

УДК 62-762:539.37

К. Н. Смирнов, аспирант, Ижевский государственный технический университет
 А. В. Щенятский, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ПРЕССОВЫХ ПОЛИСОЕДИНЕНИЙ С ВОЛОКНИСТЫМ ПРОМЕЖУТОЧНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Проведен анализ проблем расчета прессовых полисоединений с неоднородной структурой промежуточного элемента, установлены особенности расчета выделенной группы полисоединений, определены дальнейшие перспективные направления для усовершенствования расчета напряженно-деформированного состояния и нагрузочной способности.

Ключевые слова: многослойные соединения, напряженно-деформированное состояние.

Общеизвестно, что аналитические методы теории упругости и пластичности достаточно точно описывают напряженно-деформированное состояние деталей простой формы. Определение НДС деталей сложной формы может быть произведено с помощью численных методов.

Метод конечных элементов получил развитие и широкое применение в области машиностроения; таким переходом от аналитических на численные способы решения задач по расчету соединений с натягом стало изменение конструкции, нагрузок и материалов. Типы нагрузок различных по величине и направлению значительно влияют на нагрузочную способность ППС. Современные материалы придают соединению качественно новые свойства, благодаря которым такая конструкция может быть применима в перспективных типах машин и механизмов. Применение разработанных численных методов расчета полислоистых прессовых соединений [1, 2, 3, 4, 5, 6] не позволяет оценить НДС и нагрузочную способность (НС) соединения с натягом и промежуточным волокнистым элементом ввиду несоответствия принятых допущений реальным условиям контактного взаимодействия сопрягаемых деталей. Следовательно, необходимо разработать новое граничное условие и исследовать особенности контактного взаимодействия составных частей полислоистого соединения.

Анализ НДС и НС промежуточного волокнистого элемента, на наш взгляд, может быть произведен путем усовершенствования применяемого численного метода расчета многослойных соединений с натягом.

В вариационной формулировке МКЭ, часто используемой в работах [1, 2, 3, 4, 5, 6], напряжения и деформации детали любой формы, нагружаемой внешними поверхностными силами, с учетом массы описывают уравнения Лагранжа:

$$\int_V \delta \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \delta \{u\}^T \{F\}^V dV - \int_S \delta \{u\}^T \{F\}^S dS = 0. \quad (1)$$

В случае с волокнистым промежуточным элементом геометрия и свойства материала зависят от не-

скольких координат, и задача становится трудноразрешимой в трехмерном представлении [7], что потребует значительных потерь времени и вычислительных ресурсов. Для простоты решения подобных задач применимы методы приведения трехмерных задач к двумерным с плоским деформированным состоянием [8, 9], в которых рассматривается более подробно взаимодействие деталей между собой. Общее решение составляется из набора упрощенных задач.

Известно, что для определения нагрузочной способности необходимо определить закон распределения поверхностных сил в зоне контакта прессового полисоединения [5, 6]. Нагрузочная способность в этом случае будет зависеть от множества геометрических параметров:

$$P_k = f(d_1, d_2, d_3, L, H, E_i, \mu_i, N), \quad (2)$$

где N – натяг соединения.

В случае рассматриваемой системы сопрягаемых деталей натяг – величина не постоянная и зависящая от функции геометрических размеров деталей:

$$N = f(d_1, d_2, d_3, \varphi), \quad (3)$$

где $\varphi \in [0, 2\pi]$ – угол рассматриваемого сечения в полярной системе координат.

Для решения задач с множеством переменных во многих современных работах используются численные подходы. Одним из таких наиболее подходящих для расчета прессовых полисоединений с натягом является метод конечных элементов (МКЭ) [5, 6].

В большинстве исследований [1, 2, 3, 4, 5, 6] применимо осесимметричное рассмотрение задачи в МКЭ. Однако в исследуемом случае соединения с волокнистым промежуточным элементом геометрия и свойства материала зависят от нескольких координат. Так, в нашем случае натяг (3) соединения является функцией, зависящей от расположения волокон промежуточного элемента, что влияет на закон распределения поверхностных сил (2).

Рассмотрим распределение контактных давлений в плоскости поперечного сечения соединения (рис. 1), в котором принят следующий ряд упрощений:

- 1) волокнистый промежуточный элемент состоит только из одинаковых волокон;
- 2) отсутствуют какие-либо другие наполнители между волокнами;
- 3) волокна располагаются равномерно по всей поверхности соединения вдоль оси вала;
- 4) отсутствует контакт между волокнами.

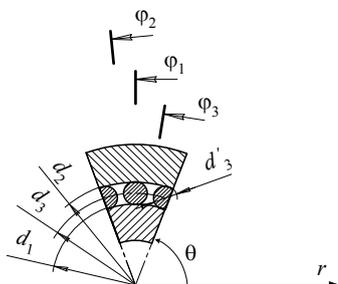


Рис. 1. Секмент поперечного сечения простого соединения с натягом с волокнистым промежуточным элементом, где d_1 – внешний диаметр вала; d_2 – внутренний диаметр втулки; d_3 – средний диаметр промежуточного слоя; d_3' – диаметр волокон

В постановке задачи МКЭ решение уравнения (1) сводится к системе уравнений для многослойной конструкции [5, 6]:

$$\left. \begin{aligned} [K_1]\{X_1\} &= \{P_1\} \\ [K_2]\{X_2\} &= \{P_2\} \\ &\dots \\ [K_i]\{X_i\} &= \{P_i\} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где индекс i соответствует номеру детали.

Решение системы (4) возможно получить разными способами. Одни основаны на уменьшении числа систем линейных уравнений, осуществляемом при присоединении деталей в контактных точках и соблюдении условия неразрывности перемещений. Число неизвестных при этом остается тем же.

Другой подход основан на замене промежуточных элементов моделью, поведение которой однозначно определено и подтверждено экспериментально и численными экспериментами. В этом случае число систем уравнений, необходимых для определения прочности соединений, сведется к двум и математической модели слоя.

Третий подход основан на решении всех систем уравнений с модификацией матриц жесткостей в контактных узлах, перемещения которых однозначно определяются граничными условиями. Последний необходим для создания математической модели промежуточного слоя.

Для создания математической модели промежуточного слоя необходимо рассмотреть типы полисоединения с натягом с волокнистым промежуточным элементом, определение граничных условий для каждого соединения, условий трения, возможность ввода упрощений и др.

Простейшим случаем соединения с натягом и волокнистым промежуточным элементом представля-

ется сегмент осесимметричного соединения (см. рис. 1). В такой конструкции присутствует одно единственное волокно (рис. 2), так что выполняются вышеуказанные допущения.

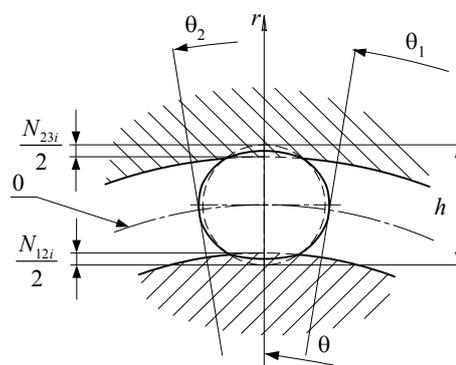


Рис. 2. Секмент осесимметричного поперечного сечения многослойного соединения с натягом с волокнистым промежуточным элементом

Натяг такого соединения в этом случае является суммой составляющих натягов между всеми деталями конструкции:

$$N_{\Sigma i} = \begin{cases} N_{12i} + N_{23i} + N_{13i}, & \text{если } (d_1 - d_2) < d_3 \\ \text{при } (d_1 - d_2) > 0, & \\ N_{23i} + N_{13i}, & \text{если } (d_1 - d_2) < d_3 \\ \text{при } (d_1 - d_2) \leq 0, & \\ 0, & \text{если } (d_1 - d_2) \geq d_3, \end{cases} \quad (5)$$

где N_{nm} – натяг создаваемый разностью размеров деталей n и m (валом и втулкой, втулкой и промежуточным элементом, валом и промежуточной втулкой); i – рассматриваемое сечение.

Анализ системы уравнений (5) показывает, что натяг полисоединений с волокнистым элементом изменяется как по координате θ , так и по длине соединения. Следовательно, на первом этапе необходимо определить его величину в каждом сечении как функцию от угла θ .

В дальнейшем при разработке математической модели волокнистого слоя возможно будет прийти к представлению натяга как некоторой величины, полученной в результате ее представления из суммы достаточного количества, задающего точность значения, гармоник каждого натяга [10].

Натяг соединения в этом случае

$$N_{\Sigma} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (2h + D_1 - D_2) d\theta, \quad (6)$$

где h – толщина промежуточного слоя соединения (рис. 2), $h = d_3'$.

Геометрический параметр h в общем случае волокна цилиндрической формы описывает формула окружности в полярных координатах. Для любой другой формы элемента промежуточного слоя необходимо описание его геометрической формы.

Следующим вариантом промежуточного волокнистого элемента соединения с натягом является такой вид слоя, элементы которого взаимодействуют как с основными деталями конструкции (валом и втулкой), так и между собой, создавая дополнительные натяги в конструкции (рис. 3). Условием такого соединения является малое предоставленное пространство между основными деталями волокнистым элементом промежуточного слоя полисоединения:

$$\alpha_k < \alpha_b, \tag{7}$$

где α_k – угол предоставленного пространства для волокнистого элемента; α_b – угол занимаемого пространства волокнистым элементом как геометрический размер детали.

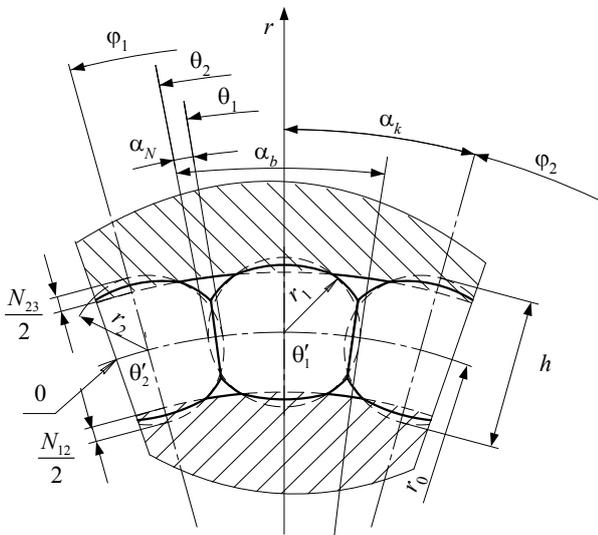


Рис. 3. Сегмент осесимметричного поперечного сечения многослойного соединения с натягом с однослойным плотным расположением волокон промежуточного элемента

В таком соединении возникает дополнительный контакт между элементами:

$$X_{k,k+1} = r_k M_k - r_{k+1} M_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n, \tag{8}$$

где r_k – радиус-вектор, описывающий геометрию k -го волокна (рис. 3) с центром окружности в точке (r_0, θ'_k) ; M_k – матрица переноса (смещения) координат относительно центра (r, θ) .

В частности

$$r_k = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d_3 d\varphi, \quad k = 1, 2, \dots, n; \tag{9}$$

$$M_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & r_0 \cos \theta'_k \\ 0 & 1 & r_0 \sin \theta'_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \tag{10}$$

Таким образом, в конструкции (см. рис. 3) возникают дополнительные площадки контактного взаи-

модействия по осям r, θ , следовательно, величина натяга по оси r будет определяться как

$$N_r = \int_0^{2\pi} (2d_{3k} + D_1 - D_2) d\theta, \quad k = 1, 2, \dots, n. \tag{11}$$

Дополнительные условия контактного взаимодействия между волокнами оказывают влияние на общий натяг в промежуточном слое, следовательно, натяг становится функцией, зависящей от параметров волокнистого слоя:

$$X_\theta = \sum_{k=1}^n \int_{\frac{d_1}{2}}^{\frac{d_2}{2}} (r_k M_k - r_{k+1} M_{k+1}) dr. \tag{12}$$

Более сложным полислоистым соединением с натягом и волокнистым промежуточным элементом является соединение, промежуточный элемент которого состоит из нескольких слоев самих волокон (рис. 4).

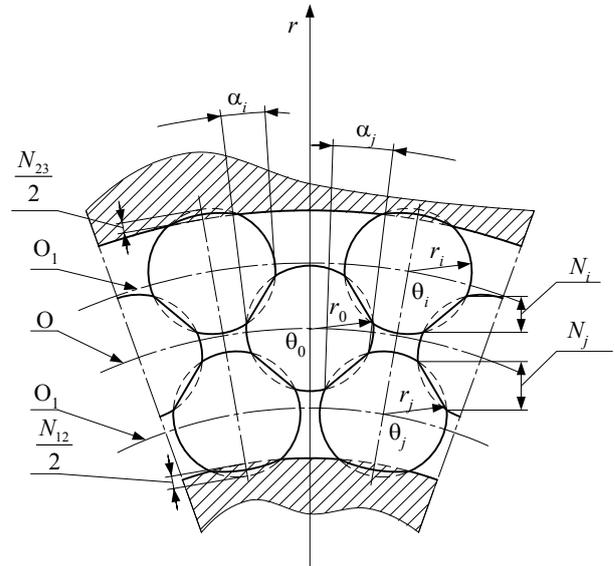


Рис. 4. Сегмент сложного осесимметричного полисоединения с натягом с многослойным волокнистым элементом

Рассматривая осесимметричное соединение как наиболее простое из указанного случая, заметим, что зависимость натяга между основными деталями усложняется. В конструкции возникает множество контактов по различным направлениям, что требует объединения условий взаимодействия в единую систему. Для этого разницу геометрических размеров в представленной конструкции выражаем в следующем виде:

$$X_\Sigma = \begin{cases} N_\Sigma, \\ X_{\theta_\Sigma}, \end{cases} \tag{13}$$

где N_Σ – радиальный натяг соединения как сумма натягов смежных деталей конструкции. В результате взаимодействия составляющих промежуточного слоя соединения волокна теоретически перекрываются,

а фактически деформируются на определенную величину.

Возникающие внутри волокнистого элемента радиальные и угловые контакты влияют на общий натяг соединения. В случае с волокнистым промежуточным элементом геометрический размер различен

и меняет функцию натяга по всей области поперечного и продольного сечения. Натяг соединения с промежуточным волокнистым элементом является сложной функцией, зависящей от геометрии сопрягаемых деталей и параметров волокнистого элемента (рис. 5).

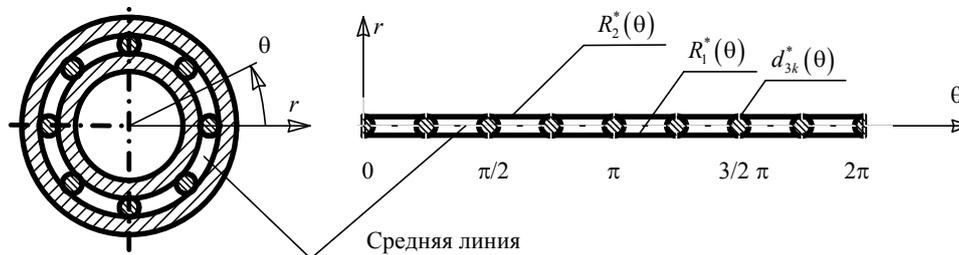


Рис. 5. Представление промежуточного слоя в координатах r, θ

Следовательно, для определения НДС и НДС полисоединений необходимо разработать зависимости для определения натяга, учесть особенности контактного взаимодействия с учетом возможной многослойности и неравномерности распределения по длине соединения промежуточного элемента, разработать и усовершенствовать системы граничных условий, что позволит создать математическую модель такого соединения. Подтверждение адекватности поведения модели требует проведения дополнительных исследований.

Библиографические ссылки

1. Высоконапряженные соединения с гарантированным натягом / И. В. Абрамов [и др.]. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2002. – 300 с. : ил.
2. Дулотин В. А. Технология сборки автофретированием и несущая способность соединений с натягом : дис. ... канд. техн. наук. Специальность 05.02.08. – Ижевск, 1993. – 114 с.
3. Кулиш Е. В., Турыгин Ю. В. Методика расчета прессовых полисоединений // Вестник машиностроения. – 2007. – № 9. – С. 9–11.

4. Кулиш Е. В., Турыгин Ю. В., Мага Д. Решение контактной задачи прессовых полисоединений // Сборка в машиностроении и приборостроении. – 2008. – № 1. – С. 33–41.
5. Щенятский А. В. Теория и технология гидропрессовых соединений с натягом : дис. ... д-ра техн. наук. Специальность 05.02.02. – Ижевск, 2003. – 311 с.
6. Щенятский А. В. Напряженно-деформированное состояние и нагрузочная способность многослойных соединений с натягом : дис. ... канд. техн. наук. Специальность 01.02.06. – Ижевск, 1993. – 171 с.
7. Смирнов К. Н., Щенятский А. В. Развитие метода расчета прессовых полисоединений с волокнистым промежуточным элементом // Вестник ИжГТУ. – 2009. – № 3. – С. 59–61.
8. Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред. – М. : Недра, 1974.
9. Секулович М. Метод конечных элементов / пер. с серб. Ю. Н. Зуева ; под ред. В. Ш. Барбакадзе. – М. : Стройиздат, 1993. – 664 с.
10. Гусак А. А., Бричкова Е. А. Справочник по высшей математике. – Минск : ТетраСистемс, 1999. – 640 с.

K. N. Smirnov, Postgraduate Student, Izhevsk State Technical University
 A. V. Schenyatskiy, Doctor of Technical Sciences, Professor, Izhevsk State Technical University

Calculation Features of the Press Multilayer Compounds with a Fibrous Intermediate Element

The article analyzes the calculation problems of press multilayer compounds with heterogeneous structure of the intermediate element. The specific features of calculation of the selected group of multi-layer compounds are determined. The promising follow up study for further improvement of the calculation of the stress-strain state and load capacity is identified.

Key words: multilayer compounds, stress-strain state.