УДК 517.977.51

**П. А. Леонтьев**, соискатель, Пермский институт Федеральной службы исполнения наказания
**В. Г. Зарубский**, кандидат технических наук, Пермский институт Федеральной службы исполнения наказания
**А. П. Рыбаков**, доктор физико-математических наук, профессор, Пермский научно-исследовательский политехнический университет

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ ПРОИСШЕСТВИЙ НА ОБЪЕКТАХ ПЕНИТЕНЦИАРНОЙ СИСТЕМЫ ВСЛЕДСТВИЕ НАРУШЕНИЯ ИНСТРУКЦИЙ СОТРУДНИКАМИ

*На основе ветвящихся процессов предложена марковская модель прогнозирования чрезвычайных происшествий на объектах повышенной опасности пенитенциарной системы из-за нарушения инструкций сотрудниками. Получено общее решение в аналитическом виде для уравнения в частных производных относительно производящей функции.*

**Ключевые слова:** группы риска, интенсивность перехода, интенсивность отстранения при контроле, вероятность перехода.

Управление безопасностью объектов повышенной опасности, к которым относятся и учреждения пенитенциарной системы, одной из составляющих имеет прогнозирование чрезвычайных происшествий, обусловленных несоблюдением инструкций работниками подразделений охраны. Статистика чрезвычайных происшествий на особо важных объектах пенитенциарной системы [1] показывает существенное влияние человеческого фактора. На сегодняшний день моделирование прогнозирования таких происшествий практически не разработано. Далее в статье предлагается модель прогнозирования чрезвычайных происшествий из-за нарушения инструкций сотрудниками охраны.

**Модель в дифференциальных уравнениях**

Личный состав отдела охраны условно подразделяется на $\chi$ групп. Количество сотрудников в группах является случайной величиной, зависящей от времени: в $j$-й группе $l_j$, где $j$ изменяется от 1 до $\chi$. Положим, что каждая группа является группой риска, и риск группы возрастает с ростом ее номера. В таком случае граф возможного возникновения чрезвычайного происшествия на объекте особой важности при нарушении должностных инструкций сотрудниками и перевод сотрудников в другие группы может быть проиллюстрирован рис. 1.

Введем еще дополнительные и необходимые понятия:

$\delta_{j,j+1}$ – интенсивность перехода в группах риска;

$\xi_j$ – интенсивность отстранения, то есть вывода из группы после контроля за соблюдением сотрудниками должностных инструкций. Интенсивности $\delta_{j,j+1}$ и $\xi_j$ есть вероятности, нормированные по времени и по числу сотрудников в группе.

Допустим, что за время $\Delta t$ ($\Delta t \to 0$) отдельный сотрудник либо переходит из группы $j$ в группу $j$+1 риска с вероятностью $P_{j,j+1} = l_j \times \delta_{j,j+1} \times \Delta t + \theta_1(\Delta t)$, либо отстраняется с вероятностью $P_j = l_j \times \xi_j \times \Delta t + \theta_2(\Delta t)$ от выполнения служебных обязанностей за нарушение должностных инструкций. Здесь $\theta_1(\Delta t)$, $\theta_2(\Delta t)$ есть остаточные члены формул Тейлора ($\lim\limits_{\Delta\to 0}\theta_1(t) = 0,\ \lim\limits_{\Delta\to 0}\theta_2(t) = 0$) [2, 3]. Тогда марковский случайный процесс имеет структуру, показанную на рис. 2

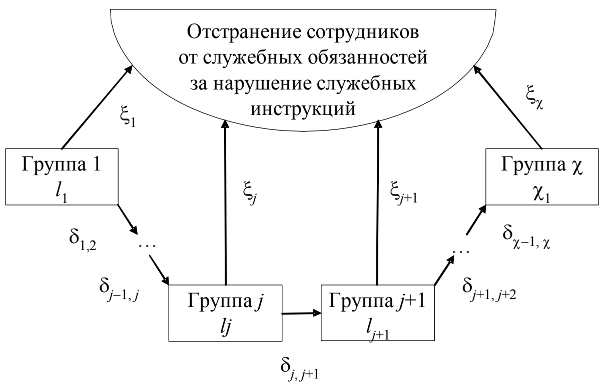


*Рис. 1.* Граф перехода сотрудников в группы риска и отстранение сотрудников групп риска от служебных обязанностей за нарушение служебных инструкций

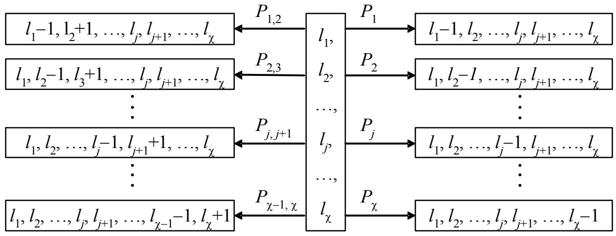


*Рис. 2.* Структура вероятностных переходов марковского процесса развития чрезвычайных происшествий на объектах повышенной опасности за счет человеческого фактора при несоблюдении инструкции сотрудниками охраны

Правая часть графа соответствует отстранению сотрудников от выполнения служебных обязанностей. Левая – соответствует переходам из одной группы риска в другую.


Получено 06.06.13

Марковский процесс, проиллюстрированный на рис. 2, является в теории вероятностей стохастическим ветвящимся процессом [4, 5].

В стохастической системе ($l_1$, $l_2$, …, $l_\chi$) в момент времени $t$ в группе 1 находится $l_1$, в группе 2 есть $l_2$, в группе $\chi$ есть $l_\chi$. Вероятность этого события $P(t, l_1, l_2, …, l_\chi)$. За время $\Delta t$ ($\Delta t \to 0$) система переходит в одно из состояний, указанных на рис. 2, или остается в прежнем состоянии.

Положим, что стохастическая система ($l_1$, $l_2$, …, $l_\chi$) за время $\Delta t$ не останется в неизменном состоянии. Определим вероятность такого события. По теореме полной вероятности вероятность такого события вычисляется как сумма произведений вероятности каждой гипотезы на вероятность события при этой гипотезе [6]. При трех гипотезах можно получить:

$$P(t+\Delta t,\ l_1,\ l_2,\ldots,l_\chi)=$$
$$=(1-\sum_{j=1}^{\chi} l_j\delta_{j,j+1}\Delta t + l_j\xi_j\Delta t)\times P(t,\ l_1,\ l_2,\ldots,l_\chi)+$$
$$+\sum_{j=1}^{\chi-1}(l_j+1)\delta_{j,j+1}\Delta t\times P(t,\ l_1,\ \ldots,l_{j\text{-}1}-1,\ l_j+1,\ldots,l_\chi)+$$
$$+\sum_{j=1}^{\chi-1}(l_j+1)\xi_j\Delta t\times P(t,\ l_1,\ \ldots,l_{j\text{-}1}-1,\ l_{j+1},\ldots,l\chi). \qquad (1)$$

В выражении (1) в правой части первое слагаемое есть вероятность изменения состояния системы при ее исходном состоянии в момент времени $t$, второе слагаемое – вероятность при измененном состоянии с увеличенным на единицу числом сотрудников в группе $j$ за счет перехода из предыдущей группы, третье слагаемое – вероятность состояния системы при отстранении сотрудника из группы $j$ при увеличенном составе группы $j$. Следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений получается из выражения (1) при $\Delta t \to 0$:

$$\frac{dP(t,l_1,l_2,...,l_\chi)}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta P}{\Delta t}=$$
$$=-\sum_{j=1}^{\chi}\Big[l_j(\delta_{j,j+1}+\xi_j)P(t,l_1,l_2,...,l_\chi)-$$
$$-(l_j+1)(\delta_{j,j+1}P(t,l_1,...,l_{j-1}\text{-}1,l_j+1,...,l_\chi)+$$
$$+\xi_j P(t,l_1,...,l_{j-1}\text{-}1,l_j+1,...,l_\chi))\Big],$$
$$l_1 = 0, 1, 2, …;\ l_2 = 0, 1, 2, …;\ l_\chi = 0, 1, 2, … \qquad (2)$$

В момент времени $t = 0$ в группе 1 находится $l_1^0$ сотрудников, в группе 2 – $l_2^0$, в группе $\chi$ – $l_\chi^0$. Вероятность этого события равна единице. Из этого начального состояния стохастической системы определяются начальные условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2) в следующем виде:

$$P(t,l_1,l_2,\ldots,l_\chi)=\begin{cases}1,\text{ если } l_1=l_1^0,\,l_2=l_2^0,\ldots,l_\chi=l_\chi^0;\\ 0,\text{ если } l_1\neq l_1^0,l_2\neq l_2^0,\ldots,l_\chi\neq l_\chi^0.\end{cases} \qquad (3)$$

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (2) с начальными условиями (3) является математической вероятностной моделью возникновения чрезвычайного происшествия на объектах особой важности пенитенциарной системы за счет нарушения должностных инструкций сотрудниками охраны объекта.

**Система линейных алгебраических уравнений и производящая функция**

Форма и вид слагаемых вероятности в выражениях (1) и (2) обусловливают вид производящей функции, коэффициенты в разложении которой в ряд равны вероятностям в слагаемых выражений (1) и (2). Поэтому введем производящую функцию [6] в виде

$$F(t;\nu_1,\nu_2,...,\nu_j,...,\nu_\chi)=$$
$$=\prod_{j=1}^{\chi}\left[\sum_{l_1=1}^{\infty}P(t,l_1,...,l_j,...,l_\chi)\prod_{j=1}^{\chi}\left(\nu_j^{l_j}\right)\right],$$

где $\nu_1$, $\nu_2$, …, $\nu_j$, …, $\nu_\chi$ – переменные величины.

Введение производящей функции позволяет свести систему обыкновенных дифференциальных уравнений (2) к дифференциальному уравнению в частных производных относительно производящей функции. Последнее имеет вид

$$\sum_{j=1}^{\chi}N_j\frac{F}{\nu_\chi}-\frac{F}{t}=0. \qquad (4)$$

Выражение (4) есть дифференциальное линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка. Нахождение интеграла этого уравнения равносильно [2, 3] задаче интегрирования характеристической системы

$$\frac{\nu_1}{N_1}=\frac{\nu_2}{N_2}=\ldots=\frac{\nu_j}{N_j}=\ldots=\frac{\nu_\chi}{N_\chi}=\frac{dt}{-1}. \qquad (5)$$

В выражениях (4), (5)

$$N_j = (\xi_j + \delta_{j,j+1}\nu_{j+1}) - (\delta_{j,j+1} + \xi_j)\nu_j,$$

где $j = 1, 2, …, \chi$..

Общее решение системы (4) содержит $\chi$ произвольных постоянных и в нашем случае может быть дано [3] в виде, разрешенном относительно $\chi$ произвольных $\lambda_j(t, \nu_1, …, \nu_j,…, \nu_\chi) = C_j$. Каждое такое соотношение является первым интегралом системы (4), то есть являются первым решением системы (4). Таким образом решение характеристической системы (5) дает возможность определить [2, 3] линейно независимые первые интегралы:

$$\lambda_j(t;\nu_1,\nu_2,...,\nu_j,...,\nu_\chi)=$$
$$=t-\frac{1}{\delta_{j,j+1}+\xi_j}\ln\Big[\big(\xi_j+\delta_{j,j+1}\nu_{j+1}\big)-(\delta_{j,j+1}+\xi_j)\nu_j\Big], \qquad (6)$$

где $j = 1, 2, …, \chi$.

Действительно, для каждого уравнения характеристической системы (5) имеем:

$$\frac{d\nu_j}{N_j(\nu_j,\nu_{j+1})} = -dt.$$

Интеграл этого выражения имеет вид

$$\int\frac{d\nu_j}{N_j(\nu_j,\nu_{j+1})} = -\int dt;$$

$$-\frac{\ln N_j}{\xi_j+\delta_{j,j+1}} = -t+\lambda_j.$$

В результате получаем выражение (6).

Совокупность $\chi$ независимых первых интегралов системы (4) образует ее общий интеграл, то есть ее общее решение.

Общее решение системы (4) имеет вид

$$F(t, \nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_j, \ldots, \nu_\chi) = \rho(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_j, \ldots, \lambda_\chi),$$

где $\rho$ – произвольная функция от $\chi$ аргументов, которую определяем из начального условия (3). При этом полагаем, что $P(0; l_1^0, l_2^0, \ldots, l_j^0, \ldots, l_\chi^0) = 1$, а все остальные вероятности равны нулю. В таком случае имеем:

$$\begin{aligned} &F(t,\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_j,\ldots,\nu_\chi) = \\ &= \rho\left[\lambda_1(0),\lambda_2(0),\ldots,\lambda_j(0),\ldots,\lambda_\chi(0)\right] = \\ &= \nu_1^{l_1^0}\nu_2^{l_2^0}\ldots\nu_j^{l_j^0}\ldots\nu_\chi^{l_\chi^0}. \end{aligned} \tag{7}$$

Входящие в выражение (7) переменные величины $\nu_1$, $\nu_2$, …, $\nu_j$, …, $\nu_\chi$ находятся из решения следующей системы линейных алгебраических уравнений, вытекающей из совокупности линейно независимых первых интегралов (6) с начальными условиями (3):

$$\begin{cases} \nu_1 - \dfrac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1}\times\nu_2 = \\ = \dfrac{1}{\delta_{1,2}+\xi_1}\times\left[\xi_1 - \exp(-(\delta_{1,2}+\xi_1)\lambda_1(0))\right]; \\ \nu_2 - \dfrac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2}\times\nu_3 = \\ = \dfrac{1}{\delta_{2,3}+\xi_2}\times\left[\xi_2 - \exp(-(\delta_{2,3}+\xi_2)\lambda_2(0))\right]; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \times\quad \nu_j - \dfrac{\delta_{j,j+1}}{\delta_{j,j+1}+\xi_j}\times\nu_{j+1} = \dfrac{1}{\delta_{j,j+1}+\xi_j}\times \\ \times\left[\xi_j - \exp(-(\delta_{j,j+1}+\xi_j)\lambda_j(0))\right]; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \nu_{\chi\text{-}1} - \dfrac{\delta_{\chi\text{-}1}}{\delta_{\chi\text{-}1,\,\chi}+\xi_{\chi\text{-}1}}\times\nu_\chi = \dfrac{1}{\delta_{\chi\text{-}1,\,\chi}+\xi_{\chi\text{-}1}}\times \\ \times\left[\xi_{\chi\text{-}1} - \exp(-(\delta_{\chi\text{-}1,\,\chi}+\xi_{\chi\text{-}1})\lambda_{\chi\text{-}1}(0))\right]; \\ \nu_\chi = \dfrac{1}{\xi_\chi}\times\left[\xi_\chi - \exp(-\xi_\chi\lambda_\chi(0))\right]. \end{cases} \tag{8}$$

Производящая функция позволяет определить вероятность того, что в момент времени $t$ в группе 1 находится $l_1$ сотрудников, в группе 2 – $l_2$, …, в группе $\chi$ – $l_\chi$ следующим образом [5]:

$$\begin{aligned} &P(t,l_1,l_2,\ldots,l_\chi) = P(t,l_1,l_2,\ldots,l_\chi)\Big|_{\substack{t=0 \\ l_1^0;\,l_2^0;\,\ldots;\,l_\chi^0}} = \\ &= \frac{1}{l_1!\,l_2!\ldots l_\chi!}\frac{\partial^{l_1+l_2+\ldots+l_\chi}F(t,0,0,\ldots,0)}{\partial\nu_1^{l_1}\partial\nu_2^{l_2}\ldots\partial\nu_\chi^{l_\chi}}. \end{aligned} \tag{9}$$

Математическое ожидание случайной величины $l_j$ равно [5]:

$$M(l_j(t)) = \frac{\partial F(t,1,1,\ldots,1)}{\partial\nu_j},\ j = 1, 2, \ldots, \chi. \tag{10}$$

Дисперсия случайной величины $l_j(t)$ равна [5]:

$$\begin{aligned} &D(l_i(t)) = \frac{\partial^2 F(t;1,1,\ldots,1)}{\partial\nu_j^{\,2}} + \\ &+ \frac{\partial F(t;1,1,\ldots,1)}{\partial\nu_j} - \left[\frac{\partial F(t;1,1,\ldots,1)}{\partial\nu_j}\right]^2, \end{aligned} \tag{11}$$

где $j = 1, 2, \ldots, \chi$.

**Пример для трех групп**

Рассмотрим вероятностный объект повышенной опасности пенитенциарной системы. Сотрудников разделим на три группы. В группе 1 находятся сотрудники, практически не нарушающие должностных инструкций; в группе 2 находятся сотрудники, нарушающие должностные инструкции, но их нарушения не приводят к возникновению чрезвычайных происшествий; в группе 3 находятся сотрудники, грубо нарушающие должностные инструкции, что может привести к возникновению чрезвычайного происшествия.

Аналитическое выражение для определения производящей функции можно получить путем решения системы (8) линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{aligned} &F(t;\nu_1,\nu_2,\nu_3) = \Bigg[\frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1}\Big(\frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2}\times \\ &\times(1-(1-\nu_3)\exp(-\xi_3 t)) + \frac{1}{\delta_{2,3}+\xi_2}\times \\ &\times(\xi_2 - (\xi_2+\delta_{2,3}\nu_3 - (\delta_{2,3}+\xi_2)\nu_2\times \\ &\times\exp(-(\delta_{2,3}+\xi_2)t) + \frac{1}{\delta_{1,2}+\xi_1}\times \\ &\times(\xi_1 - (\xi_1+\delta_{1,2}\nu_2 - (\delta_{1,2}+\xi_1)\nu_1\times \\ &\times\exp(-(\delta_{1,2}+\xi_1)t)\Bigg]^{l_1^0}\times\Bigg[\frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2}(1-(1-\nu_3)\times \\ &\times\exp(-\xi_3 t)) + \frac{1}{\delta_{2,3}+\xi_2}\times \\ &\times(\xi_2 - (\xi_2+\delta_{2,3})\nu_3 - (\delta_{2,3}+\xi_2)\nu_2\times \\ &\times\exp(-(\delta_{2,3}+\xi_2)t)\Bigg]^{l_2^0}\times\Bigg[1-(1-\nu_3)\exp(-\xi_3 t)\Bigg]^{l_3^0}. \end{aligned} \tag{12}$$

Полагаем, что сотрудники прошли соответствующую техническую и организационную подготовку, инструктаж и готовы к исполнению функциональных обязанностей. Определим закон распределения случайных величин $l_1(t)$, $l_2(t)$, $l_3(t)$, их математическое ожидание и дисперсию для случая $l_1^0 \neq 0,\ l_2^0 = 0,\ l_3^0 = 0$ .

Из уравнений (9) и (12) определяем закон распределения случайных величин $l_1$, $l_2$, $l_3$:

$$P(t;l_1,l_2,l_3) = \frac{l_1^0!}{l_1!l_2!l_3!(l_1^0 - l_1 - l_2 - l_3)} \times$$
$$\times \Bigg[ \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1} \Bigg( \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2} \big(1-\exp(\xi_3 t)\big) +$$
$$+ \frac{\xi_2}{\delta_{2,3}+\xi_2} \Big(1-\exp\big(-(\delta_{2,3}+\xi_2)t\big)\Big) \Bigg) +$$
$$+ \frac{\xi_1}{\delta_{1,2}+\xi_1} \times \Big(1-\exp\big(-(\delta_{1,2}+\xi_1)t\big)\Big) \Bigg]^{l_1^0 - l_1 - l_2 - l_3} \times$$
$$\times \Big[ \Big(\exp\big(-(\delta_{1,2}+\xi_1)t\big)\Big) \Big]^{l_1} \times$$
$$\times \left[ \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1} \times \Big( \exp\big(-\delta_{2,3}+\xi_2\big)t - \exp\big(-(\delta_{1,2}+\xi_1)t\big) \Big) \right]^{l_2} \times$$
$$\times \left[ \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1} \times \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2} \Big( \exp(-\xi_3 t) - \exp\big(-(\delta_{2,3}+\xi_2)t\big) \Big) \right]^{l_3}. \tag{13}$$

Математическое ожидание случайных величин $l_1$, $l_2$, $l_3$ определяется из уравнений (10) и (12).

$$\left.\begin{aligned}
&M(l_1(t)) = l_1^0 \exp\big(-(\delta_{1,2}+\xi_1)t\big);\\
&M(l_2(t)) = l_1^0 \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1} \Big( \exp\big(-(\delta_{2,3}+\xi_2)t\big) - \\
&\qquad - \exp\big(-(\delta_{1,2}+\xi_1)t\big) \Big);\\
&M(l_3(t)) = l_1^0 \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,2}+\xi_1} \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2} \Big( \exp(-\xi_3 t) - \\
&\qquad - \exp\big(-(\delta_{2,3}+\xi_2)t\big) \Big).
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Дисперсию определяем из уравнений (11), (12):

$$D\big(l_j(t)\big) = M\big(l_j(t)\big) - \frac{1}{l_1^0} M^2\big(l_j(t)\big),\ j=1, 2, 3. \tag{15}$$

Максимальное значение математического ожидания в группах 2 и 3 имеют следующие значения:

$$M\big(l_2(t)\big)_{\max} = \frac{\delta_{1,2} l_1^0}{\delta_{1,2}+\xi_1} \left( \frac{\delta_{2,3}+\xi_2}{\delta_{1,2}+\xi_1} \right)^{\frac{\delta_{2,3}+\xi_2}{\delta_{1,2}+\xi_2-\delta_{2,3}-\xi_2}};$$

$$t_{M(l_2)_{\max}} = \frac{1}{\delta_{2,3}+\xi_2-\delta_{1,2}-\xi_1} \ln\left( \frac{\delta_{2,3}+\xi_2}{\delta_{1,2}+\xi_1} \right);$$

$$M\big(l_3(t)\big)_{\max} = \frac{\delta_{1,2} l_1^0}{\delta_{1,2}+\xi_1} \times$$
$$\times \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,3}+\xi_2} \left( \frac{\xi_3}{\delta_{2,3}+\xi_2} \right)^{\frac{\xi_3}{\delta_{2,3}+\xi_2-\xi_3}} \times \left( 1 - \frac{\xi_3}{\delta_{2,3}+\xi_2} \right);$$

$$t_{M(l_3)_{\max}} = \frac{1}{\delta_{2,3}+\xi_2-\xi_3} \ln\left( \frac{\xi_3}{\delta_{2,3}+\xi_2} \right);$$

$$\xi_3 < (\delta_{2,3} + \xi_2) < (\delta_{1,2} + \xi_1).$$

Предложенная модель доведена до инженерных решений и позволила создать алгоритм и методику прогнозирования чрезвычайных происшествий вследствие нарушения инструкций сотрудниками на объектах повышенной опасности пенитенциарной системы.

### Библиографические ссылки


1. Сводные данные о побегах и покушениях на побег из-под охраны за 9 месяцев 2012 года : телеграмма ФСИН России НР 9-19037-08 от 03 октября 2012.

2. *Пискунов Н. С.* Дифференциальное и интегральное исчисления : учебник. – В 2 т. – Т. 1 – СПб. : Мифрил. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1996. – 416 с.

4. *Харрис Т. Е.* Теория ветвящихся случайных процессов. – М. : Мир, 1966. – С. 356

5. *Севастьянов Б. А.* Ветвящиеся процессы. – М. : Наука, 1971. – С. 436

6. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей – М. : Физматгиз, 1969. – С. 576.

3. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. – Т. II / предисл. Л. Д. Фаддеева ; предисл. и прим. Е. А. Грининой. – 24-е изд. – СПб. : БХВ-Петербург, 2008. – 848 с. : ил.



*P. A. Leontyev*, Applicant, Perm Institute of Federal Service for Punishment Execution
*V. G. Zarubsky*, PhD in Engineering, Perm Institute of Federal Service for Punishment Execution
*A. P. Rybakov*, DSc (Physics and Mathematics), Professor, Perm National Research Polytechnic University


**Mathematical Model of Emergency Forecasting at Objects of Penitentiary System Due to Instructions Violation by Officers**


*On the basis of branching random processes the Markov model of emergency prediction is proposed at objects of the increased risk of the penitentiary system because of instructions violation by officers. The general solution in analytical form is obtained for the equation in partial derivatives relative to the generating function.*



**Key words:** risk group, intensity of transition, intensity of removal after control, probability of transition.