

8. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – М. : Радио и связь, 1989. – 440 с.

9. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л. : Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.

10. Солодов А. В. Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля. – М. : Наука, 1967. – 432 с.

11. Мудров В. И., Кушко В. А. Методы обработки измерений. – М. : Советское радио, 1976. – 192 с.

P. V. Gulyaev, PhD in Engineering, Institute of Mechanics UB RAS, Izhevsk

A. V. Tyurikov, PhD (Physics and Mathematics), Institute of Mechanics UB RAS, Izhevsk

S. R. Kiznertsev, PhD in Engineering, Institute of Mechanics UB RAS, Izhevsk

E. Yu. Shelkovnikov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

### Statistical Test of Adaptation for Prediction Algorithms of Scanning Probe Microscopy

*The work deals with the use of adaptive prediction models in scanning probe microscopy. In particular, issues were observed related to changes in the distribution of the forecast error in the adaptation model. It is shown that the optimal model will give the distribution of the forecasting error by the law of Laplace.*

**Key words:** scanning probe microscopy, prediction, adaptation, forecasting error, distribution of the forecasting errors.

УДК 621.317

**В. А. Куликов**, доктор технических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

**И. В. Коробейникова**, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

**В. В. Коробейников**, кандидат технических наук, доцент, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ОСТЫВАНИЯ ИНЕРЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ

*Выполнены исследования трех методов оценки длительности остывания инерционного объекта, основанных на использовании двухслойной модели остывания. Приведены погрешности оценки этой длительности в зависимости от различных параметров. Даны рекомендации по применению рассмотренных методов.*

**Ключевые слова:** объект, параметры, методы, погрешность.

**З**адача оценки длительности остывания (ДО) инерционного объекта (ИО) решается в судебной медицине, где по динамике изменения посмертной температуры определяют время наступления смерти человека как момент начала остывания тела.

Современные методы оценки ДО основаны на двухслойной модели остывания ИО с сосредоточенными параметрами [1, 2], которая имеет вид

$$T = (T_0 - T_c)e^{-\frac{t}{\tau_1}} + (T_p - T_c) \frac{1}{k-1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - (T_p - T_c) \frac{1}{k-1} e^{-\frac{t}{\tau_1 k}} + T_c, \quad (1)$$

где  $T_0$  – внутренняя температура объекта (принято, что  $T_0 = 37,5$  °С);  $T_c$  – температура окружающей среды;  $T_p$  – температура поверхностного слоя объекта;  $\tau_1$  – постоянная времени в регулярном периоде остывания;  $k = \tau_1 / \tau_2$  – коэффициент пропорцио-

нальности;  $\tau_2$  – постоянная времени в иррегулярном периоде остывания;  $t$  – время.

В этой модели выделяют два периода остывания: иррегулярный, где ДО ≤ 6 часов, и регулярный, где ДО > 6 часов.

Представим (1) в виде

$$T(t) = T^*(t) - c(t), \quad (2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} T^*(t) &= a(t) + b(t) - T_c; & a(t) &= (T_0 - T_c)e^{-\frac{t}{\tau_1}} \\ b(t) &= \frac{1}{k-1}(T_0 - T_c)e^{-\frac{t}{\tau_1}}; & c(t) &= \frac{1}{k-1}(T_0 - T_c)e^{-\frac{tk}{\tau_1}} \end{aligned} \right\} (3)$$

На рис. 1 для  $T_0 = 37,5$  °С;  $T_c = 0$  °С;  $T_p = T_0$ ;  $\tau_1 = 18$  и  $k = 12$  представлены графики изменения температуры  $T(t)$  (2) и компонентов (3).

Вклад слагаемого  $c(t)$  с увеличением  $t$  быстро уменьшается, и при ДО более 5-6 часов это слагаемое может не учитываться. Исключив это слагаемое

из формулы (1), получим упрощенную модель (упрощенный закон) остывания ИО, график которого обозначен на рис. 1 как  $T^*(t)$ ; в отличие от этой модели модель (1) будем называть основной моделью. При ДО более 5-6 часов упрощенный закон остывания почти совпадает с исходной формулой  $T(t)$  и может использоваться вместо нее. Упрощенная модель имеет вид

$$T^*(t) = (T_0 - T_c)e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{1}{k-1}(T_p - T_c)e^{-\frac{t}{\tau_1}} + T_c. \quad (4)$$

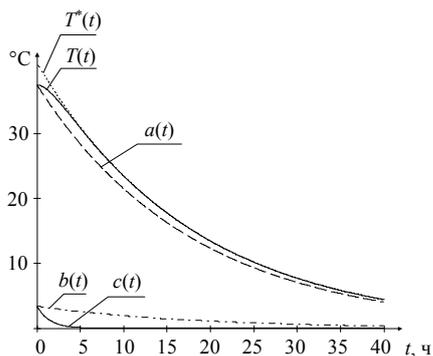


Рис. 1. Изменение температуры ИО по (2) и компонентом (3)

Примем  $T_p = T_0$ , тогда, разрешая (4) относительно  $t$ , получим:

$$t = \tau_1 \text{Ln} \left( \frac{T_0 - T_c}{T - T_c} \frac{k}{k-1} \right), \quad (5)$$

где  $T$  – измеренная температура объекта в момент времени  $t$ .

Значение переменной  $\tau_1$  можно определить, используя (5), результаты измерения температуры среды  $T_c$  и двукратного измерения температуры объекта – через заданный интервал времени  $h$ . После преобразований получим:

$$\tau_1 = \frac{h}{\text{Ln} \left( \frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} \right)}, \quad (6)$$

где  $T_1$  – температура ИО в момент времени  $t_1$ ;  $T_2$  – температура в момент времени  $t_2 = t_1 + h$ ;  $T_c$  – температура окружающей среды.

Представим модели в виде  $T(t_1) = f(t_1, T_p, T_c, k, \tau_1)$ . Для определения параметров  $\{t_1, T_p, T_c, k, \tau_1\}$  сформулируем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = f_1(t_1, T_p, T_c, k, \tau_1), \\ T_2 = f_2(t_1 + h, T_p, T_c, k, \tau_1), \\ \dots \\ T_n = f_n(t_1 + (n-1)h, T_p, T_c, k, \tau_1), \end{cases} \quad (7)$$

где  $T_1, T_2, \dots, T_n$  – значения измеренной температуры ИО в моменты времени  $t_1, t_1 + h, \dots, t_1 + (n-1)h$ ;  $h$  – шаг измерения температуры;  $n$  – количество значений измеренной температуры; параметры  $\{t_1, T_p, T_c, k, \tau_1\}$  подлежат определению.

При известном значении коэффициента  $k$ , используя (5) и (6), получим аналитическое выражение для определения ДО:

$$\text{ДО} = t_1 = \frac{h}{\text{Ln} \left( \frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} \right)} \text{Ln} \left( \frac{T_0 - T_c}{T_1 - T_c} \frac{k}{k-1} \right), \quad (8)$$

где  $T_1$  – температура объекта в момент начала измерения ( $t_1$ ).

Примем, что первый метод определения ДО – это такой метод, в котором система (7) основывается на основной модели (1); второй метод – на упрощенной модели (4); третий метод – это аналитическое выражение (8).

В результате решения системы (7) находим значения параметров  $\{t_1, T_p, T_c, k, \tau_1\}$ , среди которых  $t_1$  представляет собой оценку ДО. Для исследования указанных методов оценки ДО был использован пакет MATHCAD [3, 4].

Исследования показали, что на точность определения ДО влияет  $h$  – шаг измерения температуры,  $c_0$  – количество цифр после запятой в представлении значений температуры объекта, величина оценки ДО, а также используемый метод для ее определения. На рис. 2 показаны графики влияния шага измерения температуры объекта на относительную погрешность оценки ДО 1-м методом. Отсутствие гладкости в графиках объясняется различием в погрешностях используемых значений температуры объекта.

Видно, что с увеличением шага погрешность уменьшается. Исследования показали, что при представлении измеренной температуры с большим количеством знаков после запятой (коэффициент  $c_0$ ) относительная погрешность также уменьшается.

Второй и третий методы получены на основе упрощенного закона остывания объекта, которые не учитывают иррегулярную фазу остывания, поэтому они при ДО меньше 4-6 часов дают погрешность в 100-1000 раз большую, чем первый метод. На рис. 3 показаны зависимости погрешностей методов от значения ДО.

Можно по-разному распорядиться параметрами в выражении (7). Некоторые из них принять известными. Например,  $T_c$  – измеренную температуру считать точной, без погрешности измерения;  $T_p = T_0$  – температуру поверхностного слоя равной внутренней температуре (применительно к первому методу); коэффициент  $k$  принять известным.

Однако неточное задание параметра увеличивает погрешность оценки ДО. На рис. 4, 5 показана чувствительность ДО к изменению отдельных пара-

метров, которая зависит от значения ДО, поэтому в зависимости от этого значения и характеристик

чувствительности следует формировать перечень неизвестных параметров.

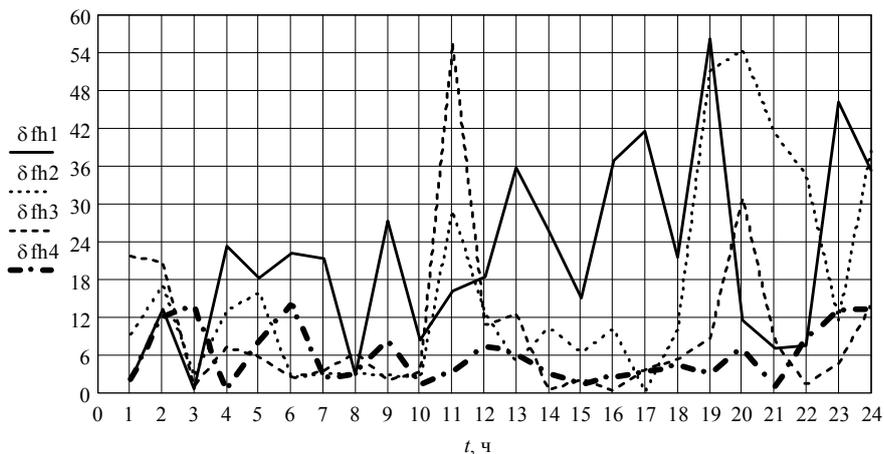


Рис. 2. Влияние шага измерения температуры объекта на величину относительной погрешности оценки ДО:  $\delta fh_1$  – погрешность при  $h = h_0$ ;  $\delta fh_2$  – погрешность при  $h = 2h_0$ ;  $\delta fh_3$  – погрешность при  $h = 3h_0$ ;  $\delta fh_4$  – погрешность при  $h = 4h_0$ ;  $h_0 = 0,1$  час

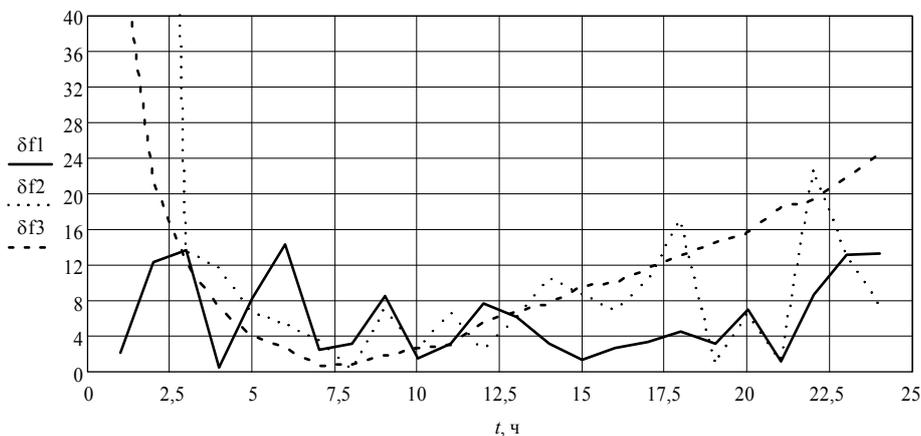


Рис. 3. Относительная погрешность методов определения ДО:  $\delta f_1$  погрешность 1-го метода;  $\delta f_2$  – погрешность 2-го метода;  $\delta f_3$  погрешность 3-го метода

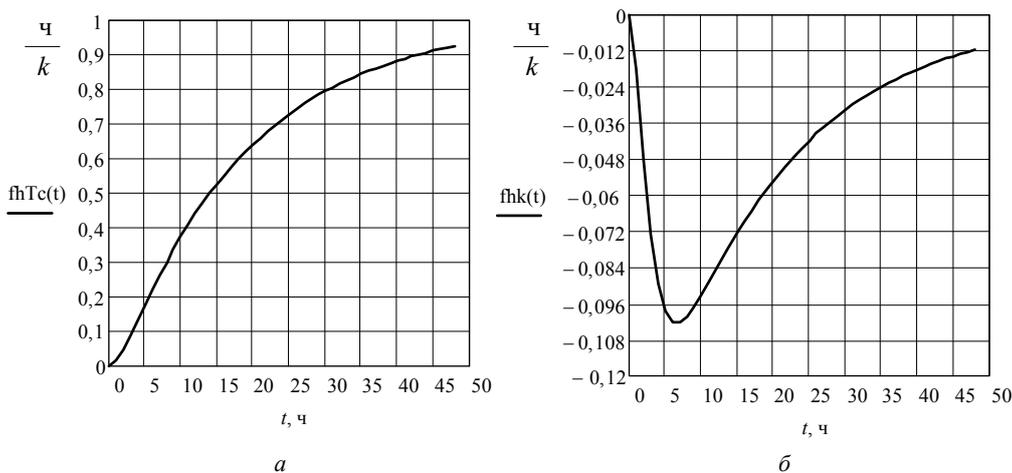


Рис. 4. Чувствительность ДО к изменению параметров:  $a - T_c$ ;  $b - k$

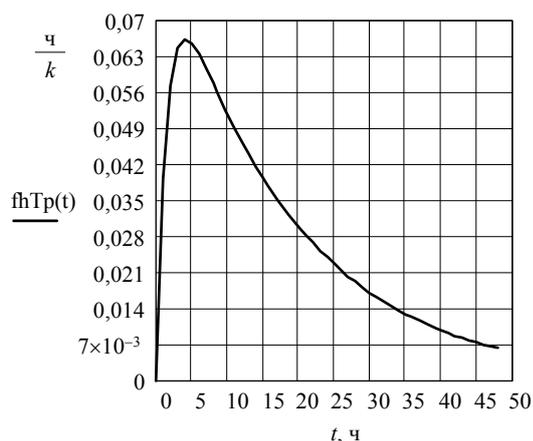


Рис. 5. Чувствительность ДО к изменению  $T_p$

Таким образом, в результате анализа исследований можно сделать следующие выводы.

1. Чем точнее измерена температура объекта, тем выше точность оценки ДО.
2. Шаг измерения температуры и применение того или иного метода зависят от значения ДО.
3. Определение оценки ДО следует выполнять по следующему алгоритму:

- 1) предварительно определить ДО третьим методом;
- 2) если полученное значение меньше 4-5 часов, то для окончательного определения оценки ДО использовать первый метод;
- 3) если значение принадлежит интервалу 5...10 часов, то для окончательного определения оценки ДО использовать третий метод;
- 4) если значение больше 10 часов, то для окончательного определения оценки ДО применить второй метод.

#### Библиографические ссылки

1. Куликов В. А. Модель теплообмена человека со средой // Современные вопросы судебной медицины и экспертной практики. – Ижевск, 1994. – С. 128.
2. Куликов В. А. Практическая методика измерения ДНС по методу регулярного теплового режима // Современные вопросы судебной медицины и экспертной практики. – Ижевск, 1998. – Вып. X – С. 115–120.
3. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. – М.: ИТ Пресс, 2006. – 496 с.
4. Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). – М.: Наука, 1973. – 632 с.

V. A. Kulikov, DSc in Engineering, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

I. V. Korobeynikova, PhD in Engineering Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

V. V. Korobeynikov, PhD in Engineering Associate Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

#### Numerical Research of Methods of Estimating the Duration of Inertial Objects Cooling

Researches of three methods of estimating the cooling duration (DO) for inertial object (IO), based on the use of two-layer model of cooling, are executed. Errors of DO estimation depending on various parameters are resulted. Recommendations on applying the considered methods are given.

**Key words:** object, parameters, methods, error.