

УДК 532.517.2

Н. А. Газизуллин, кандидат технических наук, доцент, Казанский государственный технологический университет

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОТОКОВ В АППАРАТЕ С ЛИСТОВОЙ МЕШАЛКОЙ

Методом контрольного объема выполнено численное моделирование ламинарного течения вязкой жидкости в аппарате с листовой мешалкой. На основании результатов расчетов исследована динамика потоков в аппарате. Результаты расчетов представлены в виде линий тока вторичной циркуляции.

**Ключевые слова:** перемешивание, листовая мешалка, метод контрольного объема, циркуляция жидкости.

Перемешивание в жидких средах, реализуемое в аппаратах с мешалками, является одним из самых распространенных процессов в химической и смежных с ней отраслях промышленности. Методы расчета, применяемые при решении задач перемешивания, непосредственно связаны с использованием гидродинамических характеристик потока [1]. В настоящей работе проведено исследование ламинарного течения несжимаемой вязкой жидкости в аппарате с листовой мешалкой. Листовые мешалки применяются для ускорения процессов растворения и теплообмена [2].

Исходными уравнениями, описывающими течение жидкости в аппарате, являются уравнения Навье – Стокса и неразрывности [3]:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v}; \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2)$$

Введем неподвижную цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$ . Компоненты вектора скорости обозначим, соответственно, через  $u, v, w$ .

Граничные условия для компонент скорости на твердых стенках сводятся к условию нулевого конвективного потока и условию прилипания жидкости. Тогда на дне и боковой стенке аппарата

$$u = 0; \quad v = 0; \quad w = 0, \quad (3)$$

а на поверхности вала и мешалки, соответственно,

$$u = 0; \quad v = \omega r; \quad w = 0, \quad (4)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения мешалки.

На свободной поверхности жидкости

$$w = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Первое из условий (5) является предположением, что жидкость не может протекать через свободную поверхность, и представляет собой равенство нулю проекции вектора скорости на нормаль к поверхности. Остальные два условия выражают отсутствие трения на поверхности жидкости.

На оси вращения потока под мешалкой примем:

$$u = 0; \quad v = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0. \quad (6)$$

Введем безразмерные координаты и функции:

$$t^* = \pi n t; \quad r^* = \frac{r}{d}; \quad \varphi^* = \varphi; \quad z^* = \frac{z}{d};$$

$$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{\pi n d}; \quad p^* = \frac{p - p_0}{\rho (\pi n d)^2},$$

где  $n$  – число оборотов мешалки в единицу времени;  $p_0$  – атмосферное давление, а в качестве характерной длины и характерной скорости потока выбраны, соответственно, диаметр мешалки  $d$  и окружная скорость конца лопасти мешалки  $\pi n d$ .

В безразмерных переменных уравнению движения (1) в сочетании с уравнением неразрывности (2) соответствуют три уравнения в координатной форме относительно искомым функций  $u^*, r^* v^*, w^*$ , которые могут быть записаны в виде одного обобщенного уравнения переноса

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* U \Phi) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \varphi^*} (V \Phi) + \frac{\partial}{\partial z^*} (W \Phi) -$$

$$- \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \Gamma r^* \frac{\partial \Phi}{\partial r^*} \right) - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \varphi^*} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi^*} \right) - \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z^*} \right) = S, \quad (7)$$

где  $\Gamma = 1/(\pi \text{Re})$  – коэффициент диффузии;  $\text{Re} = \pi n d^2 / \mu$  – центробежное число Рейнольдса;  $S$  – член типа источника, который соответствует искомой функции  $\Phi$  и определяется соотношениями:

$$S_{u^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{v^{*2}}{r^*} - \frac{\Gamma}{r^{*2}} \left( u^* + 2 \frac{\partial v^*}{\partial \varphi^*} \right);$$

$$S_{r^* v^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial \varphi^*} + \frac{2\Gamma}{r^*} \left[ \frac{\partial u^*}{\partial \varphi^*} - \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v^*) \right];$$

$$S_{w^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*}.$$

Численное моделирование течения проведем методом контрольного объема в сочетании с алгорит-

мом *SIMPLE* [4]. Основная идея метода контрольно-го объема заключается в том, что расчетную область разбивают на конечное число контрольных объемов (ячеек) таким образом, что каждая узловая точка содержится в отдельной ячейке. Дифференциальное уравнение интегрируют по каждому контрольному объему. Поэтому одним из важных свойств этого метода является то, что он обеспечивает интегральное сохранение физических законов для всей расчетной области.

Размещение всех узловых функций в одних и тех же точках приводит к дополнительным вычислительным трудностям, связанным с рассогласованием полей скорости и давления. Поэтому выберем разнесенную сетку, согласно которой узловые точки для давления размещаются в центрах ячеек, а узловые точки для составляющих скорости располагаются на соответствующих гранях ячеек для давления [5]. Это позволяет точно записать дискретный аналог уравнения неразрывности, а также точно рассчитать градиенты давления в уравнениях движения.

Алгоритм *SIMPLE* представляет собой итерационную процедуру для расчета полей скорости и давления. При этом итерационная процедура рассматривается как метод установления для решения нестационарных уравнений с целью получения стационарного решения. Проинтегрируем обобщенное уравнение (7) по контрольному объему и временному интервалу  $\Delta t^*$ . Для аппроксимации конвективных и диффузионных членов в уравнении (7) используем неявную схему [5]. Тогда узловая функция  $\Phi$  в пределах всего временного шага  $\Delta t^*$  будет характеризоваться новым значением  $\Phi^1$ , соответствующим моменту времени  $t^* + \Delta t^*$ . Для аппроксимации конвективных потоков через грани  $e, w, n, s, t, b$  контрольных объемов используем схему против потока [6]. В результате получим дискретный разностный аналог, который связывает значения искомой функции  $\Phi$  в узловой точке  $P$  с ее значениями в центрах  $E, W, N, S, T, B$  смежных ячеек в форме

$$a_p \Phi_p^1 = a_e \Phi_e^1 + a_w \Phi_w^1 + a_n \Phi_n^1 + a_s \Phi_s^1 + a_t \Phi_t^1 + a_b \Phi_b^1 + \Delta V \left( S_p + \frac{\Phi_p^0}{\Delta t^*} \right), \quad (8)$$

где  $\Delta V$  – объем ячейки;  $S_p$  – узловое значение источникового члена;  $\Phi^0$  – значение  $\Phi$  в момент времени  $t^*$ .

Алгоритм *SIMPLE* содержит циклическую последовательность действий типа предположение – коррекция. Поэтому на каждой итерации компоненты скорости определялись в два этапа. Вначале на основе предполагаемого давления  $p^{**}$  из уравнений (8) вычислялись предварительные значения  $u^{**}, v^{**}, w^{**}$ , не удовлетворяющие уравнению неразрывности. С учетом приближенного решения для скорости находилась поправка к давлению  $\delta p$  из уравнения

$$a_p \delta p_p = a_e \delta p_e + a_w \delta p_w + a_n \delta p_n + a_s \delta p_s + a_t \delta p_t + a_b \delta p_b + b, \quad (9)$$

представляющего собой дискретный аналог уравнения неразрывности.

Затем с учетом поправок  $\delta p$  рассчитывались скорректированные значения компонент скорости на гранях  $e, w, n, s, t, b$  ячеек, удовлетворяющие уравнению неразрывности по поправочным формулам:

$$u_e^* = u_e^{**} + \frac{r_e^* \Delta \Phi^* \Delta z^*}{a_e} (\delta p_p - \delta p_e);$$

$$u_w^* = u_w^{**} + \frac{r_w^* \Delta \Phi^* \Delta z^*}{a_w} (\delta p_p - \delta p_w);$$

$$v_n^* = v_n^{**} + \frac{\Delta r^* \Delta z^*}{a_n} (\delta p_p - \delta p_n);$$

$$v_s^* = v_s^{**} + \frac{\Delta r^* \Delta z^*}{a_s} (\delta p_p - \delta p_s);$$

$$w_t^* = w_t^{**} + \frac{r_t^* \Delta \Phi^* \Delta r^*}{a_t} (\delta p_p - \delta p_t);$$

$$w_b^* = w_b^{**} + \frac{r_b^* \Delta \Phi^* \Delta r^*}{a_b} (\delta p_p - \delta p_b)$$

и давления

$$p^* = p^{**} + \alpha \delta p,$$

где  $\alpha$  – параметр релаксации. В расчетах принималось  $\alpha = 0,8$ .

Дискретные уравнения (8) и (9) решались при граничных условиях (3)–(6) методом прогонки [7]. Расчеты проводились на равномерной сетке при  $H_0 = D$ ;  $d/D = 0,5$ ;  $d_s/D = 0,05$ ;  $b/d = 0,8$ ;  $H/H_0 = 0,3$ , где  $D$  – диаметр аппарата;  $H_0$  – высота жидкости в аппарате;  $H$  – высота расположения мешалки над дном аппарата;  $H$  – высота расположения мешалки над дном аппарата;  $b$  – высота лопасти мешалки;  $d_s$  – диаметр вала. Результаты расчетов представлены в виде линий тока радиально-осевой и радиально-тангенциальной циркуляций.

Линии тока в меридиональной плоскости аппарата характеризуют вторичное циркуляционное течение, которое накладывается на основное тангенциальное течение. Наблюдаются два потока радиально-осевой циркуляции, соответственно, сверху и снизу от мешалки, которые способствуют перемешиванию жидкости (рис. 1).

На рис. 2–3 представлены картины линий тока в горизонтальной плоскости в области мешалки при  $z = H + b/2$ . При небольших значениях числа Рейнольдса перемешиванию способствуют вторичные токи, возникающие по контуру лопастей мешалки (рис. 2).

Увеличение числа Рейнольдса сопровождается изменением характера течения. Вторичные токи возникают также между лопастями. Это обусловлено, по-видимому, ростом радиальной составляющей скорости в связи с возрастанием действия центробежных сил, а также увеличением интенсивности касательных напряжений (рис. 3).

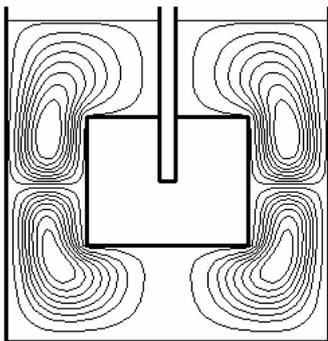


Рис. 1. Радиально-осевая циркуляция в аппарате при  $Re = 50$

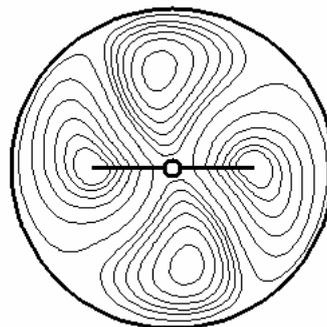


Рис. 3. Радиально-тангенциальная циркуляция в аппарате при  $Re = 100$

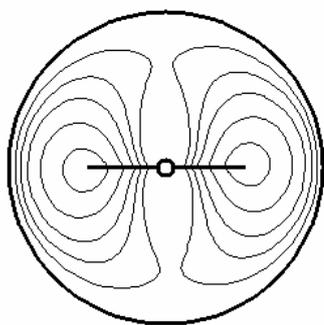


Рис. 2. Радиально-тангенциальная циркуляция в аппарате при  $Re = 10$

Формирование и взаимодействие потоков радиально-осевой и радиально-тангенциальной циркуляций способствует интенсификации перемешивания по объему аппарата.

#### Библиографические ссылки

1. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. – Л. : Химия, 1975. – 384 с.
2. Манусов Е. Б., Буянов Е. А. Расчет реакторов объемного типа. – М. : Машиностроение, 1978. – 112 с.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М. : Наука, 1978. – 736 с.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
5. Harlow F. H., Welch J. E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // *Physics of Fluids*. – 1965. – Vol. 8. – No. 12. – P. 2182–2189.
6. Пе́йре Р., Тейлор Т. Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. – Л. : Гидрометеиздат, 1986. – 352 с.
7. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. – М. : Наука, 1973. – 400 с.

N. A. Gazizullin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Kazan State Technological University

#### Study of Fluid Dynamics in a Tank Stirred by a Blade Agitator

Numerical simulation of the flow field in a tank with a blade agitator is carried out by the control volume method. Fluid dynamics are studied on the basis of computations. The results of computations are presented as streamline contours of the secondary circulation.

**Key words:** mixing, blade agitator, control volume method, fluid circulation.