

УДК 621.317

**В. А. Куликов**, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

**И. В. Коробейникова**, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

**В. В. Коробейников**, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ИНЕРЦИОННОГО ОБЪЕКТА

*Рассматривается математическая модель и алгоритм идентификации параметров инерционного объекта на основе измеренных значений его температуры.*

**Ключевые слова:** объект, идентификация, параметры, температура.

**И**нформационно-измерительная система (ИИС) для определения параметров инерционного объекта (ИО) основывается на измерении его температуры. Программное обеспечение (ПО) ИИС предназначено для управления работой всех узлов системы, обмена информацией с обслуживающим персоналом и решения конечной задачи – идентификации параметров ИО.

Температура ИО в результате теплообмена стремится сравняться с температурой среды. Будем считать, что температура ИО выше температуры среды, т. е. ИО остывает. Остывание ИО происходит в два этапа. Первый этап характеризуется сильным влиянием начального состояния ИО, на втором этапе это влияние ослабевает, и закон остывания упрощается. Существует несколько математических моделей, определяющих закон остывания ИО. Мы будем рассматривать представление ИО в виде двухслойной модели с сосредоточенными параметрами [1, 2]. Согласно этой модели закон изменения температуры объекта во времени определяется формулой

$$T = (T_0 - T_c)e^{\frac{-t}{\tau_1}} + (T_0 - T_c) \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{\frac{-t}{\tau_1}} - (T_0 - T_c) \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{\frac{-t}{\tau_2}} + T_c, \quad (1)$$

где  $T_0$  – внутренняя температура объекта (принято, что  $T_0 = 37,5$  °C);  $T_c$  – температура окружающей среды;  $\tau_1$  – постоянная времени во втором периоде остывания;  $\tau_2$  – постоянная времени в первом периоде остывания;  $t$  – время.

Вид графика изменения температуры во времени зависит от параметров  $T_c$ ,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  (см. рис.).

Введем в рассмотрение коэффициент пропорциональности  $K = \tau_1 / \tau_2$  и, выразив  $\tau_2$  через  $\tau_1$ , получим:

$$T = (T_0 - T_c)e^{\frac{-t}{\tau_1}} + (T_0 - T_c) \frac{1}{K - 1} e^{\frac{-t}{\tau_1}} - (T_0 - T_c) \frac{1}{K - 1} e^{\frac{-t}{K\tau_1}} + T_c. \quad (2)$$

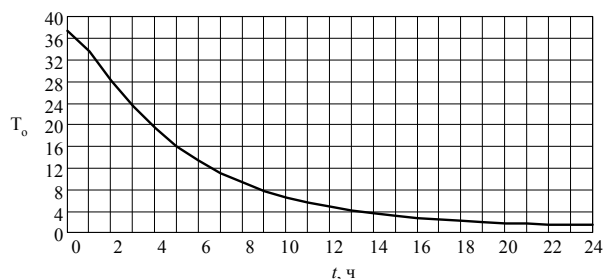


График изменения температуры ИО

Обозначим вектор параметров, от которых зависит закон изменения температуры, в виде  $P = \{T_c, K, \tau_1\}$ . Для определения этих параметров предлагается использовать значения температуры ИО, измеренной через равные промежутки времени.

Предположим, что известны (измерено через равные промежутки времени) три значения температуры ИО:  $T_1, T_2, T_3$ . Тогда можно сформулировать следующую систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T(t_2, P) - T(t_1, P) - (T_2 - T_1) &= ht, \\ T(t_3, P) - T(t_2, P) - (T_3 - T_2) &= ht, \\ T(t_3, P) - T(t_1, P) - (T_3 - T_1) &= 2ht, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $ht$  – шаг измерения температуры;  $P$  – определяемый вектор параметров;  $t_1, t_2, t_3$  – моменты времени измерения температуры ИО, которые удовлетворяют уравнениям

$$T(t_1, P) - T_1 = 0; \quad T(t_2, P) - T_2 = 0; \quad T(t_3, P) - T_3 = 0 \quad (4)$$

при текущем значении параметров  $P$ . Формулы (2), (3) и (4) представляют собой математическую модель для определения параметров ИО.

По вычисленным компонентам вектора  $P$  и по значению первой измеренной температуры можно определить продолжительность остывания ИО.

Исследования, выполненные в среде Mathcad [3], показали, что для решения уравнения (4) методом Ньютона с требуемой точностью требуется до 5-7

итераций. Для решения системы (3) применяется метод последовательных итераций с линеаризацией правых частей уравнений относительно текущих значений параметров. В случае когда коэффициент  $K$  принимается величиной известной, для решения системы (3) применяется метод наименьших квадратов [4].

Для исследования влияния шага и измерения температуры и точности ее представления на погрешность были проведены вычисления для времени измерения первого значения температуры объекта ( $t_{1\text{точ}}$ ), равного 1, 5 и 10 ч, и  $T_c = 1$ ,  $k = 5$  и  $\tau_1 = 10$ .

При этом измерения температуры выполнялись с различным шагом (0,1; 0,3 и 0,5 ч) и точностью представления. После определения параметров  $T_c$ ,  $\tau_1$  (значение параметра  $k$  принято известным) вычислялось значение  $t_1$  и относительная погрешность ее определения  $\left(\frac{t_1}{t_{1\text{точ}}}\right)$ . В табл. 1, 2 и 3 приведены некоторые результаты исследования влияния для различных значений  $t_{1\text{точ}}$ , шага  $ht$  и точности представления измеренной температуры объекта (количество знаков после запятой).

Таблица 1. Относительная погрешность определения  $t_1$  (при  $t_{1\text{точ}} = 1$  ч)

Шаг измерения, ч	Точность измерения температуры (количество знаков после запятой)				
	0	1	2	3	4
0,1	0,6496	0,2606	0,1784	0,0035	0,0009
0,3	0,5076	0,2678	0,0445	0,0058	0,0002
0,5	0,1449	0,1656	0,0111	0,0065	0,0001

Таблица 2. Относительная погрешность определения  $t_1$  (при  $t_{1\text{точ}} = 5$  ч)

Шаг измерения, ч	Точность измерения температуры (количество знаков после запятой)				
	0	1	2	3	4
0,1	0,3132	0,1358	0,2381	0,1194	0,0056
0,3	0,3132	0,3188	0,0167	0,0066	0,0015
0,5	0,8062	0,9677	0,006	0,006	0,0

Исследования показали, что число обусловленности системы (3) с увеличением времени  $t_1$  увеличивается, и система становится плохо обусловленной,

и для получения решения с допустимой погрешностью необходимо повышать точность измерения температуры ИО и увеличивать шаг измерения температуры.

Таблица 3. Относительная погрешность определения  $t_1$  (при  $t_{1\text{точ}} = 10$  ч)

Шаг измерения, ч	Точность измерения температуры (количество знаков после запятой)				
	0	1	2	3	4
0,1	0,3207	2,1446	1,0275	0,1823	0,0184
0,3	0,3597	0,6536	0,2612	0,0150	0,0019
0,5	0,3207	0,3365	0,0260	0,0036	0,0006

Таким образом, на разных этапах теплообмена объекта с окружающей средой шаг измерения температуры должен быть разным. На первом этапе остывания ИО ( $t_{1\text{точ}} < 5$  ч) шаг по времени между измерениями может быть выбран в пределах 0,1...0,3 ч, а при выполнении измерений на втором этапе ( $t_{1\text{точ}} > 5$  ч) шаг должен выбираться из интервала 0,3...0,4 ч. Исследования предложенной математической модели показали, что ее использование обеспечивает идентификацию параметров ИО и вычисление длительности его остывания с допустимой погрешностью, а ИИС, использующая эту математическую модель, позволяет оперативно давать оценку этих параметров.

Анализ влияния погрешностей в измерениях, изменения температуры окружающей среды во время измерений, автоматический выбор оптимального шага измерения – тема отдельных исследований.

#### Библиографические ссылки

1. Куликов В. А. Модель теплообмена человека со средой // Современные вопросы судебной медицины и экспертной практики. – Ижевск, 1994. – С. 128.
2. Куликов В. А. Практическая методика измерения ДНС по методу регулярного теплового режима // Современные вопросы судебной медицины и экспертной практики. – Ижевск, 1998. – Вып. X – С. 115–120.
3. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. – М.: НТ Пресс, 2006. – 496 с.
4. Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). – М.: Наука, 1973. – 632 с.

V. A. Kulikov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk

I. V. Korobeynikova, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk

V. V. Korobeynikov, PhD in Engineering, Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk

#### Identification of Inertial Object Parameters

The paper considers the mathematical model and algorithm of identification of inertial object parameters on the basis of the measured values of the object temperature.

**Key words:** object, identification, parameters, temperature.