенительной навески, продуктов сгорания твердого топлива;

– расходные характеристики из корпуса воспламенительного устройства (ВУ) определяются решением задачи о процессе в корпусе ВУ в термодинамической постановке;

– вектор скорости продуктов сгорания направлен вдоль оси каналов, течение в каналах полагается нестационарным;

– теплообмен между продуктами сгорания и поверхностями твердого топлива, корпуса газоходов устанавливается критериальными соотношениями;

– зажигание твердого топлива происходит при нагреве его поверхностного слоя до заданного критического значения.

При записанных допущениях основные уравнения внутрибаллистических процессов в объеме двигателя запишутся следующим образом [6]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\partial}{\partial x} \rho F u = G_b \delta_b + G_t \delta_t - G \delta;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \alpha_b F + \frac{\partial}{\partial x} \rho \alpha_b F u = G_b \delta_b - G \alpha_b \delta;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \alpha_t F + \frac{\partial}{\partial x} \rho \alpha_t F u = G_t \delta_t - G \alpha_t \delta;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho F u + \frac{\partial}{\partial x} \rho F u^2 + F \frac{\partial p}{\partial x} = -\tau; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho F E + \frac{\partial}{\partial x} \rho F (E + p/\rho) = G_b H_b \delta_b + G_t H_t \delta_t - G k E \delta - Q;$$

$$c_p = c_{pb} \alpha_b + c_{pt} \alpha_t + c_{p0} (1 - \alpha_b - \alpha_t);$$

$$c_v = c_{vb} \alpha_b + c_{vt} \alpha_t + c_{v0} (1 - \alpha_b - \alpha_t);$$

$$p = \rho (k - 1) \left(E - \frac{u^2}{2} \right); \quad k = c_p / c_v; \quad T = \frac{\left(E - \frac{u^2}{2} \right)}{c_v}.$$

В системе уравнений (1) последовательно записаны: уравнение сохранения для суммарной массы продуктов, перемещающихся по канальным областям; уравнение сохранения массы продуктов горения воспламенительного состава; уравнение сохранения массы продуктов горения топлива; уравнение сохранения количества движения; уравнение сохранения энергии; уравнения для термодинамических и теплофизических характеристик смеси (удельные теплоемкости смеси при постоянном давлении c_p и при постоянном объеме c_v , давление p , отношение теплоемкостей k , температура T).

В уравнениях (1) введены следующие обозначения:

– ρ, u, E, p, T – соответственно, значения параметров газовой смеси в расчетной области (плотность ($\text{кг}/\text{м}^3$), скорость ($\text{м}/\text{с}$), удельная энергия ($\text{Дж}/\text{кг}$), давление (МПа), температура (К));

– α_b, α_t – соответственно, массовые концентрации продуктов горения воспламенительной навески и топлива в газовой смеси, перемещающихся вдоль газохода;

– F – площадь поперечного сечения газохода, м^2 ;

– G_b, G_t, G – массоприход продуктов сгорания воспламенительной навески и твердого топлива, расход продуктов сгорания через сопловые блоки;

– H_b, H_t – энтальпия продуктов сгорания воспламенительной навески и твердого топлива;

– $\delta, \delta_b, \delta_t$ – признаки, указывающие на наличие в сечении с координатой x сопловых блоков ($\delta = 1$), воспламенительного устройства ($\delta_b = 1$) или твердого топлива ($\delta_t = 1$); при их отсутствии значения $\delta, \delta_b, \delta_t$ равны нулю;

– τ, Q – соответственно, потери на трение и теплоотдачу от продуктов сгорания в боковую поверхность газохода.

Уравнения (1) решаются при задании начальных и граничных условий. В частности для газоходов начальные условия будут иметь следующий вид (осуществляется запись значений всех неизвестных параметров в момент времени $t = 0$):

$$\rho(0, x) = \rho_0; \quad \alpha_b(0, x) = 0; \quad \alpha_t(0, x) = 0;$$

$$u(0, x) = 0; \quad E(0, x) = E_0.$$

Постановка граничных условий предполагает задание для произвольного момента времени t значений параметров на границах газохода (на левой границе $x = x_0 = 0$ и на правой границе $x = x_k = L$, где L – длина газохода). Конкретный вариант записи граничных условий обуславливается конструктивной схемой двигателя. Значения тепловых потоков, поступающих от продуктов сгорания в топливный заряд, прогрев твердого топлива, последовательность его зажигания и последующее горение определяются в соответствии с [6]. Уравнения (1) совместно с уравнениями для тепловых параметров и с уравнениями для воспламенительного устройства решаются численно. Для решения используются оригинальные алгоритмы метода крупных частиц, изложенные в [6, 7].

С использованием разработанной методики выполнено решение задачи внутренней баллистики для двигательной установки, представленной на рис. 1. Рассматриваемая двигательная установка состоит из двух газогенераторов с зарядами канального типа, воспламенительного устройства, расположенного в объеме между газогенераторами, системы связанных газоходов и сопловых управляющих блоков с регулируемыми значениями площадей их мини-

мальных сечений. Давление в двигательной установке может изменяться по заданной программе.

При проведении расчетов использовались следующие исходные данные:

- начальные условия газодинамических параметров во внутреннем объеме двигателя соответствуют параметрам стандартной атмосферы;

- масса навески воспламенительного состава ВУ составляет 0,5 кг;

- плотность твердого топлива ГГ 1630 кг/м³, а температура зажигания топлива 650 К;

- размеры газогенератора: длина 1,0 м, усредненное значение периметра горячей поверхности топлива 1,2 м, усредненное значение площади поперечного сечения канала заряда 0,025 м²;

- суммарная длина газоходов 7,0 м; диаметры газоходов 0,19 м и 0,13 м.

Ниже приводятся результаты сравнительной оценки развития внутриваллистических процессов в газоходах в случаях, когда в начальный период работы двигательной установки (режим зажигания твердого топлива) открыты все сопловые блоки (симметричный вариант) и только сопловые блоки 4₁ (несимметричный вариант).

Выполненные расчеты по анализу влияния конструктивных параметров теплового двигателя на начальный период его работы позволил установить следующее:

- время выхода на режим и скорость нарастания давления в объеме камеры сгорания находится в пропорциональной зависимости от массы воспламенительного состава и от величины секундного массоприхода продуктов из корпуса воспламенителя;

- характер зависимостей давления и скорости продуктов сгорания в различных сечениях внутрен-

него объема двигательной установки идентичен, при этом на начальном этапе и на переходных режимах возникают периодические колебания термодинамических величин, амплитуда которых по мере установления процессов уменьшается.

Представленные на рис. 2 зависимости от времени значений давления продуктов сгорания в объемах двигательной установки соответствуют по местоположению границе между двумя газогенераторами (жирные линии на рисунке) для симметричного варианта (сплошная линия, отмеченная цифрой 1) и для несимметричного варианта (сплошная линия, отмеченная цифрой 2). Кроме того для несимметричного варианта представлены зависимости $p(t)$, построенные в окрестности объемов, соединяющих смежные газоходы. Анализ показывает, что амплитуда колебаний давления максимальна в окрестности объема б, из которого происходит истечение продуктов сгорания в сопловые блоки. Выполненные оценки позволяют утверждать, что частота колебаний связана с периодом распространения возмущений вдоль по газоходам ТРДУ. Кроме того следует отметить следующее: амплитуда колебаний давления в канальных областях меньше, чем в корпусах с сопловыми блоками и регуляторами расхода. Максимальные значения давления соответствуют каналу, граничащему с объемом б (зависимость, отмеченная на рис. 2 заштрихованными окружностями). В этих сечениях скорость продуктов сгорания близка к нулю. По мере разгона продуктов сгорания уровень давления падает. На выходных границах газогенератора давление составляет величину, определяемую зависимостями, представленными на рис. 2 жирными сплошными линиями 1 и 2.

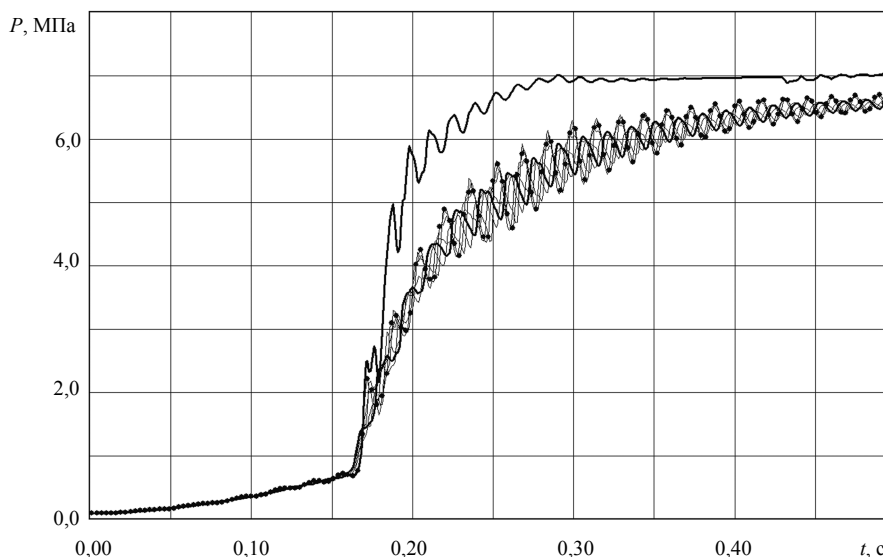


Рис. 2. Зависимость давления во внутреннем объеме двигательной установки от времени

В нестационарные периоды работы ТРДУ периодические колебания наблюдаются и на зависимостях скорости продуктов сгорания от времени $v(t)$ (рис. 3). Выполненные расчеты показывают,

что в довоспламенительный период скорости продуктов сгорания в канальных областях относительно невелики (их значения не превосходят ~ 65 м/с). При этом максимальные значения скорости соот-

ветствуют по местоположению каналам топливно-го заряда. Амплитуда колебаний скорости не превышает 20 м/с. Значительное увеличение скорости происходит при воспламенении топливных зарядов. Увеличивается при этом и амплитуда колебаний скорости продуктов сгорания. Максимальные значения скорости и амплитуд соответствуют по

местоположению газоходам, размещенным рядом с газогенераторами. По модулю скорости достигают ~ 150...160 м/с. Кратковременные значения скоростей могут достигать 370 м/с. После зажигания топлива значения скоростей быстро устанавливаются, и амплитуды колебаний приближаются к нулевому значению.

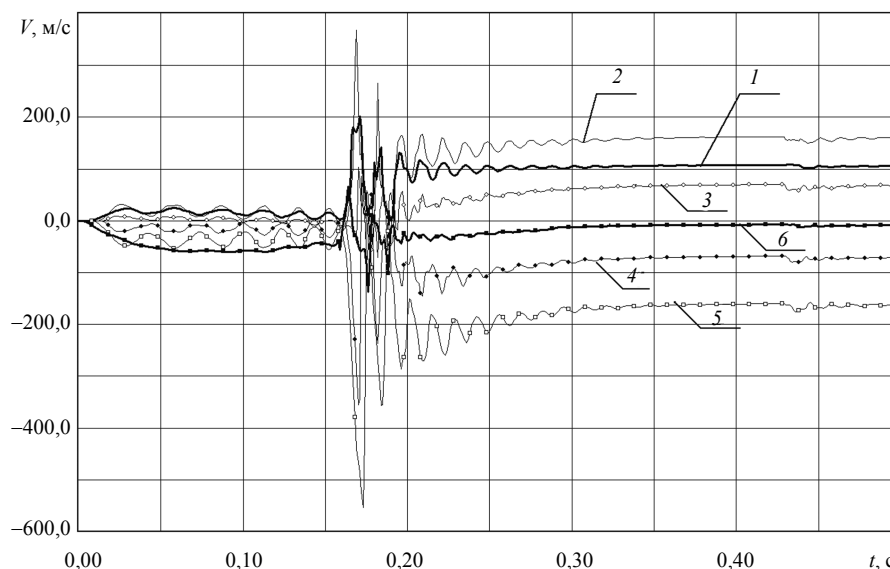


Рис. 3. Зависимость скорости продуктов сгорания в канальных областях двигательной установки от времени

Установить численные значения частот, возникающих в объеме камеры сгорания колебаний, можно, используя спектральный фурье-анализ [8]. При построении фурье-спектров динамически изменяющейся функции $f(t)$ справедливыми считаются следующие утверждения:

– если некоторая периодическая функция $f(t)$ с периодом 2π определена на интервале $(-\pi, \pi)$, непрерывна и интегрируема на этом интервале, то для всех значений аргумента t справедливо разложение

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kt + b_k \sin kt);$$

– если записанный ряд сходится к $f(t)$ равномерно, то для коэффициентов ряда справедливы формулы Фурье:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt,$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos kt dt,$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin kt dt.$$

Представление функции $f(t)$ в записанной выше форме называется разложением функции в ряд Фурье, определенные формулами числа a_k, b_k называются коэффициентами Фурье функции $f(t)$. Величину

k называют частотой, а выражение $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ – мощностью частоты k .

На практике используется преобразование, которое обеспечивает разложение в ряд Фурье функции, заданной в произвольном промежутке времени $(-\tau, \tau)$ (или $(0, \tau)$). Кроме того для разложения в ряд Фурье произвольной функции $f(t)$ можно воспользоваться вычислительными алгоритмами и программными продуктами, имеющимися, например, в компиляторе ФОРТРАН [9] или в математическом пакете MathCad [10].

На рис. 4 приводятся результаты фурье-анализа для зависимости $p(t)$, а на рис. 5 – для зависимости $u(t)$. На рисунках приводятся зависимости, связывающие мощность A и частоту колебаний k . В обоих случаях анализ выполнен для зависимостей давления и скорости, построенных для сечения b_4 . Рисунки 4, а, 5, а соответствуют симметричному варианту работы двигательной установки, а рис. 4, б и 5, б построены для случая несимметричной работы двигателя.

Анализ результатов, представленных на рис. 4, показывает, что основные колебания давления, как в симметричном варианте работы двигателя, так и для несимметричного варианта, соответствуют частотам 66...72 Гц. Меньшая энергия соответствует частотам 126...132 Гц и 200...204 Гц. Максимальная энергия колебаний при несимметричном варианте работы двигательной установки в 1,5 раза выше, чем в случае симметричного варианта.

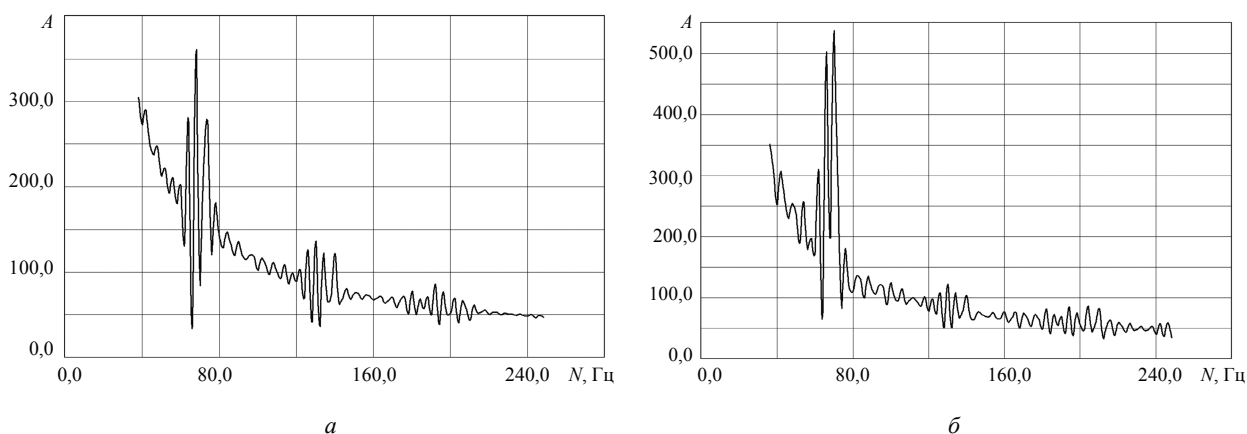


Рис. 4. Зависимость энергии колебаний давления от частоты колебаний

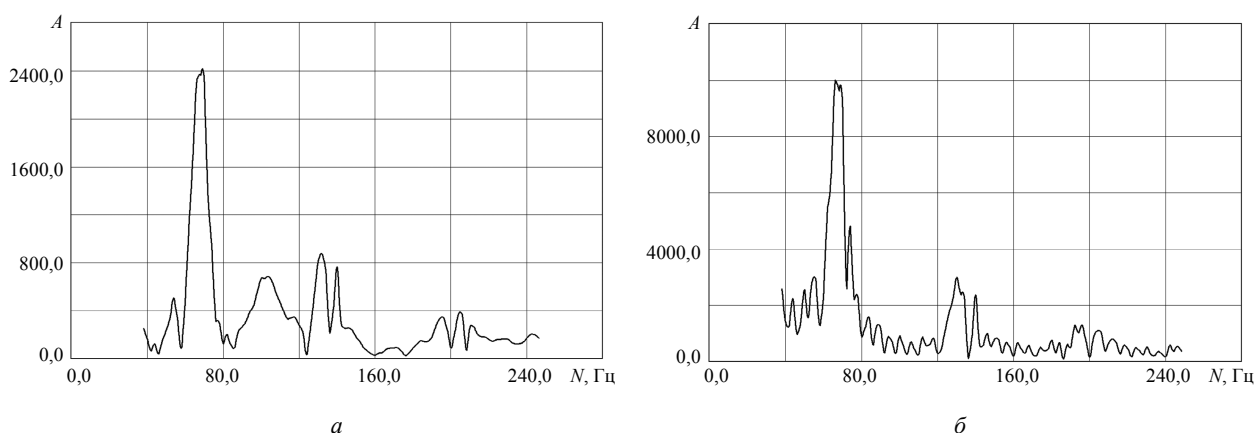


Рис. 5. Зависимость энергии колебаний скорости продуктов сгорания от частоты колебаний

Частоты колебаний скорости продуктов сгорания, соответствующие максимальным энергиям, располагаются также в интервалах 66...72 Гц, 126...132 Гц и 200...204 Гц. В симметричном варианте работы двигательной установки (рис. 5, а) фиксируются и другие частоты колебаний – 100...104 Гц. Максимальная энергия колебаний (соответствует частоте 66 Гц) в несимметричном варианте работы двигательной установки более чем в 4,0 раза превосходит энергию колебаний, соответствующую симметричному варианту.

В заключение следует отметить следующее.

1. При численной реализации преобразования Фурье следует иметь в виду, что число анализируемых гармоник ограничено, и наиболее вероятными являются ошибки на границах минимальных и максимальных частот. Минимальные и максимальные частоты, которые могут быть установлены вычислительными алгоритмами преобразования Фурье, называются, соответственно, граничной частотой и частотой Найквиста. В нашем случае граничная частота определяется выражением $k_0 = \frac{1}{\tau_k - \tau_0}$ и со-

ставляет $k_0 = \frac{1}{0,5 - 0,0} = 2$ Гц. Частота Найквиста

определяется выражением $k_N = \frac{K}{\tau_k - \tau_0}$ (K – количество табличных значений), и ее величина составляет

$$k_N = \frac{500}{0,5 - 0,0} = 1000 \text{ Гц.}$$

2. Можно повысить качество фурье-анализа, исключив из зависимостей $p(t)$ равновесную составляющую $p_p(t)$, не содержащую колебаний (тренд). Тренд может быть вычислен решением задачи о процессах в объеме камеры сгорания в нульмерной (термодинамической) постановке. Для регулируемой двигательной установки в качестве тренда может быть принята программная зависимость изменения давления в объеме камеры сгорания $p_{пр}(t)$.

Библиографические ссылки

1. Моделирование начального участка работы РДТТ с учетом стохастического характера исходной информации // А. В. Алиев [и др.] / Химическая физика и мезоскопия. – Ижевск : Изд-во ИПМ УрО РАН, 2006. – Т. 8. – № 3. – С. 304–310.
2. Алиев А. В., Мищенко О. В. О применении метода линеаризации при решении некоторых задач внутренней баллистики / Вестник Тихоокеанского гос. ун-та – 2007. – № 4(7). – С. 25–38.

3. Липанов А. М., Алиев А. В. Проектирование ракетных двигателей твердого топлива. – М. : Машиностроение, 1995. – 400 с.
4. Твердотопливные регулируемые двигательные установки. Справочная библиотека разработчика-исследователя. Т. 9 / Ю. С. Соломонов [и др.]. – М. : Машиностроение, 2011. – 416 с.
5. Внутренняя баллистика РДТТ. Справочная библиотека разработчика-исследователя. Т. 4 / А. В. Алиев [и др.]. – М. : Машиностроение, 2007. – 504 с.
6. Численный эксперимент в теории РДТТ // А. М. Липанов [и др.]. – Екатеринбург : УИФ «Наука», 1994. – 304 с.
7. Алиев А. В., Блинов Д. С. Решение газодинамических задач в областях сложной формы с использованием конечно-объемных алгоритмов метода крупных частиц // Вестник ИжГТУ. – 2009. – № 1(41). – С. 151–154.
8. Хемминг Р. В. Численные методы. – М. : Наука, 1972. – 400 с.
9. Бартедьев А. В. ФОРТРАН для профессионалов. Математическая библиотека IMSL. Ч. 2. – М. : Диалог-МИФИ, 2001. – 320 с.
10. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в MathCad 14. – СПб. : Питер, 2007. – 592 с.

O. V. Mitshchenkova, PhD (Physics and Mathematics), Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University
I. V. Cherepov, Post-graduate, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Fourier-Analysis in Gas Dynamics Problems at Calculation of Heat Engines

The technique of evaluating the energy and frequency of oscillations arising in the combustion chamber of a heat engine on non-stationary operation modes is considered. The technique is based on the gas dynamics problem solution for the combustion chamber at the non-stationary statement with the subsequent Fourier-analysis of calculation results.

Key words: heat engine, thermogas dynamic processes, periodic oscillations, spectral Fourier-analysis.